МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

Казахский национальный исследовательский
технический университет имени К. И. Сатпаева

У. С. Аманжолов

МЕНЕДЖМЕНТ В ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

Рекомендовано Научно-методическим советом
университета в качестве учебного пособия

Алматы 2016

УДК 005:004 (075.8)
ББК 65.290-2:32.97я73
А 61

Рецензенты:
Пальшин В. П., канд. техн. наук, доц. КНУ;
Хисаров Б. Д., проф., канд. техн. наук,зав. каф;
Ярмухамедова З. М., канд. техн. наук, проф. каф. КазНИТУ им. К. И. Сатпаева.

Печатается по плану издания Министерства образования и науки Республики Казахстан на 2016 г.

Аманжолов У. С.
А 61 Менеджмент в информационных системах: Учеб. пособие / Аманжолов У. С. – Алматы: КазНИТУ, 2016. – 140 с.
ISBN 978-601-228- 950-3

Предлагаемое учебное пособие помогает изучить математическое моделирование процессов управления», методы и модели принятия решений в условиях неполной информации с помощью современных компьютерных технологий.

ISBN 978-601-228- 950-3

–

ВВЕДЕНИЕ

Одна из основных трудностей в управлении состоит в необходимости принимать решения в условиях неопределенности или при неполных знаниях о последствиях предпринимаемых действий. Идет ли речь о выработке политики создания запасов, о финансировании программы научно-исследовательских работ или о планировании нового объекта – везде остается некоторая доля неопределенности, даже после тщательного изучения всей имеющейся информации. Решение задач в условиях неопределенности – весьма распространенное явление во многих областях деятельности, в том числе, и в науке. Как уменьшить неопределенность, насколько ее надо уменьшить перед тем, как приступить к действиям, и какие действия следует считать разумными при наличии неопределенности — вот основные вопросы. Отвечают ли на эти вопросы наука и практика сходным или различным образом? Чего можно ожидать, если к решению задач, возникающих перед руководителем в процессе его повседневной деятельности, применить типичный для науки подход? Для лучшего понимания этих проблем полезно иметь некоторую общую схему, концептуальную структуру или модель, помогающую организовать наши представления о той разнообразной, сложной, подчас весьма тонкой, постоянно меняющейся деятельности, которую называют *управлением* (*Managment*). Из многих концепций управления четко выявляют связь управления с естественными науками и со структурой той дисциплины, которую все чаще и чаще называют *наукой об управлении* (*Managment science*).

УПРАВЛЕНИЕ И НАУКА

1.1. Управление как процесс обучения

Наиболее удобной является такая модель управления, которая рассматривает его как процесс обучения:

1. Выявление и формулирование (постановка) *«решаемой задачи»*;
2. Принятие решения и его реализация;
3. Анализ результатов принятого решения с точки зрения возможных способов его модификации и добавление их к накопленному опыту.

Управление – динамический процесс, причем модель рассматривает управление как механизм, с помощью которого происходит обучение организованным действиям. На уровне фирмы *управление* – адаптивный механизм, с помощью которого фирма постоянно перенастраивается с целью увеличения эффективности. Процесс научных исследований тоже процесс обучения, но отдельные этапы этого процесса будут иными, основанными на его прошлом опыте, доступных ему знаниях и экспериментах для проверки этих гипотез и включающими результаты этих экспериментов в свою систему знаний в виде базы для постановки новых экспериментов. Нельзя не отметить, однако, что, в то время как ученый стремится в явном виде формулировать эти этапы, и открыто их признает, деятель в области управления склонен многие детали сохранять в неявном виде и в своем сознании [1].

1. Процесс обучения, или адаптации в науке и в управлении удобно рассматривать как состоящий из одних и тех же этапов, независимо от того, явно или неявно они выражены, являются ли они интуитивными или четко сформулированными.
2. По крайней мере, в некоторых ситуациях управления процесс обучения можно сделать более эффективным путем приближения его к четко выраженному, сознательному и обоснованному процессу обучения в науке.

3. Целью науки управления является поиск путей совершенствования и оптимизации процесса обучения или адаптации некоторой организационной структуры.

Читатель должен проявить свойственную традиционному ученому осторожность и рассматривать эти положения всего лишь как гипотезы. Задача состоит в том, чтобы извлечь из них практическую пользу и исследовать возможные пути их подтверждения.

1.1. Модель управления

Первый необходимый шаг состоит в том, чтобы сделать модель процесса управления более содержательной. Любую конкретную ситуацию

в области управления представим в виде модели процесса управления (рис. 1). Процесс начинается со стимула; вышел из строя компьютер, ведущий финансирование банк повысил учетную ставку и т. д. и т. п. Эти события могут явиться таким *стимулом*.

На основе субъективного опыта и явных сведений, сведенных в *«справочно-информационном фонде»* фирмы, в уме руководителя формируется первая концепция будущего решения. Принятие решения подразумевает осознание ситуации выбора. Первоначальная концепция может отличаться ясностью и отсутствием значительной неопределенности в случаях, когда проблема выбора *шаблон* или хорошо известна. В этих случаях руководитель может действовать без промедления.

Но первоначальная концепция может быть и неясной, вызывать сомнения, страдать от недостатка информации — короче, может характеризоваться высокой степенью неопределенности. В этом случае руководитель будет неудовлетворен своей первичной концепцией ситуации и не пожелает основывать на ней свои решения и действия.

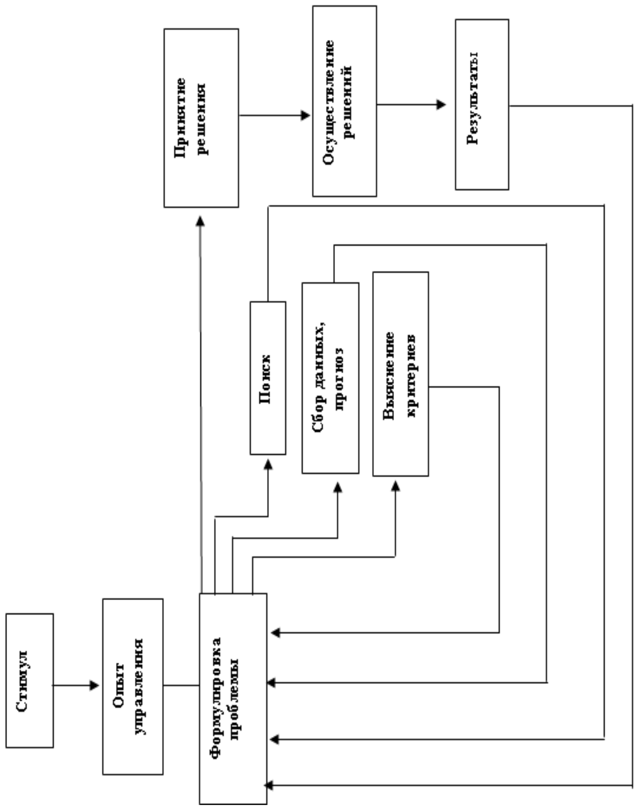


Рис. 1

Он, по-видимому, предпримет выполнение какой-то программы для уменьшения этой неопределенности. Не будучи уверен в том, что он рассмотрел все разумные способы действий, руководитель может обратиться к поиску дополнительных альтернатив. Найденные при этом дополнительные действия становятся частью новой, видоизмененной концепции проблемы принятия решения. Вопрос в том, до каких пор следует продолжать поиск новых вариантов действий и когда разумнее осуществить другую реакцию на ситуацию принятия решения. Разумеется, отреагировав на эту ситуацию иным образом, руководитель может вновь обратиться к поиску. При любом способе действий неопределенность относительно последствий этих действий может побудить к сбору дополнительных данных, чтобы обеспечить лучший прогноз ожидаемых результатов. Снова коренной вопрос состоит в том, какое количество дополнительных данных должно быть собрано, прежде чем осуществить другую реакцию на эту ситуацию. Здесь очевидна аналогия с проблемой, с которой сталкивается ученый, когда ему приходится решать, сколько раз нужно повторить эксперимент.

Руководитель может чередовать поиск вариантов действий и сбор данных об ожидаемых результатах их выполнения, завершая процедуру *«поиск — прогноз»* в тот момент, когда найдено действие, которое в каком-то смысле его *«удовлетворяет»*. Третий круг вопросов, которые возникают в связи с концептуализацией задачи, — выяснение системы ценностей. Хотя многим кажется, что цели руководителя совершенно ясны и определенны, это, по-видимому, на деле редко имеет место.

Основной причиной затруднений в выборе действий часто является необходимость выяснения цели того или иного действия и связи предполагаемых его последствий с заданными целями. В деловой сфере решение обычно связано с выбором между альтернативами с высокой прибылью, с большим риском и альтернативами с низкой прибылью и малым риском. Для многих лиц, ответственных за принятие решения, трудность состоит в определении того, какой долей возможной прибыли они готовы поступиться в обмен на повышение уверенности в получении прибыли. Каждому новичку, собирающемуся вложить капитал в акции, трудно отчетливо объяснить своему маклеру, какое соотношение между прибылью и риском он считает совместимым с целью своих вложений. Также фирма, изучая вопрос о приобретении новых информационных технологий, может испытывать трудности балансирования возможной экономии финансовых средств с нежелательными последствиями недогрузки части своих конторских служащих. И снова коренной вопрос состоит в том, сколько усилий нужно посвятить выяснению системы ценностей перед тем, как перейти к другим реакциям на ситуацию принятия решения. Эти реакции, какова бы ни была полнота, и последовательность их осуществления в конечном итоге приводят к видоизмененной формулировке проблемной ситуации, которую руководитель готов положить в основу при выборе решения. Подобные реакции можно рассматривать как составляющие процесса обучения. Заметим также, что они обычно осуществляются до принятия определенного решения. Не следует думать, что у него когда-либо появляется абсолютная уверенность в том, что он рассмотрел все возможные способы действий, что ему точно известны все их последствия или что он четко представляет себе свои цели и то, как эти действия будут способствовать их достижению. Как бы он ни хотел достигнуть такой уверенности, на практике под давлением текущих дел, по соображениям экономии времени и средств и благодаря разумному стремлению примириться с некоторой неопределенностью, в конце концов, осознает, что невозможно более оттягивать принятие решения. И снова коренной вопрос состоит в том, какую степень неопределенности он склонен допустить, или какую степень неопределенности для него было бы *«разумно»* принять. В какой момент ему следует согласиться, что имеющаяся концепция ситуации отвечает его целям, но он вправе действовать так, как если бы имеющаяся концепция точно соответствовала действительности? Когда руководителю удалось добиться удовлетворительной основы для принятия решения, он его принимает и в конечном счете воплощает в жизнь. Результаты реализации принятого решения в более или менее явной форме включаются в его личный опыт и в фонд информации фирмы, образуя потенциальную основу для последующих решений. Когда такое усвоение результатов осуществляется посредством стандартных процессов, часто говорят об определенной системе управления и руководства (*management control sistem*). Разумеется, рассмотрение такого типа обучающихся или адаптивных систем требует применения своих специфических приемов.

2. РАЗВИТИЕ НАУКИ КАК ПРОЦЕСС ОБУЧЕНИЯ

Наука, подобно управлению, представляет собой разнообразную и сложную сферу деятельности, и всякая попытка ее формализации должна исходить из упрощенного толкования природы науки. Разумно принять, что работа ученого состоит из следующих этапов:

1) выдвижения заслуживающих внимания гипотез на основе собственного опыта и интуиции или на основе накопленных обществом знаний по данному предмету;

2) постановки эксперимента для подтверждения этих гипотез;

3) использования результатов этих экспериментов для пополнения, как своего личного опыта, так и системы знаний данной науки, что создает базу для выдвижения новых гипотез и постановки новых экспериментов.

Имеется ряд явлений, относительно которых у ученых возникает лишь небольшая неопределенность, ввиду чего нет особой необходимости в дальнейших гипотезах и экспериментах. Но есть и такие явления, которым присуща большая неопределенность и которые становятся предметом обширных программ экспериментирования обучения. С этой точки зрения представляется разумным рассматривать науку и управление как сферы деятельности, которые, будучи процессами обучения, имеют много общих черт. Если концепцию руководителя относительно ситуации, требующей принятия решения, рассматривать как гипотезу, то действия по проверке этой гипотезы могут вполне рассматриваться как проведение эксперимента. Управление можно, подобно науке, считать динамической, экспериментальной и самокорректирующейся деятельностью, что, по сути дела, и составляет задачу обучения. Необходимо извлечь пользу из этих аналогий, не пытаясь, однако, насильственно расширять их. Формы протекания этих двух процессов обучения обладают рядом существенных различий, однако эти различия с изложенной точки зрения носят скорее количественный, чем качественный характер.

2.1. Использование дедуктивного метода гипотез

Со времен Ньютона физики выражают выдвигаемые ими гипотезы и теории на языке математики. Это дает определенные преимущества, позволяя изучать дедуктивные следствия гипотез и взаимные связи между гипотезами и содействуя построению единой теории, которая смогла бы объяснить все интересующие нас явления, исходя из нескольких основополагающих законов. Экономика, а в последнее время также психология и социология начинают соперничать с физикой в использовании математических формулировок и моделей.

Если экспериментальные данные можно вывести из модели, и если одни и те же выводы могут быть получены как дедуктивным, так и экспериментальным путем, то говорят, что модель объясняет данные. В свою очередь данные придают модели достоверность, хотя они и не могут однозначно установить ее справедливость. Каково бы ни было количество полученных данных, остается некоторая неопределенность относительно того, останется ли модель правомерной и в будущем. Все же рано или поздно наступает такой момент, когда неопределенность уменьшается и появляется уверенность, что модель можно применять для предсказания результатов будущих опытов.

Процесс обучения, который имеет целью как объяснение, так и предсказание явлений, и есть метод гипотез и дедукции. Конечно, в управлении нет ничего похожего на хорошо развитую математическую теорию, разработанную физиками. Тем не менее, основной посылкой науки управления служит тезис о том, что явления, связанные с управлением, с успехом могут быть описаны посредством математических моделей. Это дает возможность использовать дедуктивные методы, что весьма важно для процесса обучения в области управления. В этом направлении достигнут значительный прогресс, дающий ученым повод для обоснованного оптимизма и наносящий удар по скептицизму практиков, полагающихся только на свой личный опыт.

2.2. Эксперимент и накопление опыта

Обучение путем накопления практического опыта было традиционным способом приобретения более глубоких знаний о сущности проблем управления. В науке же традиционным всегда было обучение посредством целенаправленных, тщательно поставленных экспериментов. Это различие между опытом, практической работой и специально поставленным экспериментом является принципиальным. Наука управления предлагает начать преобразовывать расплывчатые формы накопления опыта в управлении в сторону их сближения с систематизированным опытом и планируемыми экспериментами науки. Чтобы перейти к планируемым экспериментам, необходимо ввести определения для понятий, входящих в рассматриваемые гипотезы. Говорить о служебной этике, об удовлетворении запросов потребителя, о воинской чести или о добросовестной работе имеет смысл лишь тогда, когда каждое из этих понятий может быть идентифицировано на опыте и измерено. Это, разумеется, не всегда означает проведение точных измерений, как в физике. Для некоторых целей весьма полезно то, что можно различать группы служащих, добросовестно и недобросовестно относящихся к своим обязанностям, измерять же их добросовестность по какой-то численной шкале оценок совершенно излишне.

Проведение эксперимента предполагает наличие какого-то определенного убеждения до эксперимента и изучение влияния, оказываемого на это убеждение реальными обстоятельствами. Без этого наука стала бы просто скоплением наблюдений. При наличии указанных условий наука может пытаться извлечь максимум информации из любой совокупности данных. В этом смысле эксперимент означает эффективное использование данных, в то время как в случайных наблюдениях практического опыта они используются расточительно или неразумно. Помимо выпускаемых на рынок товаров и услуг другим весьма важным *«продуктом»* фирмы, пожалуй, является информация о том, как ей следует усовершенствовать свою собственную деятельность. Переходя от наблюдений и практического опыта к эксперименту, можно получить надежду на оптимизацию производства этого второго *«продукта»* деятельности фирмы.

2.3. Использование интуиции

Управление представляет собой деятельность, в которой важную роль играет интуиция. В самом деле, во многих областях эффективные решения действительно принимаются с широким использованием интуиции; разумеется, это относится и к научным исследованиям. Чем более компетентен математик или ученый, тем больше вероятность того, что у него хорошо развита интуиция, и он ее эффективно использует. Поэтому важной задачей при подготовке, как ученых, так и руководителей является развитие у них интуиции. Однако роль интуитивно принятых решений различна в деятельности ученых и руководителей. В сфере управления часто главный упор делается именно на интуитивные решения, и руководителя оценивают, как правило, исключительно по его умению использовать интуицию. В условиях отсутствия четко разработанных альтернатив, будучи загруженными текущими делами фирмы и испытывая особую гордость от умения выносить *«деловые суждения»*, руководители обычно удовлетворяются тем, что процесс принятия решений носит у них чисто интуитивный характер. Что же касается ученого, то, хотя он в полной мере использует интуицию при оценке фактов, открытии новых явлений или выдвижении гипотез, он не полагается целиком на одну лишь интуицию. Действительно требование *«объективности»* в науке вовсе не означает, что интуиция плоха, а лишь указывает, что она должна проверяться логикой и экспериментом. Наука как сфера деятельности может быть грубо разделена на следующие два процесса: процесс открытия, носящий в значительной степени интуитивный характер, и на формальный процесс проверки открытия. Как бы ценна ни была для ученого интуиция, требуется ее проверка.

2. 4. Засилье текущих дел

По своей сути управление означает принятие решений в условиях быстрой смены событий. Благоприятные возможности должны немедленно использоваться, иначе они будут утрачены. На возникающие ситуации требуется быстрая реакция, а объем работы и ее сложность предъявляют высокие требования к быстроте ума и сообразительности типичного руководителя. В противоположность этому ученый часто работает в условиях, которые не требуют мгновенных решений и быстрой реакции и дают ему возможность основательно и методично продумывать свои выводы, не отвлекаясь побочными обстоятельствами. Нелепо было бы давать руководителю рекомендации, в которых не учитывалось бы давление текущих дел, которое ему постоянно приходится испытывать при работе. Какой смысл исходить из допущения, что руководитель работает в условиях, типичных для работы ученого, когда на самом деле это не так. Одна из основных гипотез науки управления состоит, поэтому в том, что она способна усовершенствовать процесс обучения принятию решений при существующих внешних ограничениях, а вовсе не должна просто игнорировать эти ограничения. Проблема состоит в том, как оптимизировать обучение при заданной стоимости получения информации, при имеющихся средствах обработки информации и жестких лимитах времени, характеризующих ситуацию управления.

Возможно, что эта зависимость от реальной обстановки, в которой протекает принятие решений, как раз и составляет наиболее характерную особенность науки управления. Однако здесь следует еще раз подчеркнуть, что указанные различия между управлением и наукой, скорее, касаются степени, чем существа дела. В общем, руководители отличаются от ученых лишь степенью математизации их гипотез, степенью обоснованности их опыта, степенью, в которой они полагаются на интуицию, и степенью, в которой поток текущих дел оказывает давление на принятие решений. Науку управления можно рассматривать как программу уменьшения той степени, в которой управление отличается от науки, с целью повышения. Итак, наша основная гипотеза сводится к тому, что путем использования методов точных наук при принятии решений можно достигнуть усовершенствования управления и что сближение адаптивных процессов обучения в управлении с процессами обучения в точных науках может дать существенный выигрыш. При этом вовсе не предполагается, что руководитель должен разбираться во всех деталях науки управления; он должен лишь принять ее общую стратегию, поручив разработку тактических деталей опытному специалисту по научному управлению.

Наука управления помогает дать четкие и разумные ответы на следующие вопросы:

1. Когда руководитель может при принятии решения полагаться на свою интуицию, и в каких случаях он должен стремиться к строго определенным выводам, подтверждаемым экспериментом?

Ясно, что не всякое решение имеет смысл подвергать исчерпывающему анализу.

2. В каких случаях руководитель должен поручать часть необходимого для него процесса обучения специалисту по науке управления, другому руководителю или вычислительной машине?

Важно показать, что выполнение ряда задач может быть передоверено другим, благодаря чему у руководителя остаётся больше времени для решения задач, которые может решить только он сам.

3. Как долго следует продолжать процесс поиска альтернативных способов действий?

4. Какие и в каком количестве данные должны быть получены? Как наиболее целесообразно включить эти данные в накопленный опыт? Какие предсказания, выводы и прогнозы

представляются разумными с точки зрения имеющихся данных и практического опыта?

Короче говоря, наука управления ставит себе целью оптимизировать адаптивный процесс обучения. В этом смысле науку управления можно рассматривать как нарождающуюся науку, делающую только первые шаги. Процесс обучения принятию решений в управлении изучается более подробно, чтобы выяснить, какие имеются основания ожидать от науки управления, что она окажется в состоянии повысить эффективность этого процесса [1].

3. ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ (ЛОГИКА И ПСИХОЛОГИЯ)

3.1. Индивидуальные и групповые решения

Часто удобно считать ответственным за принятие конкретного решения определенное лицо и именно с него начинать изучение адаптивного процесса принятия решения. Индивидуальный руководитель может консультироваться с другими, взвешивать их суждения, и возможно, даже перепоручать выполнение части процесса другим, но если полномочия и ответственность лежат на нем, то принимаемое решение мыслится как *«его»* решение. Этот руководитель может время от времени сталкиваться с конфликтной ситуацией, когда привычные приемы принятия решения оказываются неэффективными.

Конфликтная ситуация может возникнуть вследствие неопределенности, из-за стремления найти дополнительные альтернативы или из потребности уточнить свои цели. Можно считать, что чем больше разница между найденными вариантами решения и тем, что ожидалось руководителем, тем более вероятно, что он окажется в состоянии конфликта. Чем сложнее решение и чем менее оно соответствует прошлому опыту руководителя, тем больше вероятность того, что обычно применяемые им методы выбора окажутся непригодными. Одно из наиболее важных применений науки управления — поиск разрешения конфликта между членами принимающей решения группы.

Наука управления стремится дать такой анализ ситуации, который заставил бы разумных людей прийти к единому мнению и выработать вариант действий, который всеми может быть признан *«наилучшим»* для организации в целом. Это более желательная реакция организации, чем политика *«сделок»* и *«уступок»,* к которой приходится прибегать для разрешения конфликтов в других случаях. Просто речь идет о руководителе или о лице, принимающем решения (ЛПР), однако надо, иметь в виду, что часто это лишь абстракция, не вполне отвечающая действительной природе изучаемых процессов принятия решений, так как при этом остаются в стороне сложные социологические проблемы принятия решений в реальных организационных условиях.

3.2. Упрощение

Важное значение для понимания любых действий по принятию решений имеют методы, при помощи которых принимающий решение упрощает картину окружающей его среды. Он должен это сделать для того, чтобы привести свою концепцию картины в соответствие со своими познавательными возможностями. Неверно было бы думать, что люди осознают все, что происходит вокруг них; скорее, они отбирают из всех имеющихся стимулов некое упрощенное их множество. ЛПР тоже не охватывают в своих понятиях проблемы управления во всей их сложности. Они рассматривают эти проблемы в упрощенном виде, делающем эти проблемы *«интеллектуально постижимыми»*. Информационные способности мозга ограничивают число альтернатив, количество связей, объем прошлого опыта и все, что может стать объектом его сознательной деятельности. Ключом к пониманию поведения в ситуации выбора является понимание концептуальной модели, используемой для упрощения бесконечно сложной фактической ситуации и приведения ее к поддающемуся обработке виду. Для такого упрощения может оказаться полезным один из приведенных ниже способов.

1. Обращение к *«эмпирическому правилу»*. Указания: *«фирме надо иметь запасы на 30 дней работы»* или *«надо ожидать, что вложения окупятся за три года»* – таковы примеры условных упрощений, которые часто применяются вместо детального анализа.

2. Обращение к системе категорий. Часто для отнесения решения к определенному широкому классу применяются категории общего плана. Каждый класс характеризуется конкретными действиями, заранее определенными как более или менее подходящими для решений этого класса. Вообще говоря, чем шире и полнее категория общего плана, тем менее эффективны соответствующие ей реакции на любое конкретное решение.

3.3. Пренебрежение малозначащими величинами

Упрощение может быть достигнуто путем ограничения рассмотрения только теми факторами, которые наиболее легко измеряются или являются наиболее *«ощутимыми»*. Так, в деловой сфере в ряде случаев можем ограничиться рассмотрением дохода, единиц продукции и т. п., отвлекаясь от всей сложности человеческих отношений, социальных и моральных ценностей.

3.4. Приспособление к ближайшему горизонту планирования

Решения часто вызывают последствия, простирающиеся в далекое будущее, что может быть выявлено обстоятельным анализом задачи. Обычно, чем к более отдаленному будущему относится событие, тем больше сопутствующая ему неопределенность; чем отдаленнее получение будущего дохода, тем менее охотно мы соглашаемся делать для него затраты в настоящем. В проблеме принятия решений много усилий прилагается к упрощению задачи путем использования сравнительно близкого горизонта планирования, при котором развитие событий прослеживается лишь на ближайшее будущее, не далее некого фиксированного предела. Аналогичным образом упрощение может быть достигнуто и при ограничении использования прошлого опыта лишь относительно недавними событиями.

3.5. Пренебрежение риском

Как только организация становится настолько крупной, что может извлечь пользу из разделения труда в области принятия решений, становятся необходимыми методы, позволяющие учитывать сопутствующие решениям риск и неопределенность. Такая необходимость возникает, когда выполнение части процесса принятия решений поручается другим лицам или вычислительной машине. Однако характерной чертой в деятельности организации является то, что риск и неопределенность редко учитываются в явном виде; обычно они просто замалчиваются. При передаче информации от одной организационной единицы к другой вариабельность данных часто сознательно игнорируется, и сообщаются лишь обобщающие показатели. Возможность делать квалифицированные и обоснованные суждения о риске и неопределенности утрачивается, если запрашиваются лишь мнения, и они выдаются за достоверные данные. Руководители часто судят о связанных с риском ситуациях лишь на основании *«лучших оценок»* соответствующих показателей, пренебрегая их неопределенностью.

В силу этого чья-то грубая догадка, отражающая лишь порядок величины, в процессе подготовки решения совершенно неоправданно принимается за строго установленную числовую величину. На деле получается почти так, что, чем больше неопределенность оценки, тем меньше организация склонна признать что-либо, кроме числа однозначно выражающего эту оценку. Использование численных выражений для оценки риска в крупных организациях способствовало бы:

а) налаживанию связи в целях координирования деятельности;

б) рациональному распределению труда по принятию решения;

в) планированию деятельности справочно-информационной системы фирмы;

г) изучению, совершенствованию и проверке тонкого процесса соединения трезвых и разумных суждений с точными данными в ходе принятия решения.

Можно высказать ряд правдоподобных гипотез относительно причин, обсуждающих стремление исключать из рассмотрения риск. Когда руководители не располагают надежными средствами для учета риска, с которым сопряжен выбор того или иного решения, у них появляется желание игнорировать его, ибо, признав существование риска, они должны были бы указать, как этот риск учитывается при принятии решения. При отсутствии же такого плана для учета риска в явном виде руководителю пришлось бы в какой-то степени признать *«волевой»* характер принимаемых им решений. Пренебрежение риском позволяет организации передавать информацию и вести обсуждение на языке строго определенных величин. Такой способ выражения обычно оказывается привлекательным по следующим причинам:

1. Определенность является характерной чертой традиционного академического взгляда на принятие решений в деловой сфере. В этом отражается тенденция к выражению фактов в виде стандартных формул и применению соответствующих способов мышления.

2. Определенность может быть связана с личными качествами ЛПР, такими как смелость, наступательный дух, твердость, воля к победе, уверенность в себе и ощущение собственной силы.

3. Определенность, несомненно, в какой-то степени связана с отмеченным выше отсутствием языка для обсуждения и выражения неопределенности.

4. Определенность может содействовать поддержанию представления о самом себе как о человеке, прочно стоящем на ногах, уверенным в себе и добивающемся успеха в делах.

5. Определенность может отчасти оправдать использование всякого рода догадок, намеков, привычек и эмпирических правил, упрощая модель принятия решения.

6. Самым важным является то, что определенность может помочь объяснить некоторые иррациональные отношения, которые психологи установили между очевидностью, опытом и уверенностью. Факты сами по себе редко оказываются достаточными для изменения человеческих мнений.

Здесь речь идет о широко распространенной склонности людей, превращать предположения в факты, сомнения в уверенность и пересматривать представления, требующие принятия решения ситуации в таком направлении, чтобы удовлетворить потребность в определенности. Пожалуй, одной из наиболее важных причин, по которым руководитель редко оперирует с риском в явной форме, является недостаточность языка, на котором это можно было бы выразить. То, в какой мере удается сделать наши положения операциональными, в сильной степени зависит от того языка, которым располагаем. Конечно, руководители распознают решения, принятые с некоторым риском, и говорят о более или менее рискованных будущих событиях. Чтобы преобразовать эти соображения в формулы, надо знать основные понятия вероятности.

Иными словами, смысл утверждений, содержащих идею риска, может быть выявлен только путем задания способа измерения риска. Интерпретация теории вероятностей на языке событий в области деловой деятельности, по существу представляет собой набор операций для измерения риска. Кажется оправданным предположение, что термины *«вероятность», «риск»* и *«закон средних значений»* не являются в полной мере понятными при их обычном употреблении людьми, не искушенными в теории вероятности и ее интерпретации. В связи с этим руководитель, не располагающий операциональной концепцией риска, оказывается в весьма невыгодном положении, когда ему надо точно выразить свои соображения по решениям, связанным с определенным риском. Усилия науки управления направлены на то, чтобы удовлетворить эту общую потребность в упрощении путем облегчения связанных с этим познавательных процессов. Она предлагает четко регистрировать и подвергать анализу накопленный опыт вместо практиковавшегося до сих пор небрежного и случайного ознакомления с ним. Она предлагает ввести язык, позволяющий выражать неопределенность в явной форме, понятной всем участникам организации. Наука управления разрабатывает концептуальные структуры в виде математических моделей, позволяющих систематически изучать вопросы, связанные с принятием комплексных решений. Благодаря этому наука управления создает основу с фильтрованием помех при восприятии опыта и для выявления в ситуациях определенного концептуального порядка. При этом она исходит из предположения, что, чем больше проблем, возникающих при принятии решений, руководитель может сформулировать в явной форме, тем меньшее их число он должен держать в уме в неоформленном виде и тем меньше, следовательно, будет надобность в упрощении сложившейся у него концептуальной схемы проблемы.

3.6. Искажения процесса познания

Как уже указывалось, одной из функций науки управления является расширение пределов интуиции руководителя, когда он колеблется в выборе решения ввиду новизны или сложности проблемы. С этим тесно связана ситуация, когда интуиция подводит к решениям последовательными этапами, которые не вполне осознаются и не выражены в явном виде, и когда возникает желание проверить обоснованность таких решений. Хочется выяснить, не основаны ли они на предвзятости мышления, на ошибочной логике или на игнорировании стремиться избежать, могут рассматриваться как искажения процесса познания. Известно, что при принятии сложных решений не все умеют в достаточной степени дисциплинировать свой ум по законам логики и в соответствии с содержанием их прошлого опыта. Основная трудность, пожалуй, состоит в том, что процессы восприятия, припоминания и обдумывания отнюдь не свободны от воздействия со стороны человеческих нужд и влечений. Одной из самых насущных нужд является потребность в определенности. Руководителю тоже свойственно присущее большинству людей желание быть уверенным в последствиях своих действий.

Если информации для этого недостаточно, он может подсознательно изменить свою концепцию решения, несмотря на неопределенность и так ослабить свою тревогу. Первоначальная концепция ситуации может быть нарушена такими факторами, как потребность принять решение, которое можно было бы обоснованно защищать в будущем и которое подкрепляет справедливость его прежней позиции и ранее принятых решений, или же потребность видеть вещи в привычном или социально приемлемом свете.

3.7. Обучение

Особый интерес представляют те ошибки в познавательной деятельности, которые обнаруживаются в процессе обучения, т. е. в процессе усвоения новой информации и включения ее в систему ранее выработанных понятий. Важная проблема в этом случае состоит в том, какой вес следует придавать прошлому опыту и какой — новым данным и текущей информации. Излишняя уверенность и предубежденность указывают на то, что человек придает слишком большой вес прошлому опыту. Принимающий решения может быть дезориентирован не относящимися к делу событиями или преувеличивать важность тех или иных событий, опасных с точки зрения их возможных последствий. Интересно, что, когда люди имеют возможность приобрести существенную для принятия решения информацию, они готовы платить за нее больше, чем этого требует ситуация, и приобретать большее количество информации, чем это соответствует их подлинным нуждам и целям. При этом они, как правило, не прилагают достаточных усилий, чтобы максимально уменьшить неопределенность данных. Наука управления может содействовать оптимизации процесса обучения и тем самым повысить эффективность принятия решений. Можно сказать, что наука управления дает руководство к ясному мышлению.

3.8. Основные принципы принятия рациональных решений

Есть вещи, которые никто не может сделать вместо лица, принимающего решение. Специалисты науки управления не могут гарантировать ему успех и отыскание *«единственно верного решения»*. Они могут только помочь ему в его продвижении к *«разумным решениям»* с учетом тех знаний, которыми он располагает перед началом действий. Даже если благодаря сознательным и тщательно продуманным действиям принято хорошее решение, хороший результат все же зависит от удачи. Если кому-то надо попасть из Алматы в Астану, и время для него важнее стоимости проезда, хороший совет воспользоваться самолетом. Если его самолет потерпит аварию и человеку будет причинен ущерб, это не значит, что принятое решение было неразумным. Качество определяется тем, будет ли человек считать его разумным и оправданным безотносительно к осуществившемуся результату. Самое большее, чего можно ожидать это принятия таких решений, которые будут выглядеть удовлетворительными для ЛПР даже в ретроспективном плане. Конечно, никогда не удается избавить руководителя от необходимости жертвовать одними целями ради осуществления других. Редко удается найти такие пути, которые приближали бы руководителя одновременно ко всем его целям. Можно попытаться помочь принимающему решение в выяснении связи между различными его целями, помочь ему более четко осознать возможные компромиссы между решениями, сулящими высокие прибыли при большом риске и малые прибыли – при малом. Специалисты науки управления не могут полностью избавить руководителя от всей имеющейся неопределенности. Но они могут помочь ему выразить эту неопределенность, разумно уменьшить ее с учетом новой информации и сознательно действовать в этих условиях. Специалисты науки управления не могут сделать процесс принятия решения легким для руководителя. На деле они иногда делают его даже более трудным. Иногда они требуют значительных усилий, и естественно, что не все их рекомендации применимы в повседневной практике принятия решений в области управления. Задача показывает, каких выгод может ожидать тот, кто приложит усилия для внесения четкости и логичности в процесс подготовки решения. Лишь указав на возможные выгоды, наука управления дает принимающему решения лицу основу для решения вопроса о том, какие из его проблем действительно достаточно важны и достаточно страдают от неопределенности, чтобы оправдать приложение соответствующих усилий. Общая стратегия науки управления основана на том предположении, что, во первых, необходимо выяснить, с одной стороны, каковы цели ЛПР, его *«система ценностей»*, а с другой – каковы его суждения и мнения, основанные на прошлом опыте. Этого можно достигнуть, выясняя у руководителя, каков был бы его выбор в ряде достаточно простых ситуаций. На основании его ответов можно было бы построить формальную теорию, касающуюся:

1) целей *«ценностей»* или предпочтений руководителя;
2) его мнений или *«суждений»* относительно вероятности различных событий;
3) его методов комбинирования ценностей и *«суждений»*, на основе которых осуществляется выбор.

Как и всегда в таких случаях, эта теория не утверждает, что именно так сознательно или бессознательно действует принимающий решение человек. Ход его мыслей пусть исследуют другие. Наука управления считает свою задачу выполненной, если ей удается построить теорию, которая в разумных пределах способна описать и предсказать результаты того или иного поведения руководителя в ситуации выбора. Единственно, что она утверждает, это то, что о принимающем решение полезно думать, будто он действует, рассуждая определенным образом. Если руководитель при принятии будущих решений желает действовать согласно некоторым достаточно простым и приемлемым принципам, можно предложить полезные методы принятия не встречавшихся ранее или особенно сложных решений.

Если он хочет действовать на основе своих суждений и мнений, выработанных при решении более простых задач, наука управления может показать ему, как достигнуть этого с помощью более или менее простых расчетов. Специалисты науки управления не могут предложить ему ничего, кроме метода перехода наиболее разумным и последовательным путем от простых решений, с которыми он в состоянии справиться без посторонней помощи, к сложным решениям, для принятия которых его прошлого опыта заведомо недостаточно. Специалисты науки управления надеются включить в рассмотрение не только решения, касающиеся выбора образа действий в традиционной области задач управления, но и решения относительно объема необходимого поиска и количества требуемой информации, способов учета мнений экспертов и общих принципов построения информационных систем в области управления.

Отметим, что руководителю вовсе нет необходимости вникать в терминологию или математические тонкости нашей теории. От него требуется лишь дать ответ на несколько вопросов относительно его предпочтений в поставленных перед ним задачах по принятию решений. Это может оказаться для него не столь простым делом и, вероятно, плохо соответствует привычным для него формам мышления. Поэтому он должен стараться дать тщательно продуманные ответы. О правильности своих ответов он узнает, когда ему будут показаны некоторые логические следствия предложенных им действий. Если руководитель не может примириться с этими следствиями, он должен проявить достаточно терпения, чтобы вернуться назад и проверить, *«действительно ли он имел в виду то, что сказал»*. Руководителю следует также иметь в виду, что специалисты науки управления вовсе не намерены, пренебрегать его опытом и интуицией, а рассматривают их как первичные входные данные. Они не навязывают ему свои предпочтения, а хотят лишь помочь ему действовать более последовательно, исходя из той системы предпочтений, которая сложилась у него или его организации. Необходимо дать простор его интеллекту, обеспечить полное и эффективное раскрытие его способностей, а не стремиться к созданию жестких шаблонов, в которые можно было бы зажать мысль руководителя. Если эта цель будет достигнута, руководитель сможет освободить свои решения от ошибок и непоследовательностей, которые, к сожалению, всем нам свойственны. Он сможет перепоручать часть процесса подготовки решения другим, сохраняя достаточную уверенность в том, что результаты будут близки к намеченным им самим. Наконец, он получит удовлетворение от сознания, что его решения объективно разумны независимо от того, какими могут оказаться окончательные их результаты.

4. ОПЫТ УПРАВЛЕНИЯ И ОБУЧЕНИЕ

4.1. Шкалирование суждений

Проблема, с которой сталкиваются на первом этапе выполнения программы, состоит в выявлении и использовании прошлого опыта человека, принимающего решение. Рассмотрим в простейшей форме основную идею логической схемы адаптивного обучения — пересмотр сложившихся мнений в свете новой информации.

Пусть есть проблема — определение шкалы предпочтений для лица принимающего решение. Это приведет нас в итоге к теории принятия решений, которая объединит основанные на прошлом опыте суждения, их пересмотр в свете новой информации и имеющейся у руководителя системы предпочтений в единую логически согласованную схему выбора. При рассмотрении суждений следует помнить, что разные люди отличаются друг от друга не только имеющимся у них опытом, но и способностью к извлечению из памяти и обобщению накопленного опыта. Поэтому их суждения о будущем тоже будут различны. Такие суждения называют *субъективными*. Но требуется большая осторожность, когда беремся за программу, целью которой является исключение *«субъективных суждений»* и нахождение способа их *«объективизации»*. Ведь именно суждение, основанное на личном опыте, является одним из наиболее ценных качеств любого администратора. Возможно, что оно является самым существенным компонентом наиболее интересных решений в области управления. Поэтому любая программа, рассчитанная на оказание помощи руководителю при принятии решений, но не учитывающая этого обстоятельства, рискует оказаться нереалистичной и будет отвергнута руководителями как *«сугубо теоретическая»*. Конечно, никому не нужны случайные, плохо продуманные мнения, почти или вовсе не опирающиеся на опыт, даже если их и назвать субъективными. Речь идет об обоснованных мнениях умных и рассудительных руководителей, опирающихся, как правило, на богатый опыт.

Итак, первая стоящая перед нами задача — выявить и сформулировать суждения ответственного за решение лица относительно тех или иных событий, т. е. образовать *«шкалу»* этих суждений. Прежде чем выбрать какой-либо метод шкалирования, прибегают к особому методу, позволяющему посредством достаточно простых расчетов проверить, согласуются ли суждения друг с другом. Логическая согласованность или непротиворечивость (*consistency*) суждений здесь определяется в соответствии с некоторыми обычными правилами разумного поведения, но отложим на время обсуждение точного смысла этого понятия.

Вообще говоря, от человека, принимающего решение, не требуется понимания теории, используемой для выражения его суждений. Он вовсе не обязан знать точный смысл таких понятий, как *«вероятность»* или *«полезность»*. От него требуется лишь желание и способность принимать решения в некоторых простых ситуациях. Так как руководитель, как правило, — лицо, в основном занимающееся принятием решений, это требование вполне резонно. Можно ставить задачи, представляющие особый интерес или имеющие особое значение для руководителя, или же такие задачи, которые приводят к тщательно продуманным ответам или решениям, логические следствия которых он охотно склонен принять. Рассматриваемые задачи на принятие решений, хотя и являются простыми, могут поначалу показаться непривычными и трудными. Руководителю, безусловно, потребуется некоторая тренировка и дисциплина, чтобы дать содержательные ответы на поставленные вопросы.

4.2. Базисный эксперимент

В основе шкалирования лежит эксперимент, имеющий несколько возможных исходов и предназначенный для выявления присущего руководителю поведения в специально подобранной ситуации принятия решения. Предлагаемый эксперимент имеет N возможных исходов, пронумерованных числами 1, ..., i, ..., j, ..., N и характеризующихся тем, что если руководителю предлагается выбор между двумя альтернативами:

a1: значительный выигрыш при исходе i и ничего в остальных случаях;

a2: тот же выигрыш при исходе j и ничего в остальных случаях, испытуемому безразлично, какую из альтернатив выбрать, независимо от того, какой из исходов **i** или **j** наступит. Безразличие (*indifference*) означает, что если выбор будет произведен за него кем-либо другим и будет выбрана альтернатива **a1**, то руководитель не склонен будет прилагать усилия, чтобы выбор изменился в пользу альтернативы **a2**.

Как сделать выбор между двумя альтернативами:

a1: большая премия (выигрыш), если будет иметь место любой из **x** исходов, и ничего в остальных случаях;

a2: та же премия, если будет иметь место любой из y исходов, и ничего в остальных случаях.

Тогда выбирающий отдает предпочтение **a1** по сравнению с **a2** в том и только в том случае, если x > y.

Что касается суждений руководителя об исходах базисного эксперимента, то здесь естественно говорить, что он считает их *«равновероятными»*. Это, однако, не необходимо, так как можно было бы просто прошкалировать его суждения, присваивая каждому экспериментальному исходу определенное число, или *«вес»*. Иными словами, можно было бы отразить его безразличие к выбору, связывая с каждым экспериментальным исходом произвольно выбранное число **k**. В дальнейшем полезно выбрать **k** равным **1/N**, хотя пока это число может показаться столь же хорошим или плохим, как и любое другое.

Допустим, что действительно найдена лотерея с N билетами, по отношению к которым человек, принимающий решения, обнаруживает безразличие в указанном выше смысле. Используя базисный эксперимент с лотереей в качестве инструмента шкалирования, можно выразить в явной форме суждения человека о событиях, ожидаемых в сфере его деловой активности. Рассмотрим какое-либо реальное событие **Eo**. Руководителя спрашивают, каков его выбор, если ему приходится выбирать между контрактом, сулящим большой доход в случае, если произойдет событие **Eo**, и не приносящим никакого дохода при отсутствии события **Eo**, и некоторым числом **x** билетов нашей эталонной лотереи, выигрышный билет которой принесет такой же доход. Необходимо найти число билетов **x**, которое он сочтет столь же желательным, что и контракт, подразумевающий событие $\mathbf{E_0}$. Можно испытать несколько значений **x**, подбирая их до тех пор, пока не будет найдено то значение, при котором руководитель безразличен к выбору, или же можно сразу спросить, каковым должно быть значение **x**, чтобы его отношение к выбору характеризовалось безразличием. Вопрос о том, как наиболее быстро найти правильную величину **x**, связан с некоторой трудностью психологического порядка, но в настоящий момент просто предположим, что это можно сделать.

Рассмотрим конкретный пример принятия решения с более общей точки зрения. Свяжем с **Eo** число **x/N**, называемое *«весом»*, и обозначим его **w**{**Eo**}. Вполне разумным кажется следующее предположение: если человек рассматривает событие $\mathbf{E_0}$ как невозможное, он будет безразличен к выбору при **x = 0**; если он рассматривает **Eo** как достоверное событие, безразличие к выбору может иметь для него место только в случае, если он может приобрести все билеты, т. е. при **x** = N. Если он не уверен, что наверняка произойдет **Eo** или что **Eo** вообще не может произойти, то безразличие наступит при некотором значении **x**, лежащем между 0 и N**.** Таким образом, вес w(**Eo**) будет числом в интервале от 0 до 1 включительно, где 0 означает невозможность наступления **Eo**, а 1- **Eo**, что наступление **Eo** следует считать достоверным событием.

Рассмотрим два взаимно исключающих друг друга события **E1** и **E2** и предположим, что руководителю предлагается **контракт** (называемый контрактом **A**) с большой прибылью, если наступает либо **E1**, либо **E2**. Как и раньше, предположим, что имеется некоторое число лотерейных билетов, которые он согласен обменять на контракт. Обозначим это число через **X12**. Второй контракт

B предлагает ту же прибыль, если наступит **E1**; третий контракт **C** предлагает ту же прибыль, если наступает **E2**. Предположим, что руководителю безразличен выбор между **B** и **x1** билетами и между **C** и **X2** билетами. Тогда можно составить еще один контракт **D**, объединяющий контракты **B** и **C**. Так как условия контрактов **A** и **D** тождественны, можно предположить, что руководителю безразлично, какой из них выбрать. Безразличие к выбору можно выразить следующим образом:

или через веса $\mathbf{x1 + x2 = x12}$,

или $\mathbf{w(E1) + w(E2) = w\{E1 + E2\}}$.

Это означает, что если два взаимно исключающих события сгруппированы в одно составное событие, то вес этого события будет равен сумме весов исходных событий. Все это нужно для того, чтобы показать, что если указанные выше предположения выполняются, свойства весов в точности эквивалентны основным аксиомам математической теории вероятности, которые можно сформулировать в следующем виде:

а) вероятность есть число, лежащее в области от 0 до 1 включительно;

б) вероятность множества событий, которые в сумме образуют достоверное событие, равна 1;

в) вероятность любого из двух взаимно исключающих событий есть сумма их вероятностей. Тем самым становится оправданным использование математического аппарата теории вероятностей при вычислении приписываемых событиям весов. По этой причине указанные веса обычно называются *«вероятностями»*.

4.3. Согласованность

Возможность привлечения хорошо развитого аппарата теории вероятностей для вычисления весов является настолько полезной и важной, что примем перечисленные выше аксиомы как условия, в соответствии с которыми происходит назначение весов. Далее, если ответам опрашиваемого лица не хватает требуемой непротиворечивости и последовательности, можно указать ему на это в надежде, что он пересмотрит свое решение по шкалированию. Логика поведения людей не всегда согласуется с теорией вероятностей, но надеемся, что преимущества такого поведения побудят их добиваться этого. Вместе с тем большинство принимающих решения разделяют широко распространенное мнение, что действовать эффективно и в согласии с собственным опытом — значит следовать разумным принципам. Поступать иначе означало бы подвергать себя опасности принимать решения, которые не удовлетворяют нас при тщательном рассмотрении логических связей между мнениями, предпочтениями и действиями. Другими словами, предполагается, что руководители предпочитают принимать сложные решения так, чтобы при этом понимать, что именно они делают. Человек, убежденный, что вероятность выпадения *«герба»* при бросании монеты равна 1/2, но после того как он десять раз подряд наблюдал выпадение *«решетки»*, начавший верить, что вероятность выпадения герба в следующем, одиннадцатом бросании будет отлична от 1/2, на наш взгляд, является непоследовательным в своих мнениях. Такого человека можно легко вовлечь в азартные игры, в которых он с тем большей вероятностью будет проигрывать, чем чаще будет в них участвовать. Человека, считающего, что при двукратном бросании монеты имеются три равновероятных исхода (две *«решетки»,* два *«герба»*, одна *«решетка»* и один *«герб»*), можно втянуть в ряд азартных игр, которые принесут ему проигрыш.

В более сложных задачах последствия такого принятия решения могут оказаться просто зловещими. Тем не менее, нетрудно найти людей, убежденных, что при двукратном бросании монеты имеются три равновероятных исхода.

4.4. Содержательный смысл вводимых весов

Предположим, что человеку предлагают угадать, является ли верхняя карта в хорошо перетасованной колоде тузом или какой-то трефовой картой, и вознаграждают его за правильный ответ. Он называет трефовую карту, и его догадка считается *«разумной»*, *«интуитивно удовлетворительной»*, *«логичной»* или описывается в каких-то других терминах. Находим естественным прибегать к догадкам в таких ситуациях. В этом смысле наша программа приписывания весов просто пытается уловить то, что разумные люди делают так или иначе. Хотя большинство ситуаций в реальном мире не столь просты, как пример с колодой карт, аналогичный способ рассуждений можно найти и там. Люди покупают акции именно потому, что считают *«более вероятным»* повышение их стоимости на 10 пунктов в течение полугода, чем понижение на 10 пунктов за тот же период. Тем не менее, если их попросят ответить, насколько же более вероятным они считают повышение, т. е. попросят дать количественную оценку своего убеждения, то они обычно оказываются в затруднении. При принятии решений в области управления естественен неформальный и качественный образ мышления, который вполне оправдывает себя в простых случаях. В сложных ситуациях он уже не пригоден. Наука управления указывает, что справиться со сложностью можно лишь тогда, когда переходят от *«естественных»*, неформальных, качественных процессов мышления к формализованным, количественным, хотя, к сожалению, несколько неестественным способам представления решений. Можно спросить, однако, когда предпочтительнее для человека, принимающего решение, полагаться на интуицию — в случае простых или сложных решений? Нам кажется, что его опыт должен ему подсказать, что предпочтительнее иметь дело на интуитивном уровне с простыми, а не со сложными решениями.

Итак, предполагаем, что можно найти эксперимент, содержащий какую-то реальную модель ситуации со случайными исходами (*chance device*), по отношению к которой лицо, принимающее решение, обнаруживает определенный способ поведения. Его поведение при принятии решения будет таким, как будто исходы эксперимента являются равновероятными. Далее полагаем, что его суждения относительно какого-либо события, представляющего для него актуальный интерес, могут быть прошкалированы с помощью его ответов на вопрос, как бы он вел себя в некоторых простых ситуациях принятия решения. Событием может быть заключение выгодного контракта, достижение 10 %-го увеличения сбыта продукции в следующем году, выполнение производственного графика и т. д. Руководитель должен уметь указать свои предпочтения.

4.5. Связь с относительными частотами

В сознании многих людей представление о теории вероятностей ассоциируется с ее интерпретацией в терминах относительных частот исходов повторяющихся испытаний или наблюдений. Говоря о вероятностях, они подразумевают всегда лишь относительные частоты, поэтому необходимо сделать некоторые разъяснения относительно того, в каком смысле используется термин *«вероятность»*. Необходимо подходить к математической теории вероятностей так же, как и к любой другой ветви математики, рассматривая ее как абстрактную, непротиворечивую систему выводов, вытекающих из небольшого числа аксиом. Поэтому взятая сама по себе теория вероятностей никак не связана с наблюдаемыми событиями, и математик вовсе не обязан интерпретировать вероятность в терминах событий (рис. 2).

Однако, когда требуется *«применить»* теорию вероятностей к реальной действительности в смысле выдвижения определенных гипотез о возможных событиях, необходимо соответствующим образом интерпретировать понятие вероятности. Иными словами, при этом требуется система правил, позволяющих связать понятия теории с тем, что можно наблюдать в изучаемых явлениях.

Рис. 2

Одна из таких интерпретаций вероятности связана с понятием относительной частоты. В этом случае вероятность может быть интерпретирована как предел относительной частоты исхода при неограниченном повторении эксперимента. При этом обнаруживается, что теория вероятностей может быть использована для выведения одних относительных частот из других. В типичном примере с помощью этой теории можно установить соотношение между относительной частотой выпадения *«герба»* при двукратном бросании монеты и относительной частотой выпадения трех *«гербов»* при десятикратном бросании монеты, если эксперимент повторяется неограниченное число раз.

Очевидно, здесь предложен совершенно другой способ интерпретации математической теории вероятностей [1]. В нашей интерпретации понятие вероятности ассоциируется не с относительными частотами появления события, а с определенным наблюдаемым поведением человека при принятии решений. Это понятие используется не для вычисления других относительных частот, а для предсказания других способов поведения при принятии решений. Утверждаем, что, интерпретировав теорию для одних ситуаций принятия решений, можно предсказать, как принимающий решения будет действовать в других ситуациях. Если он действует в согласии с теорией вероятностей, наши предсказания окажутся правильными.

Таким образом, хотя имеются две различные интерпретации математической теории вероятностей, тем не менее, веса, или степени уверенности, высказываемые разумными людьми, будут, по-видимому, близки к относительным частотам. Если разумного человека определить как человека, чьи веса, или степени уверенности, согласуются с теорией вероятностей, можно прийти к следующему заключению: *«Каково бы ни было его первоначальное мнение, разумный человек после ознакомления с относительными частотами изменит это мнение таким образом, что его веса, или степени уверенности, приблизятся к относительным частотам».* Пусть какой-то человек на собственном (или чужом) опыте убедился в том, что относительная частота выпадения *«герба»* при повторных бросаниях монеты лишь очень редко намного отличается от 0.5 в длинной серии бросания монеты. Тогда люди будут считать его поведение разумным, если при однократном бросании монеты и вознаграждении за правильное угадывание он наугад назовет любую сторону монеты.

Следовательно:

а) разумные люди, имевшие сходный опыт, должны придерживаться и сходных мнений;

б) до тех пор, пока имеется возможность получения достаточного количества данных или приобретения достаточного опыта, первоначальное мнение или распределение весов может быть несущественным, так как роль первоначального мнения станет пренебрежимо малой при постепенном изменении мнения под влиянием дополнительных данных;

в) когда разумные люди расходятся во мнениях, это свидетельствует о том, что их опыт и доступная им информация были в существенных чертах различны.

Эти утверждения играют чрезвычайно важную роль в науке управления и будут изучены более подробно.

Нужно ясно сознавать, что, хотя значение относительной частоты и не может быть получено без реального выполнения соответствующей серии наблюдений, веса, или степени уверенности, могут быть приписаны и без наличия такого общедоступного или явно выраженного опыта. Предположим, что лицо, принимающее решение в только что рассмотренной задаче с бросанием монеты, узнает из заслуживающего доверия источника, что монета имеет с обеих сторон *«герб»* или с обеих сторон *«решетку»*. Тогда ему по-прежнему будет безразлично, назвать ли *«герб»* или *«решетку»*. Следовательно, в этом случае можно назначить веса без явного проведения эксперимента по определению относительных частот в обычном смысле слова. Именно в этом и сказывается полезность этих идей. Поэтому нет необходимости более ограничиваться ситуациями, предполагающими проведение повторных экспериментов, подсчет относительных частот и многократное принятие решений, а принимать однократные решения, опираясь на весь накопленный опыт, хранящийся в памяти руководителя. Это даст возможность рассматривать гораздо более широкую совокупность задач управления, чем это доступно теоретику, который интерпретирует вероятности лишь как относительные частоты. Читатель должен уяснить себе, что применение термина *«вероятность»* в этой книге всегда подразумевает веса, выражающие мнения принимающих решения людей.

4.6. Согласованное обучение

Прошкалировав суждения принимающего решения лица в таком виде, чтобы можно было использовать аппарат теории вероятностей, посмотрим теперь, какие указания дает нам этот аппарат для корректировки суждений по мере приобретения нового опыта. Необходимо иметь логически непротиворечивую схему для пересмотра суждений в свете новых данных, или *«теорию согласованного обучения»*. Начнем с основной теоремы теории вероятностей, которая связывает вероятность совместного наступления событий **А** и **В** с их условными вероятностями:

$$P(A \text{ и } B) = P(A/B) * P(B) = P(B/A) * P(A),$$

т. е. вероятность совместного наступления событий **А** и **В** равна условной вероятности события **А**, если известно, что **В** наступило, умноженной на безусловную вероятность наступления события **В**, и т. д. Как непосредственное логическое следствие этой теоремы имеем

$$P(A/B) = P(B/A) * P(A) / P(B).$$

Получили теорему Байеса, которая играет центральную роль в нашей теории обучения. Остановимся подробнее на ее интерпретации. В терминах весов можем представить себе, что имеется выбор между двумя лотереями, предложение участвовать в которых поступает только в том случае, если нет достоверных мнений о наступлении события **В**: **а1**: значительный выигрыш, если **А** и **В** происходят одновременно, и ничего в противном случае;
а2: если имеет место **В**, то лицо, принимающее решение, получает **х** билетов в базисной лотерее, где призом является тот же значительный выигрыш, и ничего не получает, если события **В** не происходит.

Если лицу, принимающему решение, было безразлично, выбрать ли образ действий **а1** или **а2** , то

$$x / N = P\{A/B\}.$$

Если он вводит также безусловную вероятность **В** и использует наряду с ней вероятность совместного наступления **А** и **В**, то для согласованности результатов необходимо, чтобы эти величины были связаны соотношением, выражаемым теоремой Байеса. Чтобы показать, как эта теорема обеспечивает логическую основу для пересмотра мнения, рассмотрим очень простой эксперимент. Возьмем обычную монету и специально изготовленную игральную кость, четыре стороны которой помечены словом *«герб»,* а остальные две — словом *«решетка»*. Наблюдать бросание монеты и кости вам не разрешается, причем один из этих предметов накрывается чашкой. Предлагается какая-нибудь значимая для вас награда, если вы правильно угадаете, который из предметов не накрыт. Пусть **Но** означает утверждение *«не накрыта монета»*, а $\mathbf{H_1}$ — *«не накрыта кость»*. Используя предложенные выше методы, можно оценить вероятность, которая должна быть приписана каждому из этих утверждений, и интерпретировать ее, если вы пожелаете, как выражение степени уверенности в их истинности. Многие участники такого опыта проявляют безразличие к тому, выбрать ли *«монету»* или *«кость»*, и такое поведение можно отразить следующей оценкой вероятностей:

$$P(Ho) = P(H_1) = 1/2.$$

Затем экспериментатор смотрит на ненакрытый предмет (который все еще скрыт от ваших глаз) и сообщает, является ли верхняя сторона предмета *«гербом»* или *«решеткой»*. Вопрос заключается в том, насколько такое сообщение повлияет на ваше мнение, или что вы почерпнете из этого сообщения. Очевидно, сообщение о *«гербе»* или *«решетке»* на верхней стороне не устранит всю неопределенность вашего суждения о том, какой же объект не накрыт. Это не будет полностью исчерпывающей информацией, так как она не устраняет всех сомнений. Однако такое сообщение окажется полезным в том смысле, что оно в какой-то степени уменьшит неопределенность нашего знания о ситуации. Вопрос в том, в какой же степени? Если экспериментатор сообщает, что выпал *«герб»*, то интуитивно ясно, что мнение изменится в пользу кости, но степень или величину этого изменения редко удается оценить интуитивно.

Чтобы выявить логический принцип для установления нового веса утверждения $\mathbf{H_1}$, используем теорему Байеса следующим образом. Пусть **h** означает сообщение *«выпал «герб»»*, а **t** – сообщение *«выпала «решетка»»*. Если предположить на мгновение, что на самом деле не накрыта монета, то условная вероятность события **h** для большинства людей будет равна 1/2 т. е.

$$P\{h/H_0\} = 1/2 \text{ и аналогично } P\{h/H_1\} = 2/3.$$

Безусловную вероятность сообщения **h** можно вычислить из соотношения

$$P\{h\} = P(h/H_0,)*P\{ H_0\} + P(h/ H_1) * P(H_1).$$

Теорема Байеса предполагает, что ваше пересмотренное мнение, т. е. вероятность H_1 при условии, что экспериментатор сделал сообщение h, должно быть таким:

$$P (H_1/h) = P (h / H_1)* P (P(H_1)/P\{h\} = 4/7;$$
$$(2/3 * 1/2)/(1/2 * ½ + 2/3 * 1/2) = 4/7).$$

Следовательно, если экспериментатор делает сообщение о том, что показывается *«герб»*, и если вы хотите быть последовательным в своих суждениях (в смысле теории вероятностей), ваша вероятность для **H1** должна увеличиться с 1/2 до 4/7. То, что вероятность должна как-то увеличиться, ясно интуитивно. Но для ответа на вопрос, насколько именно она возрастет, наша интуиция уже нуждается в помощи теории вероятностей.

Точно так же можно прийти к заключению, что сообщение t уменьшило бы вероятность **H1** с 1/2 до 2/5. Заметим, что еще до того, как услышать сообщение экспериментатора, можно вычислить, какое влияние различные сообщения окажут на ваше мнение. Если экспериментатор решит назначить цену за услугу, состоящую в сообщении результата, он захочет, чтобы ему платили до того, как он сделает свое сообщение. Тогда такие заблаговременные вычисления могут оказаться полезными при решении вопроса о том, стоит ли платить ту цену, которую он запрашивает.

4.7. Пример

Чтобы продемонстрировать применение формул такого типа и легкость в обращении с ними, рассмотрим простой пример делового решения, в котором первостепенное значение имеет надежность некоторой ракетной системы. Если опыт *ЛПР* достаточно велик, он может решить не собирать никаких данных: такая неопределенность не раз встречалась ему и составляет часть его опыта. Если же у руководителя мало опыта, он вынужден будет придавать большой вес данным, собранным его сотрудниками. Но в большинстве случаев при выработке решения используется некоторое сочетание явно выраженных данных с неявным опытом. Одним из наиболее трудных аспектов выработки решения как раз и является вопрос, какой вес должен быть придан опыту, а какой — фактическим данным. Руководители редко полагаются на что-либо одно. И здесь снова аппарат теории вероятностей может оказать определенную помощь. Если принимающий решение может выразить имеющуюся у него неопределенность относительно некоторых простых событий и захочет, чтобы его суждения были логически последовательны с точки зрения теории вероятностей, он может воспользоваться этой теорией как путеводной нитью для получения логически согласованных выводов в сложных ситуациях.

Предположим, что фирма-производитель ракет заявляет, что надежность ракет равна 98 %. Пусть надежность ракеты была оценена также независимым агентством, занимающимся испытанием ракет, которое пришло к выводу, что ее надежность составляет лишь 90 %.

Заказчик, принимающий решение о покупке ракеты, собирается сам провести ее испытания, фактически осуществляя запуски. Предположим, что заказчик на основе своего опыта сомневается как в заявлениях фирмы, так и в утверждениях агентства. (Если бы он был уверен, что кто-то из них прав, ему не нужны были бы и дальнейшие испытания.) Он может выразить свою основанную на опыте неуверенность следующим утверждением: *«Вероятность того, что заявление изготовителя верно, равна 0,4; вероятность того, что верно заявление испытательного агентства, равна 0,6».* (Они могут и оба ошибаться, но для простоты рассматриим этот случай.) Предположим далее, что принимающий решение действительно осуществляет испытательные запуски двух ракет. Как он должен сочетать данные о результатах запусков со своим опытом? Какой вес должен быть придан тому и другому? Если оба запуска оказались неудачными, каким будет мнение принимающего решение?

Теорема Байеса дает метод вычисления вероятности того, что право агентство в случае, когда оба испытания оказались неудачными. Теорема утверждает, что эта вероятность равна

P(R = 0,9; при 2-х неудачах) ={P(2 неудачи при R = 0,9) ∗ P (R = 0,9)}/P(2 неудачи).

Величины, стоящие в правой части, можно получить следующим образом:

P(2 неудачи при условии R = 0.9}= 0,1 ∗ 0,1= 0,01;

P{R = 0,9) – первоначальное мнение руководителя, основанное на его опыте.

Шансы на то, что право агентство, равны 0,6;

P(2 неудачи) = P(2 неудачи/R = 0,9)∗P(R = 0,9) + P (2 неудачи/R = 0,98) ∗ P(R= = 0,98) = 0,01∗ 0,6 + 0,0004 ∗ 0,4 = 0,00616.

P (R = 0,9 ; при 2-х неудачах) = 0,006/0,00616 = 0,974.

P(1 неудача и 1 успех при условии R = 0.9} = 0,1 ∗ 0,9 = 0,09;

P(1 неудача и 1 успех) = 0,1 ∗ 0,9 ∗ 0,6/[0,1∗0,9∗0,6 + 0,98 ∗ 0,02 ∗ 0,4] = 0,0618.

P(0,9 при 1-й неудаче и 1-м успехе) = 0,87.

Таблица 1

Вариант	P(x/R = 0,9)	Совместная вероятность	P(R = 0,9/x)
2 неудачи	0,01	0,01* 0,6	0,97
1 неудача, 1 успех	0,09	0,09 * 0,6	0,87
2 успеха	0,81	0,81* 0,6	0,56

Используя эти значения, имеем: вероятность того, что верно заявление независимого агентства при условии, что оба испытания были неудачны, равна 0,97. Таким образом, теорема Байеса подсказывает, что принимающий решение, который вначале на основании опыта предполагал, что агентство право с вероятностью 0,6, теперь может на основании как своего опыта, так и имеющихся данных считать, что эта вероятность повысилась до 0,97. В самом деле, если бы он захотел рациональным образом модифицировать свои суждения, он должен был бы принять это указание для уменьшения неопределенности. В табл.1 показаны результаты модификации мнения при различных возможных исходах двух испытаний ракеты.

4.8. Терминология

Ниже приводятся общепринятые названия величин; связанных с теоремой Байеса.

Вероятности, характеризующие суждения принимающего решения человека о состояниях внешнего мира и о будущих событиях, или его гипотезы до получения им дополнительной информации, называются *априорными* (prior) вероятностями.

Пересмотренные значения этих вероятностей после получения дополнительной информации называются *апостериорными* (*posterior*) вероятностями. *Априорность* и *апостериорность* определяются по отношению к конкретной порции информации или к выборочному результату. Таким образом, вероятности, априорные по отношению к одному наблюдению, могут быть апостериорными по отношению к предшествующему наблюдению.

Вероятность данного выборочного результата, наблюдения или информационного сообщения в предположении, что верна какая-то одна гипотеза или одно состояние среды, называется *правдоподобностью* (likelihood).

Так, в примере с монетой и игральной костью **P(Ho)** – априорная вероятность, **P(Ho/h)** – апостериорная вероятность, а **P(h/Ho)** – правдоподобность.

Интуиция и логика обучения

Схема рассуждений, предлагаемая теорией вероятностей в качестве руководства к обучению, т, е. к пересмотру мнения, разными путями подтверждается интуицией. Можно исследовать некоторые из этих путей, рассмотрев обобщенную ситуацию, в которой имеются две гипотезы или два возможных будущих состояния: **Ho** и $\mathbf{H_1}$. Предположим, что **x** обозначает любую информацию, которая, как считает принимающий решение, влияет на его мнение. Апостериорная вероятность истинности гипотезы **Ho** может быть записана в виде

$$P(H_o/ x) = P(Ho)/ \{P(Ho) + L\ P(Ho)\},$$

где L – отношение правдоподобия

$$L = P(x/H_1)\ P(x/H_0).$$

Если теперь априорная вероятность **P(Ho)** может быть взята равной либо 1, либо 0, говорят, что принимающий решение, безусловно, уверен в том, что **Ho** истинно или соответственно ложно. Состояние уверенности означает полное отсутствие стремления к обучению и неподверженность влиянию какой бы то ни было информации. Выражение для апостериорной вероятности подтверждает это, указывая, что если априорная вероятность равна 1 или 0, то апостериорная вероятность будет также равна 1 или 0, независимо от того, какая информация дойдет до сведения принимающего решения лица. Следовательно, полезно иметь в виду, что если имеется какая-либо возможность изменения взглядов, лучше избегать априорных вероятностей 0 и 1. В этом смысле есть существенная разница между выражениями *«быть почти уверенным»* и *«быть абсолютно уверенным»*.

Отношение правдоподобия дает некоторые указания на то, насколько убедительным и решающим может быть тот или иной выборочный результат. Если отношение правдоподобия равно единице, апостериорная вероятность будет просто равна априорной. Получаемая информация не будет приводить к изменению нашего мнения, если она столь же вероятна при предположении об истинности одной гипотезы, как и при предположении об истинности другой гипотезы. Чем больше отношение правдоподобия отличается от единицы, тем больше разница между априорной и апостериорной вероятностью.

4.9. Переход к относительным частотам

Пусть вы в сильной степени уверены в том, что относительная частота выпадения *«герба»* деформированной монеты в длинном ряде бросания равна 6/10, но допускаете также некоторую возможность того, что она будет равна 1/2. Для простоты предположим, что, по вашему мнению, никаких других значений этой относительной частоты быть не может. Допустим также, что ваша интуиция подсказывает вам, что $\mathbf{P(H_0) = 0,9}$, $\mathbf{P(H_1) = 0,1}$, где **Но** означает утверждение, что относительная частота выпадения *«герба»* в длинном ряду бросаний равна 6/10, а **H1** – утверждение, что она равна 1/2.

Теперь вы начинаете бросать указанную монету и записывать наблюдаемые относительные частоты. Если на самом деле относительная частота равна 1/2, то по мере роста числа наблюдений будет становиться все определеннее близость наблюдаемой относительной частоты к 1/2. Иначе говоря, по мере увеличения объема выборки будет все менее вероятно, что относительная частота *«гербов»* в выборке отклонится от истинной частоты больше чем на произвольно выбранную величину. Следовательно, **P(x/ Ho)** будет все определеннее приближаться к 0, а **P{x/H_1}** к 1, где **x** – наблюдаемая относительная частота выпадения *«герба»* при растущем числе бросаний. Из теоремы Байеса следует, что для крупных выборок **P($H_{1/}$ x)** с большой вероятностью близко к 1. Если вы обучаетесь на опыте в согласии с логикой теории вероятностей, то это означает, что вы тем самым познаете истину. Иными словами, каково бы ни было ваше первоначальное мнение (исключая, конечно, полную уверенность), по мере накопления опыта вы все более будете склоняться к мнениям, согласующимся с относительными частотами. Следовательно, разумно основывать наши мнения на относительных частотах и, как предполагалось ранее, разумные люди, имеющие сходный опыт, будут иметь и сходные мнения. По мере накопления информации разумные люди стремятся приписывать все меньший и меньший вес своим первоначальным мнениям и все больший — поступающим фактическим данным. Именно это и составляет суть *научного подхода.*

5. КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА СТЕПЕНИ ПРЕДПОЧТЕНИЯ

5.1. Описание систем предпочтений

Ранее был рассмотрен вопрос о количественной оценке мнения руководителя относительно возможных будущих событий. По предположению предпочтения руководителя адекватны в том смысле, что они выражают систему ценностей фирмы. Оставим в стороне вопрос о том, в какой степени предпочтения того или иного руководителя отражают интересы акционеров фирмы, его коллег или его начальников. Это трудные и важные вопросы, но для наших целей ими можно пренебречь.

Метод количественной оценки, или шкалирования, предпочтений руководителя сильно напоминает метод, использованный нами для выявления его мнений о возможных событиях. Этот метод предъявляет к руководителю те же требования в отношении его способности тщательно обдумывать свое поведение в некоторых достаточно просто сформулированных задачах принятия решения. Начнем обсуждение с рассмотрения примера, на основе которого попытаемся развить теорию для объяснения прошлого поведения руководителя, а затем предложим эту теорию в качестве руководства для логически согласованного поведения в будущем.

Итак, пусть руководитель сталкивается с необходимостью выбора одного из четырех способов действий, которые, как показано в табл. 2, приводят к различным выигрышам и проигрышам. Указанные в таблице вероятности, полученные методами, описанными в разделе 3, следует понимать как оценку мнений руководителя.

Четвертый способ действий означает *«ничего не делать»*, хотя обычно мы склонны отрицать справедливость общего положения, что *«ничего неделание»* в деловой сфере, как правило, приносит нулевой доход.

Таблица 2

Способ действия	P (S1) = 0,5	P(52) = 0,1	P (5з) = 0,4
a1	100 000	-50 000	-50 000
a2	-50000	-50 000	100 000
a3	15 000	15 000	0
a4	0	0	0

Руководителя просят проранжировать эти четыре способа действий, исходя из его предпочтений. Предположим, что он может сделать это каким-то осмысленным образом. Пока он дает такую оценку, необходимо попытаться объяснить, какого характера, по нашему мнению, будут его предпочтения. Начнем с весьма простого предположения: *«Он выбирает одно из таких действий, которое максимизировало бы его ожидаемый доход».* Предполагаемые результаты упорядочивания действий по их предпочтительности

Способ действия	Ранжировка руководителя	Ожидаемый доход
a1	2	25 000
a2	4	10 000
a3	9	1 000
a4	3	0

Предположение о том, что он максимизирует ожидаемый доход, конечно, неудовлетворительно, ибо он предпочитает способ действия 3 с ожидаемым доходом в 9 000 $ способу действий 1 с ожидаемым доходом 25 000$. Он скорее будет *«ничего не делать»*, чем предпримет действие 2, ожидаемый доход которого равен 10 000 $. Интуитивно можно предположить, что он каким-то образом учитывает большие потери, которые для жизнедеятельности фирмы имеют большее значение, чем на то указывает их денежное выражение. Возможно также, что для фирмы желательны большие доходы, но *«степень желательности»* этих доходов растет не пропорционально их денежному выражению. Мы стремимся найти действенный метод выявления этих субъективных соображений. Поэтому сначала укажем, каков окончательный результат, а затем попытаемся объяснить, как он получился.

5. 2. Эквивалентное решение

Изучим теперь решение, на первый взгляд мало связанное с ситуацией, которую рассматривает наш руководитель. Рассмотрим четыре альтернативы:

а'1: доход в 100 000 $ с вероятностью 0,5 и убыток в 50 000 $ с вероятностью 0,5;

а'$_2$: доход в 100 000 $ с вероятностью 0,4 и убыток в 50 000 $ с вероятностью 0,6;

а'$_3$: доход в 100 000 $ с вероятностью 0,55 и убыток в 50 000 $ с вероятностью 0,45;

а'$_4$: доход в 100 000 $ с вероятностью 0,48 и убыток в 50 000 $ с вероятностью 0,52.

В этой ситуации вполне естественно предпочесть то действие, при котором можно с наибольшей вероятностью получить доход в 100 000 $. Едва ли кто-либо будет оспаривать разумность такого выбора. Разумный и придерживающийся в своих рассуждениях логической последовательности руководитель сделал бы именно такой выбор. Таким образом, мы могли бы в качестве показателя, или меры, предпочтений в этой ситуации использовать вероятность получения дохода в 100 000 $, имея большие основания надеяться, что на ее основе удастся объяснить предпочтения руководителя. Менее очевидна связь этого решения с исходной ситуацией. Ясно, что **а'**$_1$ есть просто переформулировка **а**$_1$. Если, однако, принимающий решение захочет придерживаться какого-либо критерия логической последовательности (согласованности) в своем поведении, то можно показать, что ему будет безразлично, выбрать ли **а2** или **а'2**, **аз** или **а'з**, **а**$_4$ или **а'**$_4$. Следовательно, оба решения для него *«эквивалентны»*, и поэтому наш простой метод объяснения предпочтений во втором решении может быть использован также и для понимания первого решения. Это не совсем очевидно, поэтому необходимо посмотреть, как это происходит.

5.3. Базисный контракт

Выберем, как и в разделе 3, базисную задачу принятия решения в качестве модели для количественной оценки (шкалирования) предпочтений. Эта базисная задача содержит две альтернативы, одну из которых назовем *базисным контрактом* (*reference contract*), а другую – *гарантированным денежным доходом*. Получение последнего не связано с риском или неопределенностью. Базисный контракт формулируется следующим образом: *доход* в 100 000 $ с вероятностью **p**; *убыток* в 50 000 $ с вероятностью 1–**p**.

Формально нет разницы в том, каковы обе суммы денег, хотя удобно за одну сумму выбрать наибольшую, а за другую – наименьшую из возможных в данной задаче. Психологически, однако, необходимо избегать денежных сумм, которые слишком велики или слишком малы по сравнению с привычными для руководителя и имеющими для него реальный смысл. Спросим теперь руководителя, каков его выбор между следующими альтернативами:

$\mathbf{a_1}$: базисный контракт, в котором вероятность **p** принимает некоторое установленное значение;

$\mathbf{a_2}$. верный доход (или убыток) в **x** $.

Предположим, что он может осмысленно ответить на этот вопрос и что мы можем для любого значения x найти такое значение **p**, при котором для него становится безразличным выбор между обеими альтернативами. Используя те же суммы денег, что и в исходном решении, находим, какое именно значение **p** для каждой из них даст нам *«эквивалентный»* базисный контракт. Например, руководителю может быть безразличен выбор между базисным контрактом с **p = 0,6** и получением гарантированного дохода в 15 000 $. Он может считать исходный контракт при **p = 0,48** столь же желательным, как и гарантированное получение нулевого дохода. Пусть результаты такого шкалирования будут следующими (табл. 3):

Таблица 3

Доход или убыток, базисном контракте	Значение **p** в эквив.
-50 000	0
0	0,48
15 000	0,60
100 000	1,00

5.4. Правило подстановки

Введем теперь аксиому, которая в какой-то степени определит смысл понятия согласованности, или *логической последовательности* (*consistency*), в нашей теории согласованного решения. Так как руководитель выразил безразличие при выборе между нулевым доходом, наверняка, и базисным контрактом **p = 0,48**, то предположим, что он также проявит безразличие при выборе между $\mathbf{a_4}$ и новой альтернативой, образованной путем замены нулевого выигрыша, даваемого $\mathbf{a_4}$, на базисный контракт с **p = 0,48**. Эту новую альтернативу уже обозначили как $\mathbf{a'_4}$.

Возьмем исходную задачу принятия решения и применим принцип подстановки безразличных базисных контрактов к каждому элементу матрицы. Это даст нам четыре новых действия, но они будут эквивалентны, или безразличны, по отношению к четырем первоначальным действиям. Символом **БК** обозначим базисный контракт (табл. 4). В этой преобразованной матрице возможны только два исхода: доход в 100 000 $ и убыток в 50 000 $. Если выбрать **a1** в преобразованной матрице, то, скажем, вероятность получения 100 000 $ равна 0,50 * 1,00 + 0,10 * 0 + 0,40 * 0 = 0,50.

Таблица 4

	P (S1) = 0,5	P (S2) = 0,l	P(S3) = 0.4
a1	БК при р = 1,00	БК при р = 0	БК при р = 0
a2	БК при р = 0	БК при р = 0	БК при р = 1,00
a3	БК при р = 0,6	БК при р = 0,6	БК при р = 0,48
a4	БК при р = 0,48	БК при р = 0,48	БК при р = 0,48

Аналогичные вычисления дают действия **ai** и вероятности **pi** получения 100 000 $.

a1	0,5
a2	0,4
a3	0,55
a4	0,48

Альтернативы в преобразованной матрице представляют собой $\mathbf{a'_1, a'_2, a'_3, a'_4}$, т. е. можно утверждать, что если руководитель хочет быть логически последовательным с точки зрения принципа подстановки, он должен при принятии решения в ситуации, содержащей эти преобразованные действия, вести себя точно так же, как он вел бы себя в первоначальной ситуации. Преобразованное решение предлагает базисный контракт с различными значениями р:

а) для любого способа действий можно подобрать эквивалентный контракт;

б) выбор между базисными контрактами основан на максимизации значения **р**, принцип может быть распространен на любую альтернативу.

При этих условиях наша теория выбора приобретает следующую форму:

Последовательно поступающий руководитель проводит выбор такого действия, которое максимизирует вероятность наибольшего результата в эквивалентных базисных контрактах.

Величина **р** становится, таким образом, указателем предпочтения, или мерой ценности. Заметим, что она помогает объяснить поведение руководителя в примере, с которого процесс начался, так как там **р** = 0,55 наибольшая.

5.5. Полезность

Величину **р** в эквивалентных базисных контрактах, которая служит количественной мерой предпочтений принимающего решения руководителя, обычно называют *полезностью* (*utility*). Это условное наименование, но надо всегда помнить, что *«полезность»* — это не более чем вероятность в эквивалентном базисном контракте. Вводя количественную меру предпочтений человека по отношению к деньгам, целесообразно для представления полезности **x** $ принять какую-то *«гладкую»*, или *«хорошо ведущую себя»*, функцию U(x). Определив полезности для некоторых значений **x**, можно *«подогнать»* к ним некоторую гладкую кривую, что позволит получить *«функцию полезности»* принимающего решения человека. Если нет особых причин вводить в искомую функцию специфические *«особенности»* или *«изломы»*, принимающий решение вполне может считать подобную гладкую кривую выражением своих предпочтений. Если интересуемся его предпочтениями по отношению к какому-либо множеству исходов, имеющему определенную структуру, сможем использовать характер этой структуры, чтобы определить функцию полезности на основе какого-то разумного числа наблюдений.

5.6. Ожидаемая полезность

Функция полезности U{x} указывает полезности для определенных гарантированных сумм денег, но на самом деле мы заинтересованы в установлении полезностей определенных действий, которые выражаются в виде некоторых вероятностных распределений. Другими словами, необходим практический способ сведения любого сложного действия к его эквивалентному базисному контракту. Напомним, что при вычислении значения **р** в базисном контракте, эквивалентном **а1**, **р** = 0,50 *1,00 + 0,10 * 0 + 0,40 * 0.

Поскольку вероятность **р** названа полезностью, это равенство можно переписать так:

U(a1) = 0,5 U (100 000) + 0,1 U (-50 000) + 0,4 U (-50 000).

Значит, вычисляя полезность альтернативы **а1**, вычислили ее ожидаемую полезность. Это самое ценное свойство такого метода шкалирования предпочтений: полезность любого сложного действия можно получить непосредственным вычислением его ожидаемой полезности. Теория управления утверждает, что при любом действии, сколь бы сложным оно ни было, последовательно мыслящий руководитель сделает выбор, позволяющий максимизировать ожидаемую полезность.

Теперь понятно, как построить шкалу мнений о будущих событиях, шкалу предпочтений человека относительно исходов этих событий и как сочетать эти мнения и предпочтения для выбора тех или иных действий.

5.7. Выбор базисного контракта

Наименьшая рассматриваемая сумма денег определяет нулевую точку шкалы полезности, а наибольшая — единицу измерения. Полезности, измеряемые по одной шкале, могут быть преобразованы в полезности по любой другой шкале простым добавлением положительной или отрицательной константы, умножением на положительную константу или сочетанием этих двух операций. Таким образом, можно сказать, что все шкалы полезности определяются с точностью до положительного линейного преобразования. Наш способ шкалирования не позволяет утверждать, что если **U(x) = 2U{y}**, то **x** вдвое желательнее (или *«полезнее»)* **y**. БК надо выбирать осмысленно, нельзя использовать в базисном контракте миллиарды долларов там, где ситуации принятия решения подразумевают лишь сотни и тысячи долларов.

5.8. Вид функции полезности

Функция полезности, имеющаяся у руководителя в нашем примере, нанесенная на график, возрастает с постепенно уменьшающейся скоростью. Можно сказать, что она показывает уменьшающуюся предельную полезность денег. Иными словами, *«ценность»* каждого дополнительного доллара уменьшается по мере того, как растет вся сумма. Этот человек, как видим, оценил предложенные ему рискованные возможности ниже их ожидаемой денежной ценности. Хотя способ действий **a1** имел ожидаемый доход в 25 000 $, он не захотел платить 25 000 $ за возможность участвовать в нем. Он оказался консервативным, или не склонным к риску. Такой человек будет приобретать различные виды страховых гарантий против крупного риска и вести политику диверсификации (рассредоточения капитала по разным вложениям), чтобы уменьшить риск или непостоянство своих доходов.

С другой стороны, можно встретить и человека, чья функция полезности по отношению к деньгам возрастает со всерастущей скоростью. Его предельная полезность тоже будет возрастать, а поведение будет заметно контрастировать с поведением предыдущего руководителя. Он будет жадным искателем рискованных возможностей. Он может захотеть платить даже больше чем 25 000 $ за возможность участвовать в **a1**, не будет страховать себя от крупного риска и будет избегать диверсификации, стремясь, наоборот, *«складывать все яйца в одну корзину».*

Между этими крайними типами деловых людей находится человек, чья функция полезности по отношению к деньгам будет линейной и чье поведение будет согласованным в смысле максимизации ожидаемого дохода. Имея дело с таким человеком, можно было бы на практике обойтись без знания полезности, а использовать прямо денежные значения.

6. ПРИНЯТИЕ ЛОГИЧЕСКИ СОГЛАСОВАННЫХ РЕШЕНИЙ В УПРАВЛЕНИИ

6.1. Ценность информации

Важной проблемой, с которой приходится сталкиваться, является вопрос о том, какой была бы разумная плата со стороны руководителя за информацию, которую он считает важной для принятия решения. Для иллюстрации возьмем наипростейшую из возможных задач. Обратимся к принятию решения в задаче с бросанием монеты и кости.

Основные элементы этой задачи таковы:

Ho – не накрыта монета, $\mathbf{H_1}$ – не накрыта кость;

h – выпал *«герб»*; **t** – выпала *«решетка»*.

Введем теперь в эту задачу еще одно условие: если принимающий решение угадает правильно, какой именно предмет не накрыт, он получит приз в 1 $, если не угадает, ничего не получит. Если предположим, что его априорные вероятности (которые теперь можем представлять себе несколько более осмысленно) таковы:

$$P(Ho) = P(H_1) = 1/2,$$

то при отсутствии информации ему было бы безразлично, какой именно объект назвать, и его априорный ожидаемый выигрыш составил бы 0,5 $.

$$Ma = 0,5.$$

Вообразим теперь, что кто-то предлагает ЛПР совершенно надежную, *«полную»* информацию о том, какой именно предмет не накрыт. ЛПР должен, однако, заплатить за услугу сообщения такой совершенно надежной информации, прежде чем он получит ее. Какова ценность такой информации? Он может заглянуть вперед и спросить себя, что он будет делать в ответ на каждое из двух возможных сообщений, которые может обеспечить данная услуга, и вычислить свой доход, исходя из полученных ответов. Взвешивание этого дохода с помощью априорных вероятностей возможных сообщений позволило бы ему оценить сумму его ожидаемого дохода, если он уплатит некоторую сумму за совершенно надежную информацию до ее фактического получения. Так как этот ожидаемый доход был бы больше 0,5 $, т. е. того, что он ожидает на основании одной лишь априорной информации, то прирост дохода и явился бы той максимальной суммой, которую ему имело бы смысл уплатить за информационную услугу.

Если сообщение будет *«не накрыта монета»,* его апостериорная вероятность **P/(Ho)** увеличится до 1. Хотя этот факт и сам по себе очевиден, он подтверждается также теоремой Байеса. Если же наш испытуемый считает, что это сообщение является совершенно надежным, то условная вероятность указанного сообщения для данного **Ho** равна 1. Наилучшее решение —назвать монету и получить 1 $. Если сообщение будет *«не накрыта кость»,* он назовет кость и снова выиграет 1$. Основываясь на своих априорных мнениях, он приписал бы утверждению *«совершенно надежное сообщение укажет, что не накрыта монета»* вероятность 1/2 и такую же вероятность утверждению, что не накрыта кость. Таким образом, прежде чем получить какое-либо сообщение, он будет знать, что его *ожидаемый доход*, если он примет услугу сообщения информации, будет равен

$$Mпи = 0,5 * 1,00 + 0,5 * 1,00 = 1,00.$$

Символ **Мпи** означает *ожидаемый доход при наличии полной информации.* Увеличение дохода руководителя по сравнению с доходом, который он получил бы на основе априорной информации, назовем ожидаемой ценностью полной информации

$$Mц.пи = Mпи — Ma = 1 - 0,5 = 0,5.$$

Следовательно, максимальная сумма, которую для него было бы разумно заплатить за эту полную (совершенно надежную) информацию, есть 0,5$. Большая часть информации в реальных задачах управления будет *«неполной»*, ненадежной, т. е. она не исключает всей неопределенности. Следовательно, **Мц.пи** указывает верхнюю грань для суммы, которую разумно было бы затратить на любую программу сбора информации. Так как **Мц.пи** представляет собой прирост дохода от полного исключения неопределенности, эту величину иногда называют также *стоимостью неопределенности выигрыша.* Другой путь рассмотрения ценности полной информации состоит в следующем. Предположим снова, что наш априорный выбор был *«монета»*. Если догадка оказалась правильной, у нас нет повода для сожалений. Если же выбор оказался ошибочным, не получим ничего, в то время как, назвав *«кость»*, получили бы 1 $. Можно рассматривать этот 1 $ как меру нашего *«сожаления»* или потери благоприятной возможности. Вычисление *«ожидаемого»* сожаления или ожидаемой потери возможности для наилучшего априорного действия также дает ожидаемую ценность полной информации.

6.2. Ценность неполной информации

Те же принципы [3] позволяют определить ценность неполной или выборочной информации. Предположим, что человеку, принимающему решение, предлагаются услуги в виде выдачи сообщений о том, будет ли верхняя поверхность незакрытого предмета *«гербом»* или *«решеткой»*.

Если он желает воспользоваться этими услугами, то должен заплатить за них авансом. Нас интересует, какова та разумная цена, которую он может уплатить за такую неполную информацию. Как и раньше, принимающий решение может *«вычислить»* свой ответ на различные сообщения, которые могут быть получены, доход, который ему принесет наилучшее действие при каждом возможном сообщении, и вероятности различных, сообщений. Из предыдущих расчетов знаем, что если сообщение — *«герб»,* то апостериорное распределение таково:

$$\boldsymbol{P(Ho/h) = 3/4, \quad P(H_1/h) = 4/7,}$$

наилучшей догадкой является *«кость»*, а ожидаемый доход равен 4/7. Если сообщение — *«решетка»,* то апостериорное распределение

$$P(Ho|t) = 3/5, \quad P(H_1/t) = 2/5,$$

наилучшая догадка — *«монета»*, а ожидаемый доход равен 3/5. Вероятности сообщений **h** и **t** равны соответственно 7/12 и 5/12 . Ожидаемый доход при данной выборочной информации **Мви** равен

$$Мви = 7/12 * 4/7 + 5/12 * 3/5 = 7/12.$$

Ожидаемая цена выборочной информации (Expected Value of Sample Information):

$$Мц.ви = Мви — Ма = 7/12 – ½ = 1/12.$$

Как и следовало ожидать, ценность выборочной информации меньше ценности полной информации.

6.3. Дополнительная выборочная информация

Предположим, предлагается более содержательное, но все еще не обеспечивающее полной информации сообщение. Бросание *«ненакрытого»* предмета повторяется **n** раз, и каждый раз выдается сообщение о том, какой стороной он выпал. Для объема выборки **n = -2** имеются 4 возможных сообщения:

x1 = h, h; x2 = h, t; x3 = t, h; x4 = t, t.

Используя биномиальное распределение, можно вычислить условную вероятность каждого сообщения в предположении истинности той или иной гипотезы. В дальнейшем будем называть такую условную вероятность *функцией правдоподобия* и обозначать символом **LK {xi/Hj**}. Используя априорные вероятности и функции правдоподобия, можем вычислить безусловную вероятность любого результата выборки

$$P (xi) = LK \{xi / Ho\}P (Ho) + LK(xi/ H1) P (H1).$$

Применяя теорему Байеса, можем тогда вычислить апостериорные вероятности, наилучшие способы действия и результирующий ожидаемый доход. Результаты этих вычислений приведены в табл. 5.

Таблица 5

Ре- зультат выбор- ки	Вероят- ность в выборки P{x i}	Апостериорная вероятность P (**H0**/xi)	Наилучший Способ действия (выбор)	Ожидае- мый доход
x1 = h, h **x2 = h, t** **x3 = t, h**	25/72 17/72 17/72 13/72	9/25 9/17 9/17 9/13	Кость Монета Монета Монета	16/25 9/17 9/17 9/13
Ре- зультат выбор- ки **x i**	Вероят- ность в выборки P{x i}	Апостериорная вероятность P (**H0**/xi)	Наилучший способ действия (выбор)	Ожидае- мый доход
x1 = h, h **x2 = h, t** **x3 = t,**	25/72 17/72 17/72 13/72	9/25 9/17 9/17 9/13	Кость Монета Монета Монета	16/25 9/17 9/17 9/13

Ожидаемая ценность выборочной информации равна

Мц.ви = 25/72 * 16/25 + 17/72 * 9/17 + 17/72*9/17 + 9/13 * 13/72 - 1/2 = 7/72.

Таким образом, ожидаемая ценность выборочной информации для **п = 2** больше, чем та же величина для **n = 1**, равная 1/2. Заметим, что удвоение объема выборки не приводит к удвоению **Мц.ви**.

Рассматривая **Мц.ви** как функцию **п**, можем ожидать, что она будет возрастать с уменьшающейся скоростью, приближаясь к **Мц.пи** как к пределу. Если стоимость получения наблюдений просто пропорциональна **п**, скажем, равна **kn**, то можно определить ожидаемый чистый выигрыш от выборочной информации как

$$\boldsymbol{Мч.ви = Мц.ви — kn.}$$

Итак, в нашем примере будет существовать некоторое значение **п**, которое максимизирует ожидаемый чистый выигрыш от выборочной информации. Таким значением может оказаться **n = 0**, и тогда следовал бы вывод, что выборочная информация слишком дорога. В этом случае наилучшим поведением будет основать свое решение на одной лишь априорной информации. С другой стороны, значение **п,** максимизирующее величину **Мц.ви**, может оказаться больше нуля (оно никогда не будет равно бесконечности, если k # 0); тогда это служит прямым указанием на целесообразность организации программы сбора данных и создания информационной системы для нужд управления.

Если даны два сообщения: **x2 = h, t и X3 = t, h,** причем оба привели к одному и тому же апостериорному распределению и апостериорному ожидаемому доходу. Это значит, что при их сообщении принимающему решение нет необходимости делать между ними различие.

Отсюда можно сделать первый вывод для информационной системы, что из эквивалентных сообщений следует выбирать те, обработка которых в нашей системе может быть выполнена наиболее легким и экономным способом. Можно собирать данные до тех пор, пока не будут исчерпаны наши лимиты времени или денег или же пока не будет достигнута определенная степень уверенности.

6.4. Реакция на неопределенность

Стремление к определенности в задачах принятия решения — одно из неотъемлемых свойств человека. Мы всегда хотим иметь как можно больше информации, чтобы уменьшить неопределенность, и интенсивность этого желания, что может иногда изрядно помешать нам действовать разумно при принятии решений, включающих приобретение дорогостоящей информации. Рассмотренная выше задача с бросанием монеты и кости и несколькими различными схемами выигрышей была предложена экспериментально группе студентов до их ознакомления с нашей теорией логически согласованных, или *«рациональных»*, решений. Хотя такие эксперименты допускают самое различное толкование, их результаты подтверждаются данными других исследователей, имевших дело с аналогичными экспериментальными задачами.

Даже в таких простых задачах принятия решений, как с монетой и костью, трудно прийти к рациональному решению, касающемуся покупки информации, без выполнения определенных вычислений. Но самый интересный вывод, пожалуй, состоит в том, что при этом наблюдается тенденция и к росту необоснованности решений. Огромное большинство испытуемых, как оказывается, готово платить за информацию больше того, что она стоит согласно выводам нашей теории. Иными словами, людям в большинстве случаев не удается извлечь из данных всю полезную информацию или уменьшить неопределенность в той степени, в какой это возможно при логической согласованности решений. Если такие результаты широко подтвердятся практикой управления, наша программа принятия согласованных решений должна представить значительный интерес.

7. НАКОПЛЕНИЕ И УТОЧНЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ

7.1. Две возможности (Пример расчета надежности)

1. Уточнение информации о надежности для расчетной оценки (во время испытаний и эксплуатации).
2. Накопление информации о надежности путем повышения достоверности предыдущей оценки надежности (априорной информации).

В 1-м случае необходимо уточнить информацию о составляющих элементах, а затем уточнить оценку надежности системы.

Во 2-м случае возможна переоценка параметров распределения.

Теорема Байеса:

$$P(A_i / B) = P(B / A_i) \times P(A_i) / P(B),$$

где $\mathbf{A_i}$ – гипотезы об уровнях надежности, для которых существуют вероятности **P(Ai)**; **B** – часть доказательства того, что гипотеза $\mathbf{A_i}$ верна или наоборот. $\mathbf{P(A_i)}$ – априорная информация, которую задаем до того, как **B** стала действительностью. $\mathbf{P(B/A_i)}$ – предполагаемая истина данной гипотезы. **P(B)** – вероятность события **B** при полном влиянии гипотез $\mathbf{A_{i.}}$, т. е. вероятность единственного наступления события **A**. Тогда $\mathbf{P(A_i/B)}$ – апостериорная вероятность гипотез $\mathbf{A_i}$, если **B** уже наступило.

$$P(B) = \int P(B / A) \times P(A) dA.$$

7.2. Использование теоремы Байеса

«ПРОЦЕДУРА ОТБРАКОВКИ»

Пусть оценка вероятности надежности [6] задана каким-то образом до опыта **P1**. Проведем испытание, в котором произошли отказы или нет, все равно наша оценка вероятности надежности устройства изменилась. Теперь это **P2** (апостериорная информация).

Формула Байеса для этой процедуры выглядит так:

$$P_2 = \frac{P_1(1-\alpha)^m \alpha^{s-m}}{P_1(1-\alpha)^m \alpha^{s-m} + (1-P_1)\times \beta^m (1-\beta)^{s-m}},$$

где α – вероятность забраковать годное изделие; β – вероятность принятия негодного изделия; m – число испытаний, которые дают благоприятный исход; S – общее число испытаний [4].

Пример 1 (результаты приведены в табл. 6).

Таблица 6

Опыт	**s**	**m**	**α**	**β**	**P1**	**P2**
N = 1	10	9	0.010	0.100	0.900	0.9999
N = 2	10	5	0.010	0.100	0.900	0.0001
N = 3	10	6	0.010	0.100	0.900	0.1143

Вывод: Партия изделий первого типа принимается. Во втором и в третьем случае бракуется вся партия.

7.3. *«Все дороги ведут в Рим»*

Предположим, что имеются гипотезы об уровнях надежности **Ai**, для которых существуют вероятности **P(Ai)**, т. е. это априорная информация, которую задаем до того, как **B** стала действительностью, где **B** – это часть доказательства того, что гипотеза **Ai** верна или наоборот. Тогда **P(B/Ai)** –предполагаемая истина данной гипотезы.

Итак, зададим значения **Ai** – уровни надежности объекта. Вероятности этих уровней $\mathbf{P(A_1),P(A_2),..,P(An)}$

различны для разных задач и отражают нашу уверенность в правильности, выбранной гипотезы.

Задавать априорное распределение надежности в дискретном варианте можно совершенно произвольно [4]. Лишь бы выполнялась аксиоматика теории вероятностей. **ΣP(Ai) = 1** и **0 ≤ P(Ai) ≤ 1**. Однако любая информация о рассматриваемых изделиях может помочь выбрать более правильный априор, и тем самым ускорить решение. Вероятность **P(B/Ai)** определяется в зависимости от поступающей информации, например, если отказ объекта произошел за время испытания, то $P(B/A_i)=1-A_i$, т. е. сработала часть его ненадежности. Если отказ не произошел, то подтвердилась его надежность $P(B/A_i)=A_i$.

Пример 2. В результате испытаний имеем: *«успехов»* = 20, «неудач» = 20,

простоту вычислений, гибкость выбора уровней надежности и свободу выбора априора.

Выбранные априоры **A, B, C** представлены на верхних графиках.

Нижние графики иллюстрируют, как изменилась информация после этого испытания во всех трех случаях. Это апострериоры **A, B, C**, для которых

$$M_o\,A = 0.5118,\ M_o\,B = 0,\ 5052,\ M_o\,C = 0{,}4858.$$

Все апостериоры похожи.

Значит, *«Все дороги привели в Рим»*. Знание априора здесь практически не влияет на конечный результат.

Дискретный вариант теоремы Байеса имеет следующие преимущества:

простьту вычислений, гибкость выбора уровней надежности и свободу выбора априора.

7.4. Непрерывный случай

$$P(\lambda / \beta) = \frac{P(\lambda) \times P(\beta / \lambda)}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} P(\lambda) \times P(\beta / \lambda) d\lambda,},$$

где λ – интенсивность отказов; Р (λ) – априорная плотность распределения случайной величины λ; Р (β / λ) – апостериорная плотность.

Райфа и Шлейфер [5] ввели понятие связанных распределений (см. раздел 3). Для биномиальных данных хорошим является β-распределение

$$f((R / (r_0, n_0)) = \frac{\Gamma(n_0)}{\Gamma(r) \times \Gamma(n_0 - r)} \times R^{r-1} (1 - R)^{(n_0 - r - 1)} ,$$

где R – значение надежности $R = r / n_0$, где r и n_0 – параметры этого распределения (псевдоуспехи и псевдоиспытания); β-распределение дает возможность переоценить значение параметров при получении действительных результатов.

7.5. «Сильное» β-распределение

Пусть уровень надежности **R = 0.99**, выберем априор с 99-ю псевдоуспехами и 100 псевдоиспытаниями.

$$\hat{R} = r / n_0 = 99/100 = 0{,}99.$$

Пусть во время испытания 10 элементов обнаружилось, что все они *«хорошие»,* т. е. ни один не отказал за время испытания. Значит, имеем 10 успехов: **n1 = 10, x = 10**,

$$\hat{R}_1 = (r + x)/(n_0 + n_1) = (99 + 100)/(100+10) = 0.991.$$

Наша уверенность практически не увеличилась.

Если в 10 испытаниях не обнаружилось ни одного хорошего, т. е. все 10 отказали во время испытания **$n_1 = 10, x = 0$**,

тогда

$$\hat{R}_1 = 99/110 = 0{,}9.$$

Примеры:

Число опытов N = 3.

Опыт 1. Число испытаний n = 10, число успехов m = 3.
Априорная надежность r = 0,5, апостериорная надежность R = 0 ,481818.
Функция плотности f = 0,0558036.
Априорное математическое ожидание M_0 = 0,421053.
Апостериорное математическое ожидание M_1= 0,343195.
Опыт 2. Число испытаний n = 10, число успехов m = 6.
Априорная надежность r = 0,5. Апостериорная надежность R = 0,509091.
Функция плотности f = 0,0854492.
Априорное M_0 = 0,3125, апостериорное M_1 = 0,331325.
Опыт 3. Число испытаний n = 10, число успехов m = 9.
Априорная надежность r = 0,5, апостериорная надежность R = 0.536.
Функция плотности f = 0,010836.
Априорное M_O = 0,1538, апостериорное M_1 = 0,3195.

Таблица 4

Результаты при сильном β-распределении

№ опыта	n	m	r	R	f	Mo	M_1
1	10	3	0.50	0.481	0.055	0.4210	0.3431
2	10	6	0.50	0.509	0.085	0.3125	0.3313
3	10	9	0.50	0.536	0.010	0.1538	0.3195

7.6 Слабое β-распределение

Пусть уровень надежности R = 0,99, но в этом мы не уверены. Сформируем слабую уверенность следующим образом:

$$\hat{R} = r / n_0 = 0.99 / 1 = 0.99 .$$

Если в 10 испытаниях не обнаружилось ни одного хорошего, т. е. все 10 отказали во время испытания n_1= 10, x = 0,

тогда

$$\hat{R}_1 = (0.99 + 0)/(10 + 1) = 0.09 .$$

Пусть во время испытания 10 элементов обнаружилось, что все они хорошие, т. е. имеем 10 успехов: n_1 = 10, x = 10,

тогда

$$\hat{R}_1 = (0.99 + 10)/(1 + 10) = 0.991 .$$

Необходимо выбрать промежуточное значение априора β-распределения.

Примеры:

Число опытов N = 3.

Опыт 1. Число испытаний n = 10, число успехов m = 9.

Априорная надежность r = 0,9, Апостериорная надежность

R = 0,909091.

Функция плотности f = 0,38742.

Априорное математическое ожидание M_0 = 0,153846.

Апостериорное математическое ожидание M_1= 0,142857.

Опыт 2 Число испытаний n = 10, число успехов m = 7.

Априорная надежность r = 0,9. Апостериорная надежность

R = 0,727273.

Функция плотности f = 0,0573956.

Априорное M_0 = 0,266667. Апостериорное M_1 = 0,25.

Опыт 3 Число испытаний n = 10, число успехов m = 5.
Априорная надежность r = 0,9. Апостериорная надежность
R = 0,545455.
Функция плотности f = 0,00148803.
Априорное M_0 = 0,352941. Апостериорное
M_1 = 0,333333.

Таблица 5

Результаты при слабом β-распределении

№ опыта	n	m	r	R	f	Mo	M_1
1	10	9	0.90	0.909	0.387	0.153	0.142
2	10	7	0.90	0.727	0.057	0.262	0.25
3	10	5	0.90	0.5454	0.001	0.352	0.333

7.7. Использование γ-распределения

Пусть ставится задача: определить оценку интенсивности P(λ) и если

λ (t) = λ т. е. экспоненциальное распределение, то хорошим априором является γ-распределение.

$$P(\lambda)=\frac{\tau(\tau\ \alpha-1e-\lambda}{(\alpha-1)!}\qquad;\qquad \tau=1/\beta;$$

$\mu = \alpha\beta = \alpha/\tau$, $\mu^2 = \alpha\beta^2 = \alpha/\tau^2$.

Если λ – известно, то P(λ) – пуассоновское распределение:

$$P(B/\lambda)=\frac{(\lambda t)^m}{m!}e^{-\lambda t},$$

где t – число испытаний, m – число отказов.

Тогда

$$f\left(\left(R/\left(r_0,n_0\right)\right)=\frac{\Gamma\left(n_0\right)}{\Gamma\left(r\right)\times\Gamma\left(n_0-r\right)}\times R^{r-1}\left(1-R\right)^{\left(n_0-r-1\right)};$$

$$\mu=\left(\alpha+m\right)/\left(\tau+t\right);$$

$$\mu^2=\left(\alpha+m\right)/\left(\tau+t\right).$$

Примеры:

Пусть интенсивность λ = 0,5; Число опытов N = 3.

α = 1; τ = 0,5;

Опыт 1. Число испытаний t = 10, число отказов m = 2.

Априорная вероятность P(λ) = 0,3894.

Априорное математическое ожидание M_0 = 2.

Априорная дисперсия D_0 = 1.

Апостериорная вероятность P(λ/B) = 0,0361587.

Апостериорное математическое ожидание
M2 = 0,285714.

Апостериорная дисперсия D_1 = 3.

Вероятность обнаружения отказов P(B/λ) = 0,0842243.

Опыт 2 Число испытаний t = 10, число отказов m = 5.

Априорная вероятность P(λ) = 0,389.

Априорное M_0 = 2, Априорная D_0 = 1.

Апостериорная вероятность P(λ/B) = 0,0872046.

Апостериорное M_1 = 0,571429. Апостериорная дисперсия D_1 = 6.

Вероятность обнаружения отказов P(B/λ) = 0.321.

Опыт N 3 Число испытаний t = 10, Число отказов f = 8.

Априорная Вероятность P(λ) = 0,3894.

Априорное M_0 = 2. Априорная D_0 = 1.

Апостериорная вероятность P(λ/B) = 0,0375559.

Апостериорное M_1 = 0,857143. Апостериорная D_1 = 9.

Вероятность обнаружения отказов P(B/λ) = 0.423.

Таблица 6

($\alpha = 1$, $\lambda = 0.5$, $\tau = 0.5$)

№	T	m	P(λ)	M_0	D_0	Pλ/B)	M_1	D_1	P(B/λ)
1	10	2	0.3894	2	1	0.036	0.285	3	0.084
2	10	5	0.3894	2	1	0.087	0.571	6	0.321
3	10	8	0.3894	2	1	0.037	0.857	9	0.423

1. Если распределение P(λ) известна, то теорема Байеса становится истиной (вы попали в точный априор).

2. Если распределение P(λ) известна не полностью, но хорошо разобрана, то теорема Байеса может быть успешна применена.

3. Если распределение P(λ) неизвестно и (или) фактически неверно принято, то полученное решение может быть неверным.

7.8. Выбор апостериорного распределения

Ключ к успеху правильный выбор априорного распределения. При его выборе надо придерживаться следующих правил:

– оптимальная простота применения (простота математических действий);

– богатство распределительных форм, желательно, чтобы отличия от априора прямо отражалось в апостериоре;

– использование общих существующих свойств.

7. ОСНОВНАЯ ЗАДАЧА ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЯ

Задача «Урны и шары»

Обсудим конкретную задачу на принятие решений в условиях неопределенности [2], где именно Вы принимаете решение.

8.1. Постановка задачи

Представьте, что есть батарея из 1000 урн, на каждой наклеен ярлык Ө 1 или Ө 2. В каждой урне находятся красные и черные шары.

I) В урнах типа Ө1 – 4 красных шара и 6 черных шара;

II) В урнах типа Ө 2 – 9 красных шара и 1 черный шар.

Экспериментатор (хозяин урн) выбирает одну из них случайным образом, убирает ярлык. Урна непрозрачна. Вы ничего не видите.

Нужно угадать тип урны! Если вы попали, т. е. угадали, то выигрываете какую-то сумму денег, а если нет, то проигрываете энную сумму.

Есть только **3** возможности:

a1: сказать Ө 1;
a2: сказать Ө 2;
a3: сказать пас (отказ играть).

Назначим платежи следующим образом:

Если { a1: выигрыш 40 $, если истина Ө 1, проигрыш -20 $
a2: выигрыш 100 $, если истина Ө 2, проигрыш -5 $.
a3: 0 $

Вам не надо задумываться, у кого вы выиграете и кому проиграете? Какая разница! Главное это ваши деньги. Эгоизм, прежде всего! Может не всегда?

Мы предоставим Вам дополнительную информацию, которая поможет Вам принять решение a1 или a2 или a3? Но она стоит каких-то денег. Пусть для определенности:

e1: за плату 8 $ можно случайным образом вынуть шар (один) из урны;

e2: за плату 12 $ можно вынуть два шара;

е3: за плату 9 $ можно вынуть шар (один), а потом, если хотите еще один, но за 4.5 $. Причем бесплатно можно положить первый шар назад и потом брать второй.

Усложнять эту задачу можно как угодно.

Например:

1. Вам говорят, что некоторые платежи не вполне определены. Надо решать: сколько платить за дополнительную информацию.

2. Вам время от времени красное кажется черным или наоборот. Какова ошибка? Может не надо и смотреть.

3. Вы осторожный человек, боитесь рисковать, даже если 50 % на 50 % выиграть 100 или их потерять Вы не играете.

4. Вдруг урны Ɵ 1 и Ɵ 2 распределены не так, а как 700 на 300 или 900 на 100 или 500 на 500.

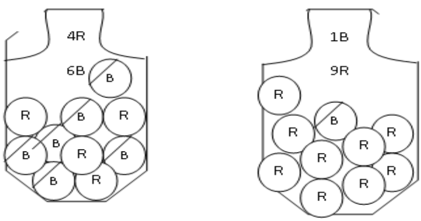
5. Вы вообще не знаете, сколько их, но вам дадут быстро посмотреть на них. Будете ли вы использовать ненадежную информацию или будете работать только с объективными числами. А сколько заплатить, если Вам скажут точное число урн типа Ɵ 1 и Ɵ 2.

Ясно, что данная задача, вообще говоря, нам ни к чему, нам интереснее проблемы реального мира. Но их можно решать, сводя их к этой абстрактной задаче.

Вопрос вопросов: Можно ли формально использовать субъективные вероятности для анализа реального мира?

8. 2. Анализ задачи « Урны и шары»

Если бы урны были прозрачны, то видна была бы такая картинка



Урны Ɵ1 Урны Ɵ 2

Внесем в табл. 10 денежные платежи для всех пар *«состояния – действия»*.

Таблица 10

Состояние	Действие a1	Действие a2	Действие a3	Вероят-ность
Ɵ 1	40	-5	0	0,80
Ɵ 2	-20	100	0	0,20
ОДО	28	16	0	1,00

Угадывание повлияет на платежи! Помним, что урн типа Ɵ 1 – 800 шт.,
а урн типа Ɵ 2 – 200 штук.
e1: одно наблюдение плата – 8 $;
e2: два наблюдения плата – 12 $;
e3: одно наблюдение плата – 9 $ и еще одно наблюдение плата – 4.5 $.

8. 3. Ожидаемая денежная оценка

Есть разные люди: некоторые сразу говорят a3, так как не хотят потерять даже 5 $, имея возможность выиграть 40 $. Может это и разумно. Однако не все такие люди! Некоторые готовы заплатить даже 50 $ за эту возможность, а есть и такие, что больше заплатят за острые ощущения, либо от того, что 55 $, которые им ничего не дают, так как им надо 100 $!!!

Рассмотрим эту задачу с позиции объективиста – так назовем людей, которые собираются действовать до тех пор, пока ставка не очень велика на основании ожидаемых денежных оценок (**ОДО**). Если игра дает 0 $ или 100 $ с равной вероятностью, то **ОДО** = ½* 0 + ½ * 100 = 50 $, при

a1: 0,8 * 40 + 0,2 *(-20) = **28** $;
a2 : 0,8 * (-5) + 0,2 * 100 = **16** $;
a3 : 0,8* 0 + 0,2*0 = **0.**

Будем считать, что вы объективист, тогда для вас безусловный денежный эквивалент *(БДЭ)* получить 40 $ с вероятностью 0,8 и проиграть 20 $ с вероятностью 0,2 равен 28,$, т. е. вы не променяете возможность играть на сумму менее 28 $, но если дадут больше то *да!*

Для субъективиста *БДЭ* может быть меньше 28 и даже намного. Например, 15 или 10.

Итак вы объективист и для вас лучший выбор a1, БДЭ = 28 $.

8.4. Диаграмма решений

Если вы согласны играть, надо решить, собирать информацию или нет. Сведем это к схеме с 5-ю ветками. Квадрат — вершина решение, круг — вершина случай;

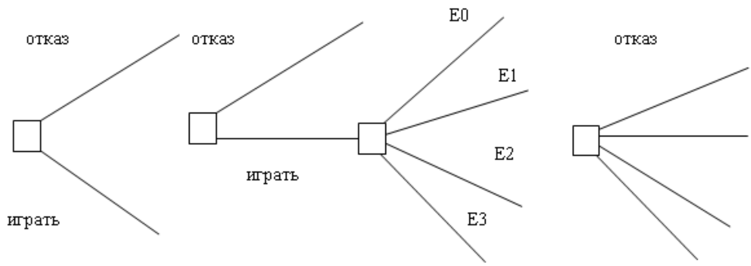


Рис. 8.1

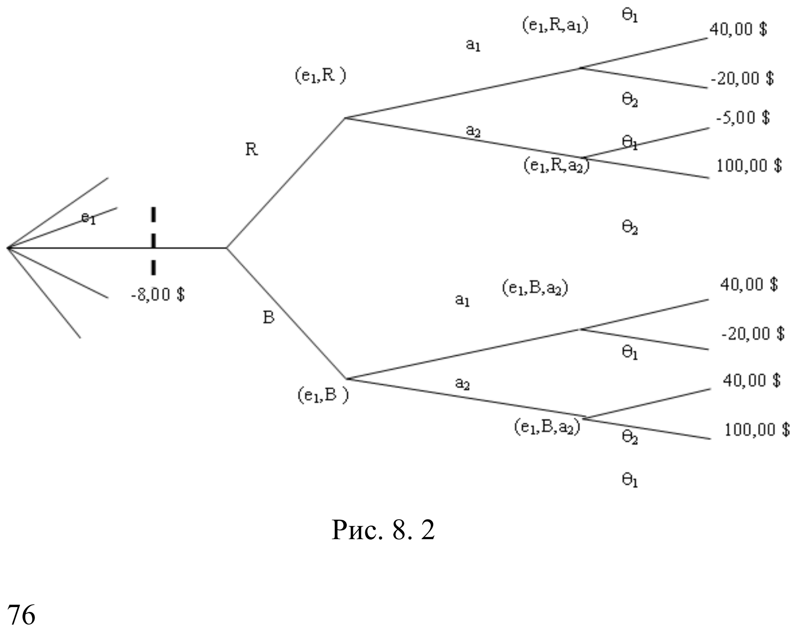


Рис. 8. 2

Покажем, что имеем, если идти по ветке **е1.** После уплаты 8 $, вы окажитесь в развилке с ветвями **R** и **B .** Здесь вы не хозяин своей судьбы, здесь правит **СЛУЧАЙ!** Пусть вынут (случайно) красный шар из неизвестной урны, т. е. вы на ветке **R**, теперь на развилке (**е1 R)**, все в ваших руках, можно пойти по дороге **а1** или по **а2**. Пусть вы пошли по **а2**, попадете в пункт (**а1, R, а2).** Опять случай, то ли ϴ 1, то ли ϴ2. Если идти по (**е1 R, а2, ϴ** 1**)**, то еще **5** $, т. е. минус 13 $. Идите по е3. Плата 9 долл., если случай повел вас по дороге R в развилке (е3, R), либо вы перестанете брать шары, либо еще возьмете. Если перестанете, то ваше будущее — аналог (е1 R), если берете, то платите еще 4,5 долл. и в пункте (е3, R, продолжать) решаете возвратить шар в урну до того как вынуть новый. Диаграмма основной задачи показана на рис. 4.а и 4б. Ветвь е2 в основном аналогична е1,

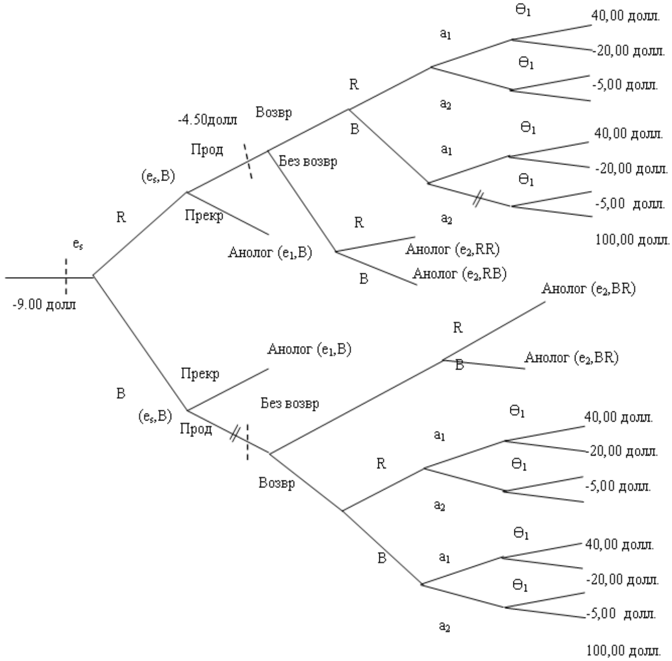


Рис. 8.3,б

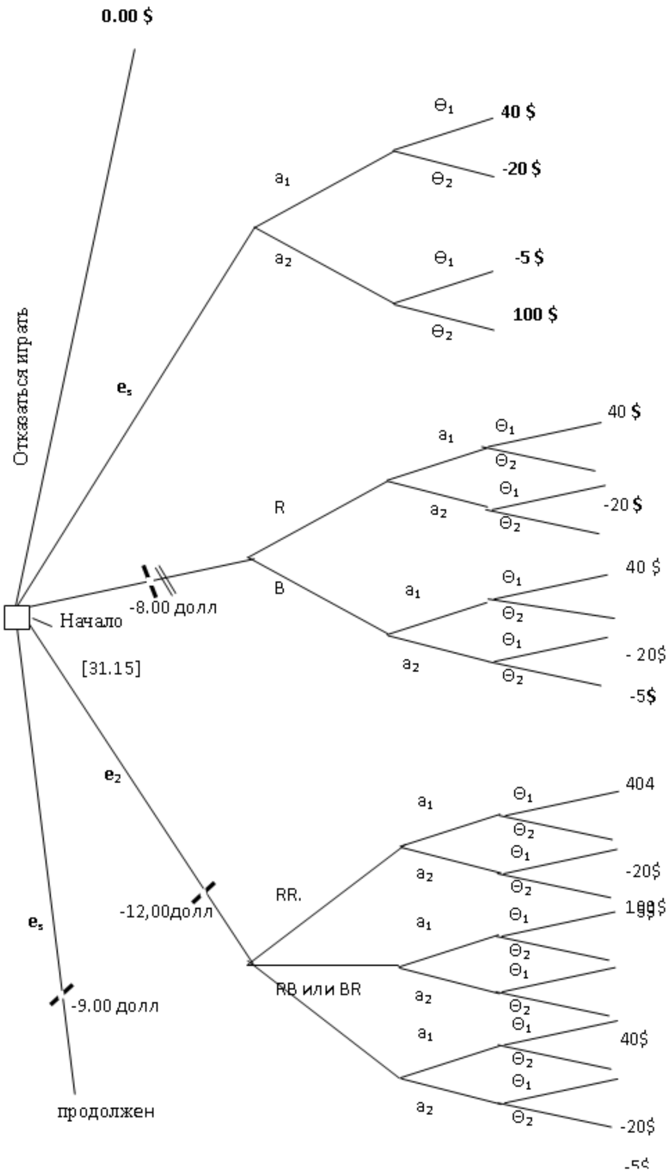

0.00 $
Отказаться играть
e_s
Начало
[31.15]
-8.00 долл
e_2
-12,00долл
e_s
-9.00 долл
продолжен
a_1
a_2
Θ_1
Θ_2
40 $
-20 $
-5 $
100 $
R
B
RR.
RB или BR
404
-20$
40$
-5$

Рис. 8. 3

8. 5. Вероятностные оценки в случайных развилках

Сначала надо выбрать дорогу, а дальше узнаем, как сделать эти вероятностные оценки. Прежде всего рассмотрим ветвь e_0 и случайную развилку (**e_o, a1**). Какова вероятность выбора **Ѳ 1**? Так как экспериментатор выбрал для вас неизвестную урну случайным образом из 1000 урн, 800 из которых

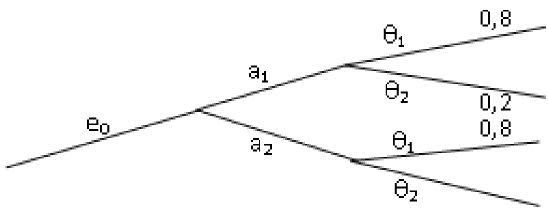


Рис. 5

принадлежат типу **Ѳ 1**, а 200 **Ѳ 2** , то оценка вероятности **Ѳ 1**, естественно, 0,8. Аналогично, оценка для **Ѳ 2** равна 0,2. Такие же оценки получаются в вершине (**e_o, a2**).

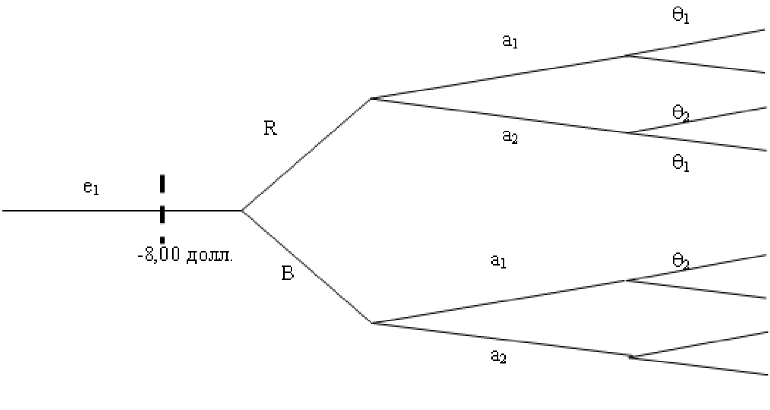


Рис. 6

Теперь взглянем на ветвь **e1** (рис. 6). Сделать соответствующие вероятностные оценки здесь уже не так просто, поэтому необходимо воспользоваться, хоть и в очень незначительной степени, теорией вероятностей. Однако этот вероятностный анализ ветви e1 ляжет в основу большей части дальнейших вероятностных оценок. Рассмотрение ветвей **e2** и **e3** не натолкнет нас на какие-либо новые принципиальные трудности: там даже не понадобится делать то, что нужно для анализа ветви **e1**. Вообразите, что вы выбрали **e1,** вытащили из урны красный шар (т. е. случай направил вас по пути R) и вы решились на **a1**. Другими словами, предположим, что вы очутились в случайной развилке **(e1, R, a1**). Какова вероятность **Ө1**? Уже нельзя больше говорить, что она равна 0,8. В пункте **(e1,R,a1)** знаем, что из урны был извлечен красный шар. Так как урна типа **Ө1** содержит четыре красных и шесть черных шаров, в то время как урна типа **Ө2** содержит девять красных и один черный шар, то известие, что вынут красный шар, безусловно, пошатнет вашу веру в то, что эта урна типа **Ө1**. В нескольких следующих параграфах обсудим, как вы могли бы скорректировать свою первоначальную оценку вероятности **Ө1** после получения экспериментальных данных.

На рис. 6 видно, что необходимо иметь следующие величины:

а) условную вероятность **Ө**1, если **e1** привело к извлечению красного шара, т. е. P(**Ө**1/R), где наклонная черта / обозначает *«при условии»;*

б) условную вероятность **Ө**2, если **e1** привело к извлечению красного шара, т. е. P(**Ө**2/R);

в) условную вероятность **Ө**1 если **e1** привело к извлечению черного шара, т. е. P(**Ө**1/B);

г) условную вероятность **Ө2**, если **e1** привело к извлечению черного шара, т. е. P(**Ө**2/**B**);

д) вероятность, что **e1** приведет к извлечению красного шара P(**R**);

е) вероятность, что **e1** приведет к извлечению черного шара P(**B**).

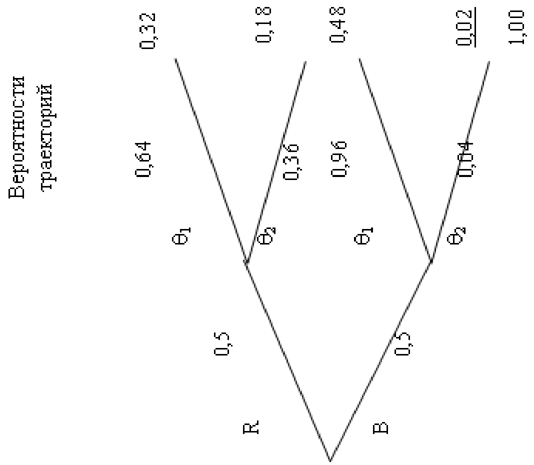

Вероятности траекторий
R
B
0,5
0,5
Θ_1
Θ_2
Θ_1
Θ_2
0,64
0,36
0,96
0,04
0,32
0,18
0,48
0,02
1,00

Рис. 7

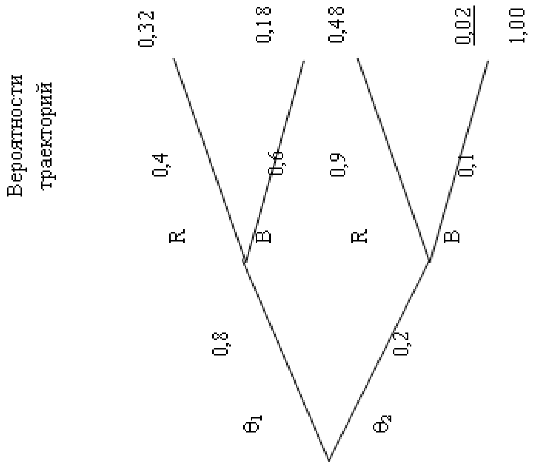

Вероятности траекторий
Θ_1
Θ_2
0,8
0,2
R
B
R
B
0,4
0,6
0,9
0,1
0,32
0,18
0,48
0,02
1,00

Рис. 8

Эти шесть вероятностных оценок могут быть представлены в виде дерева вероятностей (рис. 7). Пометим ветви дерева соответственно буквами от (а) до (е).

Известны:

1) вероятность появления P(**ϴ**1);

2) вероятность появления P(**ϴ**2);

3) условная вероятность того, что **e1** приведет к извлечению красного шара, если **ϴ**1 — истина P(R/**ϴ**1);

4) условная вероятность того, что **e1** приведет к извлечению черного шара, если **ϴ**1 — истина P(B/**ϴ**1);

5) условная вероятность того, что **e1** приведет к извлечению красного шара, если **ϴ**2 — истина P(R/**ϴ**2);

6) условная вероятность того, что **e1** приведет к извлечению черного шара, если **ϴ**2 — истина P(B/**ϴ** 2);

P (**ϴ**1) = 0,8; P(**ϴ**2) = 0,2; P(**B**/**ϴ**1) = 0,6; P(**B**/**ϴ**2) = 0,1; P(**R**/**ϴ**2) = 0,9; P(**R**/**ϴ**1) = 0,4.

На рис. 7, видно, что вероятность совместного появления **ϴ**1 и **R** равна 0.32 , а **ϴ**1 и B равна 0.48 и т.д.

Вероятность всей траектории (**R**и**ϴ**1) на рис. 7 — это та же траектория, что и (**ϴ**1 и R*)* на рис. 8 и, следовательно, необходимо приписать ей значение 0,32. Остальные оценки вероятностей траекторий на рис. 7 получаются аналогично. Из рис. 8 становится ясным, какая оценка вероятности (д) приписана ветви ***R***. Она должна быть 0,32 + 0,18 = 0,50. Аналогично оценка (е) для ветви **B** равна 0,48 + 0,02 = 0,50. Получив оценки (д) и (е), можно теперь узнать (а), (б), (в), (г). Поскольку, например, вероятность траектории (R и **ϴ**1) равняется 0,32 как произведение (д)*(а), и поскольку (д) равна 0,50, то, следовательно, (а) равняется 0,32/0,50 = 0,64. Аналогично (б) равна 0,18/0,50 = 0,36, (в) = 0,48/0,50 = 0,96, (г) = 0,02/0,50 = 0,04.

Эти числа стоят на своих местах на рис. 9.

Мы, так сказать, *«вывернули наизнанку»* дерево вероятностей на рис. 7, чтобы получить дерево на рис. 9. Первое дерево это данные в той форме, в какой они были с самого начала, последнее — данные, обработанные в нужном виде для дальнейшего анализа. В дополнениях к этой главе можно *«вывернуть деревья»* для случаев е2 и е3.

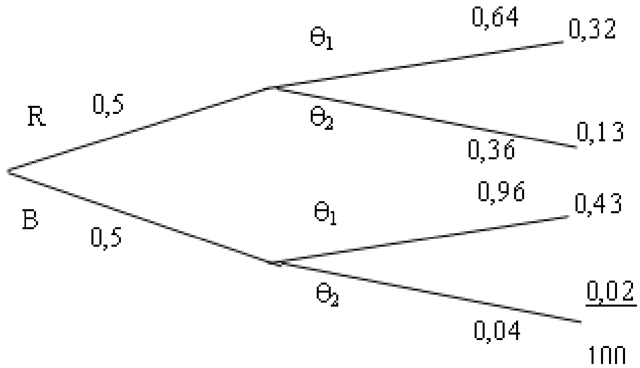


Рис. 9

8.6. Теорема Байеса

Существует формула, лежащая в основе некоторых манипуляций, которые только что проделывали для получения дерева на рис.9 из дерева на рис.8. И эта формула может быть строго выведена. Она носит название теорема Байеса или формула Байеса и считается некоторыми настолько основополагающей, что специалистов по принятию решений, называют *«байесовцами»*. Позже обобщим формулу теоремы Байеса, а пока будет полезным предварительно взглянуть на нее. Формула Байеса позволяет получить P(**ϴ**1/R) из величин P(**ϴ**1), P(**ϴ**2), **P{R/ϴ**1} и **P{R/ϴ**2}. (Естественно, что **R** может быть заменено на B*)*. Для этого воспользуемся двумя простейшими фактами из теории вероятностей: Если A и B — два любых события, то

(I) P{A / B) = P(A и B) / P{B},

(II) P(A) = P{A и B) + P(A и (не B)).

Можно переписать эти формулы применительно к нашему случаю, используя понятия

P(**ϴ**1/**R**) = P(**ϴ**1и **R**)/ P(**R**); (1)

R) = P(**ϴ**1 и **R**) + P(**ϴ**2и **R**); (2)

P(**ϴ**1и **R**) = P(**R**/**ϴ**1) * P(**ϴ**1); (3)

P(**ϴ**2и **R**) = P(**R**/**ϴ**2) * P(**ϴ**1). (4)

Теперь, двигаясь в обратном направлении и используя данные основной задачи, получаем

$$P(\Theta 2 \text{ и } \mathbf{R}) = 0{,}9 * 0{,}2 = 0{,}18$$

из равенства (4),

$$P(\Theta 1 \text{ и } \mathbf{R}) = 0{,}4 * 0{,}8 = 0{,}32$$

из равенства (3),

$$P(\mathbf{R}) = 0{,}18+0{,}32 = 0{,}5$$

из равенства (2) и

$$P(\Theta 1/\mathbf{R}) = 0{,}32/0{,}50 = 0{,}64$$

из равенства (1). Соотношения (1), (2), (3), (4) можно свести в единую формулу

$$P(\Theta 1/\mathbf{R}) = \frac{P(\mathbf{R}/\Theta 1) * P(\Theta 1)}{P(\mathbf{R}/\Theta 1) * P(\Theta 1) + P(\mathbf{R}/\Theta 2) *},$$

называемую *теоремой Байеса.* Величины в правой части (5) могут быть получены из данных основной задачи.

Таблица 11

Совместные и безусловные вероятности состояний и исходов выборки

Исход выборки	Состояния		Безусловная вероятность исхода выборки
	Θ1	**Θ** 2	
Красный Черный	0,8*0,4=0,32 (в) 0,8*0,6=048 (г)	0,2*О,9=0,18 (д) 0,2*О,l= 0,02 (е)	0,50 (ж) 0,50 (з)
Безусловная вероятность состояния	0,8 (а)	0,2 (б)	1,00

Цифры в таблице вычисляются в следующем порядке:

а) $P(\Theta 1) = 0{,}8$;

б) $P(\Theta 2) = 0{,}2$;

в) P (Θ1и **R**) = P(Θ1) * P(**R**/Θ1) = 0,8 * 0,4;
г) P (**B** и Θ1) = P(Θ1) * P(**B**/Θ1) == 0,8 *0,6;
д) P (**R** и Θ2) = P(Θ2) * P(R/Θ2)= 0,2 * 0,9;
е) P (**B** и Θ2)= P(Θ2) * P (**B**/Θ1) = 0,2 * 0,1;
ж) P (R) = P(**R** и Θ1) + P (**B** и Θ2) = 0,32 + 0,18;
з) P (B) = P(**B** и Θ1) + P (**B** и Θ2) = 0,48 + 0,02.

Теперь можно получить:

I) P (Θ1/**R**) = P (Θ1 и **R**)/P(**R**) = 0,32/0,50 = 0,64;
II) P (Θ1/**B**) = P (Θ1 и **B**)/P (**B**) = 0,48/0,50 = 0,96.

Вместо того чтобы выворачивать деревья *«наизнанку»* или использовать алгебраический подход, намеченный выше, можно было свести необходимые вычисления в таблицу. Цифры в табл.11 вместе с комментариями говорят сами за себя. Будете ли вы *«выворачивать»* деревья, или использовать алгебраический метод, или составлять таблицы совместных вероятностей — не суть важно. Иногда один метод более удобен, чем другой. Суть в том, что, так или иначе, мы должны получить необходимые вероятностные оценки и проставить их на все случайные развилки в диаграмме решений, описывающей вашу основную задачу. Эти оценки появляются, например, на диаграмме на рис. 10.

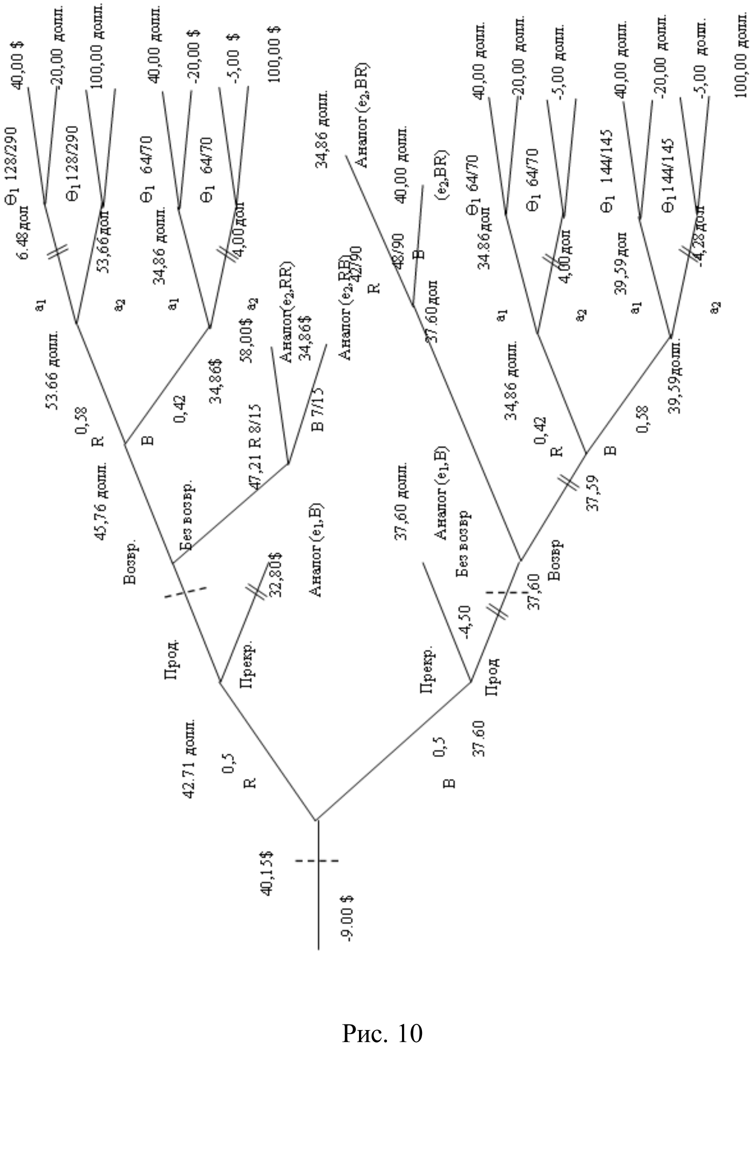

40,00 $
-20,00 долл.
100,00 долл.
40,00 долл.
-20,00 $
-5,00 $
100,00 $
34,86 долл.
Аналог (e₂,BR)
40,00 долл.
(e₂,BR)
40,00 долл.
-20,00 долл.
-5,00 долл.
40,00 долл.
-20,00 долл.
-5,00 долл.
100,00 долл.
Θ1 128/290
Θ1 128/290
Θ1 64/70
Θ1 64/70
Θ1 64/70
Θ1 64/70
Θ1 144/145
Θ1 144/145
6.48дол
53,66дол
34,86 долл.
4,00дол
34,86дол
4,00дол
39,59дол
-4,28дол
a1
a2
a1
a2
a1
a2
a1
a2
Аналог(e₂,RR)
Аналог (e₂,RR)
42/90
48/90
R
B
58,00$
34,86$
37,60дол
53.66 долл.
34,86$
34,86 долл.
39,59долл.
0,58
0,42
0,42
0,58
R
B
R
B
47,21 R 8/15
B 7/15
45,76 долл.
Без возвр.
Аналог (e₁,B)
37,60 долл.
Аналог (e₁,B)
Без возвр
37,59
Возвр.
32,80$
Аналог (e₁,B)
-4,50
37,60
Возвр
Прод.
Прекр.
Прекр.
Прод
42.71 долл.
0,5
R
0,5
B
37.60
40,15$
-9.00 $

Рис. 10

8.7. Усреднение и свертывание

Пойдем дальше по карте, на ней приведены те ходы, которые может сделать принимающий решение, и ходы, подчиняющиеся случаю. На этой диаграмме показаны различные штрафы (соответствующие стоимости экспериментов), а также платежи, ожидающие вас в конце каждого пути. На ней приведены также вероятностные оценки различных возможных ответвлений в каждой случайной развилке, оценки, *зависящие от сведений,* которыми вы располагаете в данной развилке. Ваша задача теперь может быть представлена в следующем виде. Имея эту дорожную карту (рис.10) с обозначенными на ней штрафами, вероятностями в случайных развилках и конечными платежами, решите, как вы считаете нужным осуществлять доступное вам управление? В частности, первое, что вы должны решить, это пойдете ли вы по одному из путей **e0**, **e1**,**e2 или e3**, или вообще откажетесь играть.

Анализ подобной задачи предполагает последовательность вычислений, и некоторые из этих промежуточных расчетов представлены на диаграмме рис. 10. Чтобы быть уверенным в том, что совершенно правильно понимаем, как на этой диаграмме появляются разные числа, станем набирать эти числа по-разному в зависимости от их природы. Ниже приводим табличку, в которой слева указывается, откуда получилось соответствующее число, а справа — шрифт, которым оно будет набрано:

штраф		5 $.
промежуточная денежная оценка		40,15 $
платеж		**100** $
вероятность ответвления	0,5 или	144/145
вероятность траектории	**0,5**	**144/145**

Пока нам не нужно будет обращать внимание на промежуточные денежные оценки и вероятности траекторий, не обращайте также внимание на двойную черточку || на некоторых ветвях диаграммы. Проанализируем первым делом ветвь e_0 , представленную на рис.11.

Усреднение. Предположим, что на некотором этапе этих логических рассуждений вы уже прошли (е0,а1) и что случай сейчас направит вас по пути **Θ**1 или **Θ**2. На что вы решитесь в этот момент? Во сколько вы оцениваете риск? Получаете 40 $, если **Θ**1, но, возможно случай не будет столь снисходителен, и вместо этого вы окажетесь на ветви **Θ**2 со штрафом 20$. Вам, как объективисту (вспомните, что временно вы согласились играть эту роль), который добрался до (е0, а1), будущее представляется следующим образом:

0,8 (40 $.) + 0,2 (-20 $.) = 28 $.

Символически запишем

ОДО (**е0,а1**) = 28 $.

и будем говорить ОДО в точке (**е0, а1***)* равна 28 $.

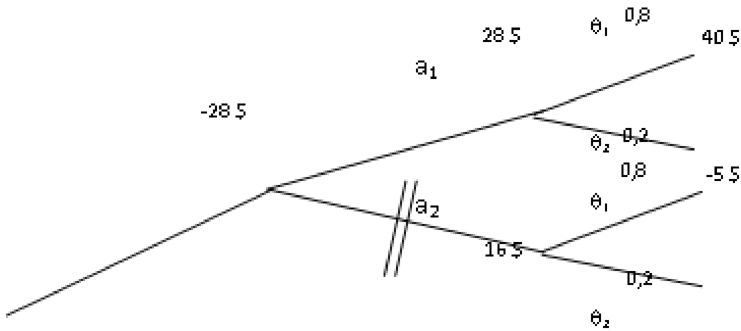


Рис. 11

Аналогично доказывается, что

ОДО (**е0, а2***)* = 0,8(-5 $) + 0,2(100) = 16 $.

Свертывание. Вернемся немного назад и остановимся в (**еО**). Тут вы должны решить, выберете ли вы **а1** или **а2**. Что вы ждете для себя от дороги **а1**? Рискованную ситуацию с оценкой 28 $. Что вы ждете от дороги **а2**? Рискованную ситуацию с оценкой 16 долларов. Вам как объективисту ясно, как нужно действовать: вы пойдете по дороге **a1**, заблокировав дорогу **a2**. (На это и указывает двойная черточка на диаграмме.) Объективист в (**e0**) выберет 28 $ (максимум из 28 $ и 16 $), и записываем 28 $ у **e0**. Что же мы сделали? Прежде всего, в воображении перенеслись в самый конец дерева, где все оценки даются прямо в терминах данных задачи, и затем пошли обратно, пользуясь двумя средствами:

1) процедурой усреднения в случайных развилках;

2) процедурой выбора пути;

3) процедурой выбора пути, ведущего к максимальной оценке будущего в каждой вершине, где требуется принимать решение.

Назовем это *процедурой усреднения и свертывания.*

Теперь вы сможете вывести и объяснить все оценки на рис.9, *а* и 9, *б*. Например, развилке (**e2, RR**) приписана оценка в 58$. Методом усреднения вы прежде всего выясняете, что

ОДО(**e2**, **RR**, a1) = 0,4 (40 $) + 0,6(-20 $) =4 $;
ОДО(**e2**, **RR,** a2) = 0,4(-5 $) + 0,6(100 $) =58 $.

Поэтому в соответствий с принципами свертывания путь a1 должен быть отброшен и, следовательно,

ОДО (**e2, RR**) = 58 $.

Но какова наша оценка развилки *(***e2***)* после уплаты взноса в 12$?

После этой точки мы можем очутиться на трех различных путях: на пути **RR** с вероятностью 24/90, **RB** или **BR** с вероятностью 42/90, или на пути **BB** с вероятностью 24/90. Следовательно, оценка точки (**e2)** равна

24/90 * (58$) + 42/90 * (34,86 $) + 24/90 (40 $) = 42,4 $.

Отмечаем в (**e2**) 42,4 $. Вспомним, что обозначает это число: поскольку вы объективист, то, если кто-либо предложит вам сумму, большую, чем 42,4 долл., за право выбора в этой точке, вы согласитесь на это; если меньше чем 42,4 долл., то вы откажетесь. Достаточно ли доказательны оценки, данные на рис.9, чтобы продолжить наш анализ?

Помните, что все наши рассуждения имели место в воображении, а в действительности вы все еще находитесь в начальной точке. Что вы видите?

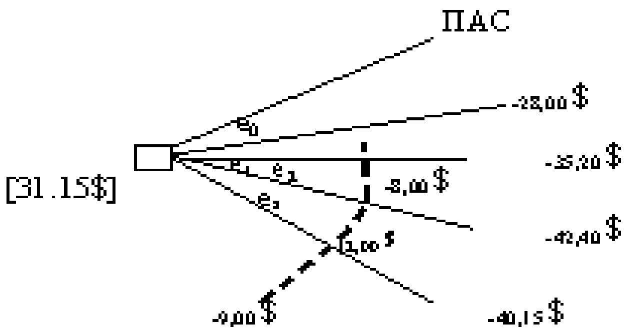


Рис. 12

Рис.12 показывает, что, если вы включаете в свои подсчеты начальные взносы, то нужно считать путь **e1**, лучшим, чем **e2**, который в свою очередь лучше, чем **e0** лучше, чем **e1**, — и все они лучше, чем *«отказаться играть»,* с вашей точки зрения оценка решения участвовать в игре будет равна

40,15 - 9 = 31,15 $.

Вернемся к рис. 9, *б.* Выбрав **e3**, вы платите взнос 9 $. Предположим, случай подбросил вам **R** в **e3** . В этот момент ОДО вашего будущего подскочила до 42,71 $. Ваш оптимальный выбор в этом случае — продолжать отбор проб, заплатив взнос 4,5 $, и не вращать вынутый красный шар обратно. Это приводит к (**e3, R**, *продолжать, без возвращения).* Предположим, случай послал вам **B**. Тогда ваша оценка упала от 47,21 до 14,86 $. В этот момент ваши планы должны быть такими же, как если бы вы были в (**e2, R,** ***B***). Следовательно, вы должны идти по пути a1 и позволить случаю решить, дать вам 40 $ (с вероятностью 64/70) или -20 $ (с вероятностью 6/70).

Рис. 9 может быть также использован для определения ожидаемой ценности информации при любом заданном плане взятия проб. Из более простого рис11. видно, что ожидаемая ценность в (**e0**) равна 28 $, в то время как ожидаемая ценность в (e1) равна 35,20 $. Разница в этих цифрах 7,20$ – это ожидаемый рост ценности игры в результате того, что вы взяли один шар на пробу и выбрали наилучшее действие на основе полученной информации. На несколько другом языке, на профессиональном жаргоне *ожидаемая ценность информации от выборки* для эксперимента e1 равна 7,2$, что и запишем в виде формулы

ОЦИВ(**e1**) =7,2 $.

Аналогично

ОЦИВ(**e2**) = 14,40 $.

Вычисление **ОЦИВ** в эксперименте с последовательным получением проб более сложно, не будем обсуждать это.

Отступление. Бывает ли когда-либо разумно в процедуре последовательного получения проб возвращать вынутый шар перед тем, как тащить следующий?

Рис. 9,*б* показывает, что в нашем случае это никогда не выгодно. Но всегда ли дело обстоит именно так? Рассмотрим следующую ситуацию. Предположим, в урне Θ1 – 2 красных и один черный шар, в то время как в урне Θ2 – 101 красный и 100 черных. Пусть первый шар, вынутый из неизвестной урны, красный. Нужно ли его возвращать? Если вернем его, то в урне Θ1 будет один красный и один черный шар, в урне Θ2 – 100 красных и 100 черных. Таким образом, *если вынутый шар не возвращать, то никакой информации о содержимом урн от второго вытаскивания получено не будет,* так как вероятность вытащить красный (или черный) шар равна 0,5 в обоих случаях. В этом случае совершенно очевиден совет – брать пробы с возвращением.

8.8. Ожидаемая ценность точной информации и потенциальные потери

Перед тем как определять, стоит ли собирать экспериментальные доказательства, которые в конце концов обычно еще и не полностью убедительны, нужно спросить себя: «А насколько ценна *точная* информация?». Предположим, в заданном примере ценность точной информации 100 $, а рассматриваемый эксперимент с отбором проб стоит 150 $. В этом случае можно было бы забыть об отборе проб без каких-либо дальнейших церемоний, поскольку глупо было бы платить 150 $ за неточную информацию, если ценность точной — всего-навсего 100 $. Можно подходить к этому вопросу с трех сторон.

1. Представьте себе, что ваша основная задача только что поставлена, что вы рассмотрели таблицу платежей (табл.10) и решили, что если вы будете действовать без каких-либо экспериментов, то выберете **a1**, ОДО которого 28 $. Теперь вам задается следующий вопрос:

Предположим, у вас больше нет возможности экспериментирования, но за плату в 15 $ вы можете определить тип неизвестной урны. Согласитесь ли вы заплатить 15 $ за точную информацию? И вообще, сколько бы вы хотели заплатить за точную информацию?

Заметьте, что если вы решите заплатить 15 $ за точную информацию, то вы исключите всякую неопределенность. Если вы узнаете, что урна принадлежит типу Θ1, то вы выберете **a1** и получите 40 $, если вы узнаете, что урна принадлежит типу Θ2, то вы выберете **a2** и получите 100 $. Конечно, стоит заплатить 15 $ и узнать, что, урна типа Θ2, и таким образом переключиться с **a1** на **a2,** получив 100 $ вместо – 20 $, экономя тем самым 120 $. Однако, если вы узнаете, что урна. типа Θ1, то вы выберете **a1** как и планировали, и не сэкономите ничего.

Затруднение такой ситуации в том, что нужно решать, платить ли 15 $, получив, возможно, в награду 120 $ в случае истинного состояния Θ2 (что произойдет с вероятностью 0,2) или получив в награду 0 $ в случае истинного состояния

Θ1 (что произойдет с вероятностью 0,8)? Но Вам, как объективисту, ответ теперь ясен, потому что вы можете определить ценность возможной награды в

$$0,2 * 120 + 0,8 * O = 24 \$.$$

Такова *ожидаемая ценность точной информации,* которая больше, чем плата за нее 15 $. Следовательно, вам стоило бы купить эту точную информацию.

Таблица 12

Потенциальные потери для всех пар *«состояние – действие»*

Состояние	Действие			Вероятность состояния
	a1	**a2**	**a3**	
Θ1 Θ2	о 120	45 0	40 100	0,80 0,20
Средние потенциальные потери	2.4	36.	52	1,00 (итого)

2. У проблемы точной информации есть и другой аспект. Если Θ1 истинно, то **a1**оптимально и, следовательно, вы не *теряете ничего*, выбирая a1, однако упускаете свои шансы, выбрав **a2** или **a3**. Если вы обратитесь к табл. 12, то увидите, что при состоянии Θ1 вы теряете 45 (т. е. 40 – (–5) = 45) единиц возможного выигрыша, если вы выберете **a2**, и 40 единиц, если выберете **a3**. Эти числа вы найдете в строке напротив Θ1. Числа, находящиеся в строке, обозначенной Θ2, определяют потенциальные потери, связанные с выбором соответственно **a1, a2** и **a3**, если истинное состояние Θ2. Сможете ли вы объяснить эти оценки на основе информации, приведенной в табл. 10.

Теперь ясно, как интерпретировать строки табл. 12 в терминах потенциальных потерь. Полезно также уметь интерпретировать *столбцы* таблицы. Цифры в колонке **a1** уже обсуждались, но еще раз. Если вы собираетесь выбрать

а1, не располагая точной информацией, то ценность ее получения при условии, что Θ1 истинно (с возможностью изменить действия), равна нулю, а при условии, что Θ2 истинно (с возможностью изменить действия), равна 120. А можете ли вы интерпретировать числа 45 и нуль в столбце **а2** и числа 40 и 100 в столбце **а2** в терминах ценности информации? (Кстати, вы могли бы заметить, что вместо того, чтобы называть табл. 12 «Потенциальные потери» (т. е. потери выигрыша, на который вы можете рассчитывать), мы могли бы назвать ее «Ценность информации» (которую вы могли бы получить).

Средние потенциальные потери (**СПП**) данного действия находятся умножением цифр столбца данного действия на вероятности состояния и затем сложением полученных чисел. Например, для из **а1 СПП**

$$\mathbf{a1} = 0{,}8*0 + 0{,}2*(120) = 24.$$

Полезно сравнить табл. 10 и 12.

Отметьте себе следующие числа:

Табл. 13

Действия	а1	а2	а3
ОДО СПП	28 24	16 36	0 52
Итого	52	52	52

Вообще, сумма ОДО и СПП для всех действий постоянна, в нашем случае она равна 52. Заметьте, что действие **а1** имеет максимальную ОДО и минимальные СПП. Максимальные СПП (т. е. СПП, которые связаны с действием, оптимальным для данной информации) называются *ожидаемой ценностью точной информации (ОЦТИ)*.

3. Можно взглянуть на вопрос «Чего стоит точная информация?» и с третьей стороны. Прежде всего, показано,

что без точной информации вы выберете **a1** и получите ОДО, равную 0,8*40 + 0,2*(-20) = 28 $. Теперь задаем вопрос: «Каков ваш ожидаемый доход, если вы можете изменить действие *после того,* как узнаете истинное состояние, т. е. *после* получения точной информации?». Очевидно, что *доступность* точной информации позволяет вам предвкушать премию в 40 долл. с вероятностью 0,8 и премию в 100 $ с вероятностью 0,2 с

ОДО = 0,8 * 40 + 0,2 * 100 =52 $.

(ОДО + СПП для любого действия равно этой величине).

Возрастание ОДО от точности информации будет равно 52—28 = 24 $, что и является ОЦТИ.

Теперь вернемся к обсуждению первоначальной задачи. Если бы ОЦТИ оказалась гораздо меньше, чем она есть, например, если ОЦТИ была бы,

скажем, 6 долл., то вы не стали бы платить 8 $ (при **e1**) и тем более еще больше за неточную информацию, полученную от отбора проб. Следовательно, вычисление ОЦТИ может сказать, стоит ли вам вообще собирать информацию методом проб. В вашей основной задаче отбор проб стоит гораздо меньше, чем ОЦТИ (24 $), и, таким образом, из анализа ОЦТИ не совсем ясно, желателен ли отбор проб или нет. Конечно, если бы стоимость отбора была больше, чем 24 $ для **e1,** то анализ ОЦТИ, несомненно, сэкономил бы нам некоторое время, так как мы не тратили бы его на то, чтобы пройти через всю процедуру.

Теперь, когда введено понятие *«ОЦТИ»*, будет интересно исследовать, как изменяется ОЦТИ после того, как получена некоторая неточная информация. Предположим, вы уплатили 8 $ и вытащили красный шар. Захотите ли вы еще доплатить 24 $ за точную информацию? Что изменилось в задаче после того, как вынули красный шар. После того как вы уже выбрали **e1** и расстались с 8 $, будущие выплаты все еще описываются данными табл10. Но мы больше не удовлетворены приписыванием Θ1 и Θ2 вероятностей 0,8 и 0,2, соответственно. По-видимому, извлечение красного шара заставит вас каким-то образом скорректировать эти вероятности, в противном случае — зачем же было брать пробы? Первоначальная (априорная) вероятностная оценка 0,8 для Θ1 уступит теперь место новой (апостериорной) вероятностной оценке для Θ1, которая меньше, чем 0,8; аналогично, априорная вероятность Θ2 станет из 0,2 апостериорной, большей, чем 0,2 (определения *«априорная»* и *«апостериорная»*, как относятся к моментам времени соответственно до и после экспериментирования). Эти изменения сделают **a1** менее и, из более привлекательными, но достаточно ли велик сдвиг, чтобы заставить вас переключиться с **a1** на **a2** ?, и сколько вы хотели бы заплатить за точную информацию. Можно провести этот разбор, используя данные табл11. Мы обсудили, как корректировать вероятности состоянии Θ1 и Θ2, чтобы учесть тот факт, что был вытащен красный шар. Сейчас решим, стоит ли переключаться на **a2** и сколько вы хотите платить за точную информацию. Заметьте, что ОДО для **a2** равна

$$32{,}8\$ = 0.64*(-5) + 0.36 * (100).$$

Это больше, чем для a1, вы теперь предпочтете **a2**. Конечно, нам уже известно это и из диаграммы решений.

Рассуждаем так:

1. Если вам говорят, что истинное состояние Θ1, то вы переключитесь с **a2** на **a1,** выиграв для себя 40 - (-5) = 45 долл., а вероятность, что вам скажут, что истинное состояние Θ1, — это на самом деле *скорректированная вероятность, которую вы приписываете* Θ1 *теперь,* т. е. 0,64.

2. Если вам говорят, что истинное состояние Θ2 , то вы ничего не теряете и не приобретаете, вероятность этого события равна 0,36.

Таблица 14

Состояние	Действие		Скорректированные вероятности состояния после того как был извлечен красный шар	Потенциальные потери		
				Действие		Состояние
	a1	a2		a1	a2	
Θ 1	40 $.	-5$.	0,64	0 $	45$.	Θ1
Θ2	-20 $.	100$.	0,36	120 $.	0$.	Θ2
ОДО	18,40 $.	32,80$.	Итого 1,00	43,20 $	28,80 $	СПП

ОДО этого выигрыша, выросшего от точной информации, поэтому равна

$$0{,}64 * (45) + 0{,}36 * (0) = 28{,}8\ \$.$$

Следовательно, получение точной информации более важно для вас теперь, чем до того, как вы экспериментировали и вытащили красный шар. Проверьте все подсчеты и логику рассуждений еще раз, если не верите! Ведь на самом деле информация повысила и перспективную ОДО и ОЦТИ.

В табл. 15 приведена исходная информация и скорректированные вероятности для случая, когда вынут шар черный.

Таблица 15

Состояние	Действие		Скорректированная вероятность состояния *после* того, как был извлечен черный шар	Потенциальные потери		
				Действие		Состояние
	a1	a2		a1	a2	
Θ1	40$.	-5$	0,96	0 $.	45 $	Θ1
Θ2	-20$	100$.	0,04	120$	0 $	Θ2
ОДО	37,60 $.	0,8 $.	Итого 1,00	4,80$.	3,20$	СПП

Скорректированная вероятность после того, как вы вытянули черный шар, равна 0,48/0,50 = 0,96. Скорректированные вероятности записаны в центральном столбце таблицы. Как объективисту вам больше всего подходит теперь **a1**, и прирост ОДО от точной информации теперь всего-навсего

$$0.96 * (0) + 0{,}04 * (120) = 4{,}8\ 3{,}20\ \$.$$

Результаты, которые достигнуты со скорректированными вероятностями, согласуются со здравым смыслом. Перед тем как вы рассматриваете выборку из неизвестной урны, состоящую из одного шара, вы приписываете Θ1 вероятность 0,8 и Θ2 вероятность 0,2. Но урна типа Θ1 содержит больше черных, чем красных шаров, а урна типа Θ2 — больше красных, чем черных. Если вы вытаскиваете красный шар, то он скорей всего из урны типа Θ2. В этом случае вы бы с большей охотой придали бы меньшее значение возможности того, что на столе находится урна типа Θ1. Но понижение 0,8 у Θ1 до 0,64 и повышение 0,2 у Θ2 до 0,36 означает, что вы теперь *менее* уверены в том, какая урна перед вами. Поэтому ценность точных сведений о действительном типе урны повышается с возрастанием неопределенности.

Можно было бы использовать те же аргументы, чтобы показать, почему в случае, когда вы вытащили черный шар, уменьшение прироста ОДО от точной информации согласуется со здравым смыслом. Появление черного шара только подкрепило бы мнение, которое вы имели до отбора проб, что Θ1 более вероятно, чем Θ2 .

8.9. Априорное ожидание апостериорной ОЦТИ

Выше показано, что если вы не удостоились разрешения па взятие проб, то, будучи объективистом, захотите заплатить 24 $ за точную информацию. Тем не менее, если вы проводили свой эксперимент и вытащили красный шар, то, наверное, готовы заплатить за нее уже 28,8 $. Однако, если вынутый шар черный, ценность точной информации упадет до 4,8 $. Вопрос, сколько вы заплатили бы за точную информацию, если бы вам дали возможность *бесплатно* вынуть вначале один шар из урны? Вы еще не рассматривали подобную возможность, но знаете, что она существует. Да, ценность точной информации может быть и 28,8 и 4,8 $ в зависимости от того, красный или черный шар был вынут. Но теперь вы должны решить, насколько ценна вам точная информация до того, как вы проводите свой бесплатный эксперимент. Каковы шансы вытащить красный или черный шар? Ведь шансы вытащить из неизвестной урны во время первого опыта красный шар равны так же, как и для черного 0,5. Поэтому точная информация стоит 28,8 $ с вероятностью 0,5 и 4,8 $ с вероятностью 0,5 и ОДО ее есть

$$0,5 * (28,8) + 0,5 * (4,8) = 16.8.$$

Это число дает априорное ожидание ОЦТИ, апостериорной по отношению к эксперименту **e1**.

Подведем итоги: Ценность точной информации составляет для вас 24 долларов. Если вы не можете вынимать шары, но ценность той же информации снижается до 16,8 $, если вы можете бесплатно вынуть один шар (помните, что второе число справедливо только до того момента, как шар действительно вынут). Разницу 24$ - 16,8$ = 7,2 $ можно считать ожидаемой ценностью информации от выборки, состоящей из одного шара. Это число 7,2 $ уже вам знакомо (рис. 12) . Это разница 35,2 - 28 = 7,2 $.

8.10. Итоги и обобщения

Если в этом месте изменим денежные выигрыши, штрафы, платежи за отбор проб и содержимое урн, то вы будете в состоянии произвести все необходимые вычисления и провести анализ сами. В частности, вы сможете построить диаграмму решении, расположив последовательность шагов принимающего решения и случая в хронологическом порядке, выписав на дереве платежи и стоимости опытов, приписав вероятности всех возможных исходов случайного хода и в конце концов проанализировав дерево с помощью процедуры усреднения и свертывания *}.

А если вы обладаете и некоторым воображением, то сможете теперь продвинуться намного дальше. Мы не настолько уж привязаны к своим урнам, чтобы затрачивать на них столько сил, если не можем обобщить развиваемые идеи. Методология, используемая нами в этом искусственном примере, применима к широкому классу задач, которые нужно решать в реальном мире, являющемся, в конце концов, миром неопределенностей. Тем не менее, необходимо преодолеть множество сложностей, прежде чем задача реального мира может рассматриваться по схемам, предложенным в этой главе.

1. Нужно отбросить не относящиеся к делу факторы в имеющейся ситуации и выделить другие — относящиеся к делу, но не существенные, так чтобы задачу принятия решения можно было привести к поддающейся анализу форме. Это непросто определить жизнеспособные направления действия и основные источники неопределенности и показать, как они взаимодействуют друг с другом и в какой последовательности;

2. Платежи и стоимости отбора проб обычно не преподносятся *«на блюдечке»*, нужно провести определенную работу, чтобы получить подходящие цифры. Может случиться, что принимающий решение хотел бы в своем анализе учитывать не только денежные соображения. Более того, как только дело коснется денежных платежей, принимающий решение может настолько быть против любого риска, что не пожелает иметь дело с ОДО;

3. Вероятностные оценки очень редко заданы четко: принимающий решения должен проявить умение здраво рассуждать, чтобы получить соответствующие цифры; вы можете предпочесть начать анализ, представив прежде всего таблицу, дающую снижение ожидаемого выигрыша каждого действия при заданном состоянии, вычисляя СПП и затем интерпретируя минимальное СПП как ОЦТИ. И только если ОЦТИ значительно больше, чем стоимость экспериментирования, вы станете продолжать определять структуру диаграммы решений и анализировать ее;

4. Когда на развилках существует большое разнообразие альтернатив, то нарисовать дерево-диаграмму и продираться сквозь нее к решению примитивными численными методами непосильно. Но принципы рассуждений остаются попрежнему теми же, а подходящие аналитические методы могут упростить поиск решения.

8.11. Проект

В качестве упражнения для интересующегося читателя приведем упрощенный конкретизированный вариант задачи о бурении нефтяных скважин, описанный во введении. Руководитель поисковой бурильной бригады должен решить: либо бурить (действие a1), либо не бурить (действие a2). Он не уверен, будет ли скважина *«сухой»* (состояние Θ1), «бедной» (состояние Θ2) или *«богатой»* (состояние Θ3). Соответствующие платежи приведены в табл. 16. Мы предполагаем здесь, что стоимость бурения равна 70 тыс. долларов. Чистая прибыль бригады при условии (*«бедная»,* a1) равна 50 тыс. $.

Таблица 16

Денежные платежи

	Действие	
Состояние	a1	a2
Сухая (Θ1) Бедная(Θ2) Богатая(Θ3)	-70 тыс. $ 50 тыс. $ 200 тыс. долл.	0 0 0

Эта сумма получается после вычета затрат на бурение в 70 тыс. $ из дохода в 120 тыс. $. Аналогично 200 тыс. $ – тоже цифра чистой прибыли: она получается из дохода в 270 тыс. $ за вычетом 70 тыс. $ на бурение. (Можно сделать стоимость бурения неопределенной.)

За плату в 10 тыс. $ наш руководитель может провести сейсмическую разведку (опыт e1), которая поможет определить геологическую структуру участка. Разведка покажет, что либо грунт *не имеет* структуры (исход Н. С.) – и это плохо, либо имеет *открытую* структуру (исход О. С.) – что *«так себе»*, либо имеет *замкнутую* структуру (исход З. С.), что уже обнадеживает. Эксперты любезно предоставили табл. 16, на которой приведены совместные вероятности этих событий. Из нее можно видеть, например, что вероятность Θ1 (сухая) и О. С. (открытая структура) равна 0,150, вероятность Θ1 равна

$$0{,}300 + 0{,}150 + 0{,}050 = 0{,}500,$$

вероятность О.С. равна

$$0{,}150 + 0{,}120 + 0{,}080 = 0{,}350.$$

Таблица 17

Совместные п безусловные вероятности

Состояние	Данные сейсмической разведки			Безусл. вероят. Состояния
	НС	О С	З С	
Сухая (Θ 1)	0,300	0,150	0,050	0,500
Бедная (Θ 2)	0,090	0,120	0,090	0,300
Богатая (Θ 3)	0,020	0,080	0,100	0,200
Безусл. вероят. дан. сейсм. разведки	0,410	0,350	0,240	1,000

Предположим, что по своему характеру руководитель поисковой бригады принадлежит к разряду объективистов.

1. Как он должен действовать при невозможности экспериментирования?

2. Какова ОЦТИ?

3. Какова оптимальная стратегия экспериментирования и действий?

Предложение. Составьте диаграмму решений к задаче.

4. Какова ожидаемая ценность информации сейсмической разведки?

8.12. Вероятностные оценки для ветви

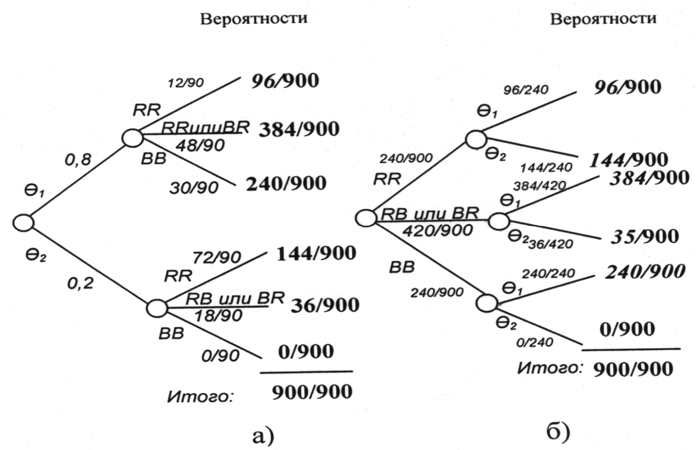
а) Вероятностные оценки для ветви е*2.* Необходимые вероятности для ветви *в2* можно найти из рис. 13, *б*, полученного *«выворачиванием»* дерева на рис12.

б) Вероятностные оценки для ветви е3**.** Нужно рассмотреть два случая.

Случай 1. Второй выбор производится без возвращения. Этот случай разобран на рис. 13.

Случай 2. Второй выбор делается с возвращением. Этот случай разбирается на рис. 14.

В каждом случае, как и раньше, выворачиваем дерево, вычисляя вероятности траекторий, в части (а), перенося их в часть (б), складывая, чтобы получить конечные вероятности участков траекторий, и наконец, вычисляя условные вероятности различных ответвлений путем деления соответствующих вероятностей участков траекторий. Условные вероятности ответвлений напечатаны обычным шрифтом, а вероятности траекторий выделены жирным шрифтом. Индексы у R и **B** означают порядок отбора пробы, например, B_2 означает появление черного шара во второй раз.



а) б)

Рис. 13. Анализ выборки без возращения

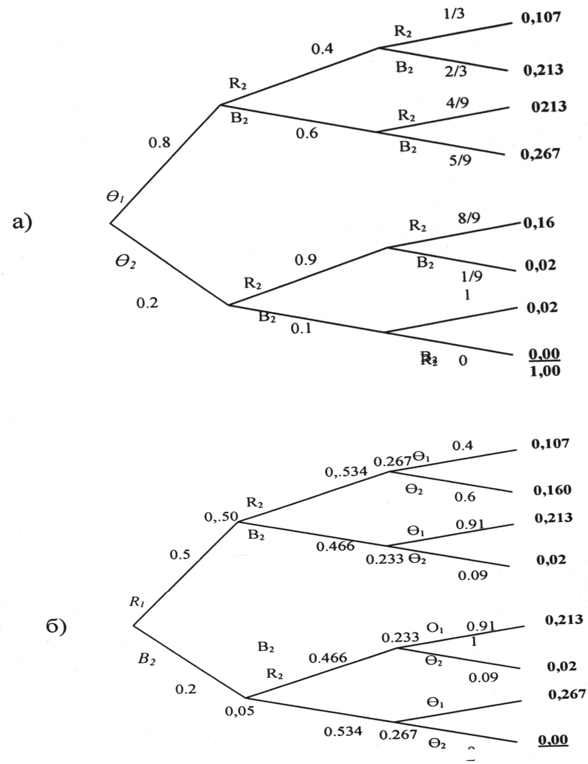


Рис. 8.12.

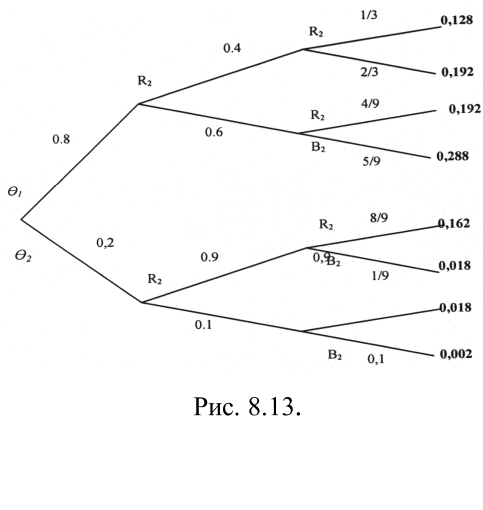


Рис. 8.13.

9. ТЕОРИЯ ПОЛЕЗНОСТЕЙ, ИЛИ ЧТО ДЕЛАТЬ С СУБЪЕКТИВИСТАМИ

9.1. Введение

Зададим [2] такой вопрос: «Предположим, у вас есть лотерейный билет, позволяющий с равными шансами выиграть 1000 долл. или ничего. Какова минимальная сумма, за которую вы согласились бы продать этот билет? Не отвечайте под влиянием минуты – обдумайте это, посоветуйтесь с женой». После надлежащих размышлений мои друзья пришли к совершенно различным выводам. Один был согласен продать билет за 450 долл., и никак не меньше, другой удовлетворялся любой суммой не меньше 50 долларов.

«Ты уверен, – спросил я первого, – что не уступишь билет меньше чем за 450 долларов? Твой коллега с радостью согласился даже на 50 долларов».

«Дело в том, – возразил он,– что очень трудно представить себе дело так, как если бы у меня этот билет был на самом деле. Что касается меня, я хотел бы получить за него 450 долл. и думаю, что и мой чрезмерно осторожный коллега переменил бы свою точку зрения, если бы деньги были выложены на стол. Хотел бы я знать, подумал ли он и его жена о том, что можно сделать на 1000 долларов?»

Второй приятель отстаивал свою точку зрения, пользуясь очень похожими аргументами. Он настаивал на сумме в 50 долл. и высказал предположение о том, что его безрассудный коллега вместе с женой недостаточно серьезно отнеслись к этому вопросу. «Подумать только! Выложить 450 долл. ради неопределенной перспективы?» И так далее...

У нас может быть свое собственное мнение относительно разумности каждой из этих позиций. Мы могли бы даже спрогнозировать ответы разных людей на вопросы подобного рода или попытаться установить связь между полученными ответами и основными психологическими характеристиками опрашиваемых. Но если речь идет о том, чтобы посоветовать каждому из моих друзей, как вести себя в аналогичной ситуации, то самое разумное было бы просто принять к сведению, что они по-разному относятся к риску и что это их различие неизбежно скажется на их выборе.

Предположим теперь, что вы принадлежите к самой распространенной категории людей, что вы субъективист и будете в восторге, как те двое, о которых мы только что рассказали, скажем, от 450 долл. в обмен на возможность получить 0 или 1000 долл. с равными шансами. Можете ли вы тогда почерпнуть что-то полезное для себя из анализа главы 8?

08 *40 $*

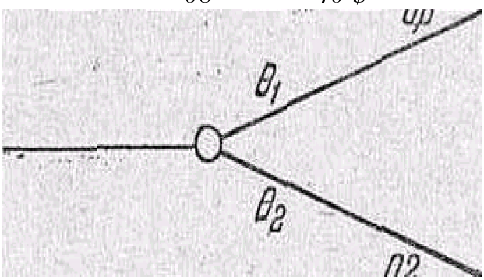


Рис. 16

-20 $,

Ну что ж, вы можете, разумеется, дойти до построения диаграммы решений с платежами в конечных пунктах и вероятностями на ветвях в случайных ветвлениях. Трудность теперь в том, что вы субъективист и не хотите пользоваться приемом усреднения из процедуры, которая описана в предыдущих главах. Например, предположим, что вы находитесь в случайном ветвлении с предысторией (**e0, a1**). Впереди у вас, можно сказать, *лотерея,* показанная на рис. 16. Объективист, как знаем, приписал бы этому узлу безусловный денежный эквивалент (БДЭ):

0,8- (40 долл.) + 0,2(—20 долл.) = 28 долларов.

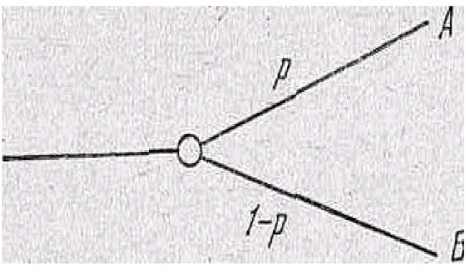
Но предполагаем, что вы-то теперь субъективист и что, если, например, вам предложили бы сменять .свое право на этот выбор на ни много ни мало 10 долл., вы могли бы и согласиться на это. У вас есть один легкий и естественный выход из возникшего затруднения; вы можете использовать свои *собственные* суждения, чтобы решить, какую сумму *вы* хотите проставить в (**е0, а1**) вместо азартной игры.

Предположим, вы остановились на 15 долларах. Это означает, что, если вам предложат сумму, большую, чем 15 долл., вы примете ее в обмен на выбор, с которым вы сталкиваетесь в развилке (**е0,а1**), и если вам предложат сумму, меньшую 15 долл., вы откажетесь от нее. Другими словами, 15 долл. в — это ваш БДЭ для этой лотереи.

Правда, вы могли бы сказать, что в действительности вам никогда не добиться подобной точности, что 15 долл. на самом деле очень приблизительная цифра. Что ж, предположим, у вас есть агент, представляющий ваши интересы, и ему могут предложить сумму х вместо лотереи на рис. 16. Он ждет ваших указаний. Не важно, насколько это приблизительно для вас, но вы могли бы сказать: «Принимай любые суммы от 15 долл. и выше, отказывайся от всех сумм ниже 15 долларов». Конечно, в анализе своей задачи вам лучше иметь дело со своим БДЭ, а не следовать ОДО, которую *вы не считаете удачным ориентиром для выбора своих действий.*

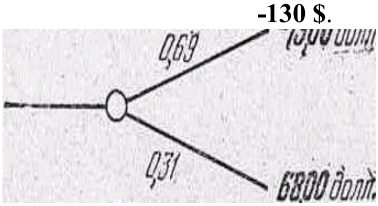
9.2. Использование БДЭ в анализе диаграммы решений

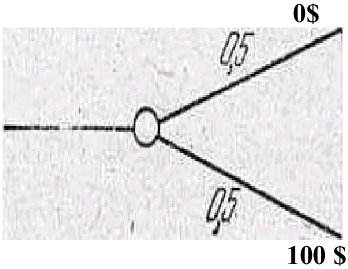
Позвольте теперь дать вам несколько советов по поводу того, как разумно действовать. Прежде всего составьте диаграмму решений основной задачи и запишите платежи на концах дерева и все необходимые вероятности в случайных ветвлениях. Далее, двигайтесь в обратном направлении, используя для замены каждой вероятностной развилки типа



свои собственные суждения, выраженные в виде своих БДЭ, которые будут зависеть от *A* и *B* (эти числа в свою очередь могут зависеть от тех оценок, которые вы сделали дальше по дереву), от р, от вашего финансового состояния, от вашего отношения к риску, от того, что вы предполагаете делать с выигрышем (на который вы надеетесь), от того, как вы объяснитесь со своей супругой, если проиграете и т. д. Не беспокойтесь по поводу того, что БДЭ вашего выбора может меняться во времени. Вопрос в том, *каков он сейчас,* в момент, когда нужно решать, что делать. Другими словами, вы будете действовать так же, как предложено в главе 2, но с одной поправкой, вместо того чтобы пользоваться ОДО для вычисления оценки в каждой случайной развилке, вы будете пользоваться интуитивными суждениями для получения БДЭ. И так же, как и раньше, вы пойдете обратно от вершин дерева к его началу. Приступайте! Для удобства в конце главы приведена диаграмма решений со всей необходимой информацией.

Конечно, вы можете возразить (и с вами трудно будет не согласиться), что в действительности весь этот формальный анализ ничего не дает, раз в конце концов нам приходится пользоваться своими беспомощными суждениями и в таком количестве случаев. Но разве уже сейчас вы не богаче, чем раньше? Вместо того чтобы на основе подобных суждений решать разом чрезвычайно сложную задачу, вы всего-навсего должны воспользоваться ими для решения множества простых задачек. В дальнейшем вы оцените эти преимущества по мере того, как сложность принятия решения будет возрастать. Беда не в том, что вам нужно пользоваться своими суждениями для решения массы простых задачек, а в том, что эти простые задачки *не достаточно простые.* Для многих определение БДЭ ситуации 1 представляется сложным, а для ситуации 2 достаточно простым.





Если бы это было возможно, то такие люди предпочли бы рассмотреть несколько ситуаций второго типа, чем всего одну ситуацию первого. Впоследствии еще вернемся к этому вопросу.

Поскольку в дальнейшем мы хотели бы перейти к более сложным задачам, вместо того, чтобы рассматривать ситуацию с двумя возможными исходами, должны будем обратить внимание на более общий случай ситуации с несколькими возможными исходами. В конце концов, вместо двух типов урн Q1 и Q2 можно было бы начать с трех или даже с 17 типов. И вам пришлось бы отвечать на вопросы вроде того: «Какой БДЭ вы приписали бы ситуации с 5-ю исходами, изображенной на рис. 17». Если бы вы были объективистом, ответ был бы простым:

0,13(-18) + 0,27(-7) + 0,23(3) + 0,17(16) + 0,20(72) =13,06 долларов.

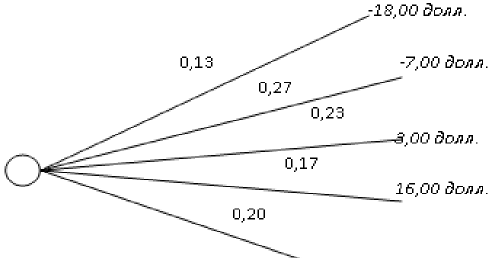


Рис. 17

В самом деле, объективист может передать право решения своему представителю, сообщив в точности, какие вычисления необходимо проделать, чтобы найти БДЭ в любой рискованной ситуации, независимо от того, сколько там ответвлений или каковы там денежные суммы. Для объективиста ОДО = БДЭ.

Можете ли вы, субъективист, действовать так же? Не зная сам, в чем состоит рискованность ситуации, можете ли вы дать своему представителю исчерпывающие инструкции, позволяющие вычислить оценку, с которой *вы,* хотели бы работать, как со *своим* собственным БДЭ? Можете ли вы, субъективист действовать так же? Не зная сами, в чем состоит рискованность ситуации, можете ли вы дать своему представителю исчерпывающие инструкции, позволяющие вычислить оценку, с которой *вы,* хотели бы работать как со *своим* собственным БДЭ?

Небольшое отступление. Можно представить ситуацию, изображенную на рис. 17, по-другому, в терминах, так называемых функций распределения вероятностей, ОДО в 13,06 долл. является средним или математическим ожиданием этого распределения. У большинства БДЭ этой ситуации ниже, чем ОДО, т. е. средняя. Одно общее предложение, очень упрощенное и часто обманчивое, состоит в том, чтобы учесть разброс распределения, положив БДЭ равным средней распределения (ОДО) *минус* стандартное отклонение (обычная мера разброса распределения) с коэффициентом λ, или, в формальном виде, что

$$\text{БДЭ} = \text{ОДО} - \lambda * (\text{стандартное отклонение}),$$

где коэффициент пропорциональности λ выбран в соответствии с индивидуальными отношениями к риску. Помимо того, что такое определение БДЭ есть не более чем результат вполне *произвольной* договоренности, в самой предлагаемой процедуре таится немало опасностей. Во-первых, легко привести примеры двух распределений с одинаковыми средними и стандартными отклонениями, но совершенно различных по своему содержательному смыслу. Во-вторых, даже если бы распределения были симметрично расположены по обе стороны от средней, хотелось бы, чтобы коэффициент пропорциональности λ зависел от места расположения всего распределения. БДЭ обязательно должен реагировать не только на возможность получить сумму ниже 0, но также и ниже – 100 долл., или – 500 долл., и т. д., и, раз уж речь зашла об этом, он также должен отражать возможность получить положительные суммы различных масштабов. В расчет должно приниматься все распределение в целом.

Итак, чего же мы достигли и куда собираемся двигаться дальше? К настоящему времени вы согласились стать под другие знамена и примкнули к субъективистам. Надеюсь, что вы уже поняли, что любому субъективисту не так-то просто найти ДЭ такой сложной рискованной ситуации, как показано на рис. 17. Поэтому нам хотелось бы предложить процедуру, которая помогла бы вам методично обдумывать свое решение подобных задач. В этом случае, если вы, субъективист, захотите выразить свое отношение к риску в общих терминах, мы смогли бы предложить метод, использующий такую общую характеристику вашего отношения к риску, которая позволит проанализировать любую специальную ситуацию риска, какой бы сложной она ни была, обычным образом. Мы увидим, что это действительно можно сделать при условии, что вы как субъективист готовы согласиться с определенными правилами согласованности, правилами, имеющими интуитивную привлекательность. Вы увидите, что если вы как следует (и как бы впервые) обдумаете свое отношение к риску, то перед вами откроется возможность пользоваться неким всеобщим эквивалентом вроде денег, который для вас будет играть ту же роль, которую играют деньги для объективиста. Роль таких новых банкнот будут играть специально приспособленные к нашим целям лотерейные билеты, у каждого из которых на лицевой стороне будет напечатано какое-то число между нулем и единицей. Чтобы оценить желательность любой лотереи, вы просто замените денежные выигрыши на конце каждой ветви дерева на какой-то такой лотерейный билет, затем умножите напечатанное на нем число на вероятность попасть на эту ветвь и, наконец, просуммируете эти произведения по всем ветвям. Другими словами, вы усредните номиналы таких оценочных лотерейных билетов, вычисляя тем самым ожидаемое значение номинала билета, и примете окончательное решение на основании сравнения этого среднего числа с другими числами. Значит, благодаря этому новому эквиваленту вы получили возможность анализировать диаграмму решений с помощью все той же процедуры усреднения и свертывания.

9.3. Лотереи с эталонными лотерейными билетами в качестве выигрышей

Этот билет дает право на получение призам с вероятностью 0,38 и приза Ь с вероятностью 0,62.

(Эталонные призы И/ и Ь описаны в контрольном билете).

В этом параграфе мы зададимся целью ввести этот новый эквивалент, который для всех практических целей служит для субъективиста тем же, чем деньги для объективиста. Короче говоря, нам нужно будет научиться делать выбор из двух лотерей. Каждая лотерея предполагает несколько выигрышей; лотереи *вполне определены* в том смысле, что нам известны и выигрыши и ваши шансы на них. Но сами эти выигрыши довольно необычны.

а)

0.38

б)

Этот билет дает право на получение призам W с вероятностью 0,38 и приза L с вероятностью 0,62 (Эталонные призы W и L описаны в контрольном билете)

Рис. 9.5 Эталонный лотерейный билет.

Типичный выигрыш — это билет, на одной стороне которого напечатано число от нуля до единицы включительно. К примеру, билет с числом 0,38 будет выглядеть, как показано на рис. 18. На другой стороне билета напечатано, на что этот билет дает право. В нашем примере обратная сторона билета с цифрами 0,38 содержит текст, приведенный на рис. 18. Для упрощения набора договоримся говорить о получении такого эталонного лотерейного билета, как показанный на рис.17, как о получении 0,38 элба. Если вы прочли текст на обратной стороне билета (рис. 16, вы) заметили, что в нем упоминается контрольный билет. Этот контрольный билет может содержать следующие объяснения:

W. Дает право вам на два бесплатных билета на лучшие места на любые концерты, пьесы, оперу, балет, кино, спортивные мероприятия или лекции, которые состоятся в течение одного года, начиная с настоящего момента времени. Число посещаемых мероприятий не ограничено. Передача билетов другим лицам запрещается.

L. Status quo.

На самом деле вам нужно помнить о W и L лишь то, что это строго определенные последствия и что вы, безусловно, предпочтете W последствию L. (Как выяснилось, один мой студент нашел L более привлекательным, чем. W, описанное в контрольном билете. Дело в том, что он составил для себя напряженную программу занятий на следующий год и, понимая, что не выдержит и поддастся искушениям, предоставляемым W, в ущерб своей научной деятельности, решил, что в конечном счете это не принесет ему ничего, кроме недовольства собой. Ниже исключим подобные отклонения от нормы из рассмотрения).

Как же реализуются ваши права, вытекающие из обладания билетом в 0,38 элба? По предъявлении этого билета ваш друг экспериментатор положит 38 шаров с буквой W и 62 шара с буквой L во вспомогательную урну и попросит вас вынуть один из них случайным образом. Из его разъяснений ясно, что у вас равные шансы вытащить любой конкретный шар из положенных в урну, и поэтому понятно, что вероятность того, что вы вынете шар с буквой W, равна 38/100 (заметим, что именно этим объясняются цифры на лотерейном билете на рис. 18). Еще один дополнительный штрих: вы должны четко уяснить себе, что любой билет независимо от цифр на нем дает вам в конечном счете право на один из двух эталонных выигрышей W или L. *Билет в* 1,0 *элба, сразу даст вам право на W, а в* 0,0 *элба — на L.* Предположим, что вы предпочитаете исход W исходу L и что из любых двух имеющихся лотерейных билетов вы выберете тот, на котором стоит большее число. Например, вы, по-видимому, предпочтете билет в 0,40 элба билету в 0,38 элба, так как вы предпочтете тянуть шар из урны с 40 шарами *W* (и 60 шарами *L),* чем из урны с 38 тарами *W* (и 62 шарами *L).* Ведь чем больше шаров, приносящих вам выигрыш, тем лучше. *Последнее соображение кажется разумным даже тогда, когда вы знаете, что вытаскивать шар будете всего один раз.*

Предположим, что теперь вы должны сделать выбор в ситуации, описанной на рис. 19.

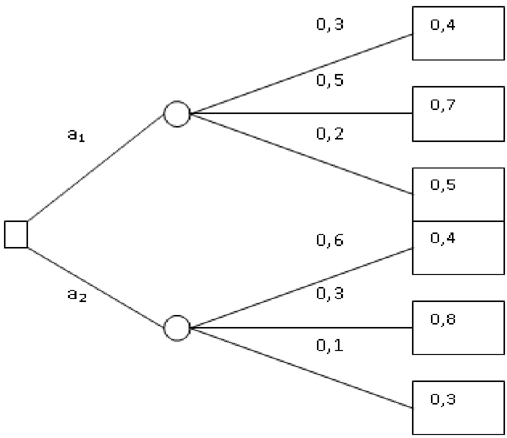


Рис. 19

Если вы выберете либо a_1, либо a_2, то вам придется участвовать в лотерее, выигрышами в которой служат эталонные лотерейные билеты. Рассмотрим лотерею, связанную с выбором a_1. Для конкретности представим себе, что эта лотерея состоит в следующем. Пусть вспомогательная урна *A* содержит 30 шаров, помеченных числом *«0,4»*, 50 шаров, помеченных числом *«0,7»*, и 20 шаров с числом *«0,5»*. Вы случайным образом выбираете шар из этой урны и, если на нем написано число *«0,7»,* получаете билет в 0,7 элба. Это в свою очередь означает, что экспериментатор положит 70 шаров с *W* и 30 шаров с L в другую вспомогательную урну 5, откуда вы вынете второй шар, который и определяет, что же вам досталось: *W* или *L.* Заметим, что содержимое урны *B* зависит от того, какой шар вы вытянули из урны *A.*

Однако можно организовать эти лотереи и по-другому, и я надеюсь, что вы согласитесь со мной в том, что со стратегической точки зрения этот новый способ эквивалентен только что описанному. Предположим, что экспериментатор положил в урну снова 100 шаров, но теперь 30 из них зеленые, 50 — желтые и 20 — оранжевые. Предварительно на двух из каждых пяти зеленых шаров он написал букву *W* (всего таких зеленых шаров с *W* окажется 12, т. е. 0,4 часть их общего числа), а на остальных — *L.* Аналогично, 7/10 желтых шаров (т. е. 35 штук) и половину оранжевых (т. е. 10 штук) он пометил буквой *W,* а остальные — буквой *L.* Таким образом, в урне оказались шары, состав которых показан на рис. 20.

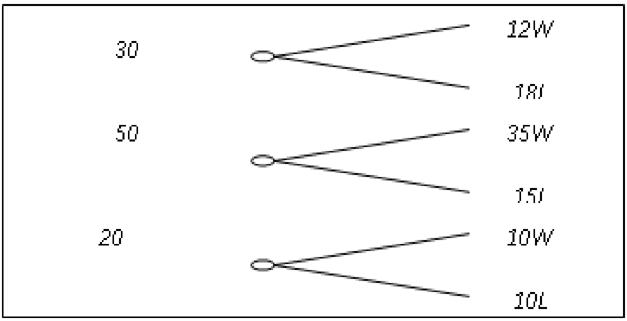


Рис. 20

Теперь вам нужно вынуть случайным образом шар из урны, определить его цвет и сразу сказать, что на нем написано: *W* или *L*. Конечно, самое важное для вас теперь это число шаров с буквой *W,* попавших в урну. Поскольку у вас 12 + 35 + 10= 57 шаров с W и 43 — с *L,* то эта лотерея эквивалентна лотерее в 0,57 элба. А это позволяет нам прийти к выводу о том, что лотерея, соответствующая выбору $\mathbf{a}_1$ на рис.20, эквивалентна или *сводима* к билету в 0,57 элба. Заметьте, что

$$0{,}3 \text{ X } 0{,}4 + 0{,}5 \text{ x } 0{,}7 + 0{,}2 \text{ x } 0{,}5 = 0{,}57,$$

т. е. что 0,57 — *это взвешенное среднее номиналов билетов с числами* 0,4; 0,7 и 0.5, причем весами являются вероятности 0,3; 0,5 и 0,2 соответствующих ветвей. Поэтому можно сказать, что 0,57 — это ожидаемое значение полученных элбов. Таким же образом можно убедиться в том, что лотерея, связанная с действием a_2 на рис.19, может быть оценена в 0,51 элба. Теперь ваш выбор сводится к тому, чтобы решить, выбрать ли a_i и получить 0,57 элба, или a_2 и получить 0,51 элба. Очевидно, что мы предпочтем $я_x$ и что с нашей точки зрения все это рискованное дело можно оценить в 0,57 элба.

Очень важно, чтобы вы действительно разобрались в том, что именно мы только что доказали. С первого взгляда может показаться, что в ситуации случайного выбора с всего лишь одной попыткой вычисление взвешенного среднего номинала билетов в 0,4; 0,7; 0,5 элба не вполне оправдано, что нужно обязательно как-то учесть, насколько велик *разброс* этих чисел и в насколько широком диапазоне они изменяются. Но это не так! Перечитайте еще раз наши рассуждения, связанные с рис. 19. Из них следует, что пользоваться математическим ожиданием (т. е. взвешенной средней) номиналов в элбах без какого-либо учета разброса усредняемых чисел действительно можно. Этот простой вывод не был бы верен, если бы выигрыши были денежными. И именно поэтому в дальнейшем будем производить все вычисления в элбах, а не в денежных единицах.

Важно помнить еще, что конкретный характер эталонных выигрышей *W* и *L* несуществен для приведенных выше рассуждений. Достаточно лишь, чтобы вы предпочитали исход W исходу L.

Подведем итог всем этим рассуждениям, сформулировав его в виде следующего утверждения.

9.4. Основополагающее утверждение

Принимающему решение, в частности вам, должно быть безразличным, принимать ли участие в лотерее, дающей

шанс p_1 на получение π_1 элба;
шанс p_2 на получение π_2 элба;
………………………………..
………………………………..
шанс p_m на получение π_m элба;
где $p1 + p2 + \ldots + pm = 1$
или сразу получить билет в n элба,
где $\pi = p1\pi1 + p2\pi2 + \ldots + pm\pi_m$.

При этом единственным параметром, имеющим значение, оказывается средняя (или математическое ожидание) номиналов исходов в элбах с весами, равными $\mathbf{p}_i$. Разброс значений π_i совершенно несуществен. Более того, это верно даже тогда, когда знаем, что лотерея будет проводиться только один раз и не повторится. Не важно, объективист вы или субъективист, любите ли рисковать или против этого, не имеет значения, какой денежный эквивалент вы связываете с эталонными выигрышами, вам нужно усреднять оценки в элбах.

Отметим, что мы не могли бы утверждать этого, если бы выигрыши лотереи оценивались в денежных суммах, а не в элбах. Например, принимающему решение не обязательно быть безразличным к тому, получит ли он право на участие в лотерее, дающей

шанс p_1 на выигрыш x_1 долл.;
шанс p_2 на выигрыш x_2 долл.;
…………………………………….
…………………………………….
…………………………………….
шанс p_m на выигрыш x_m долл.;

или сразу *x* долл.;

где

x = p1x1+p2 x 2 +…pmxm.

Это было бы справедливо в том случае, когда он объективист. БДЭ для субъективиста зависел бы еще и от всего распределения денежных выигрышей.

9.5. Заменяемость

Рассмотрим теперь лотерею *I,* схематически представленную на рис. 21, *а.* Предположим, что в ней можно выиграть:

C1: ДВД проигрыватель высшего класса;

C2: 50 долл.;

C3: подержанный экземпляр энциклопедии прошлого издания (рассмотреть такой выигрыш интересно, потому что у него нет определенной рыночной цены).

Предположим теперь, что выигрыш C_1 экспериментатор заменил на C_1 — трехгодичную подписку на популярный журнал, а C_2 и C_3 оставил без изменения. Покажется ли вам новая лотерея *V* менее привлекательной, более привлекательной (чем первая l), или вам будет безразлично, в какой из них принять участие? Лично я решительно предпочту выигрыш $C_г$ выигрышу C_3, и отсюда можно сделать вывод, что я предпочитаю участие в *I,* а не в *I'.* Невозможно доказать, что ваш выбор между лотереями должен зависеть исключительно от ваших предпочтений между *С* ± и *Ci.* Тем не менее кажется разумным, что поскольку C_2 и C_3 одинаковы в обеих лотереях, то в ваших рассуждениях на них можно не обращать внимания. Аналогично вероятности 0,2; 0,3 и 0,5 на различных ветвях не должны сказываться на выборе между *I* и *I"*, поскольку в обеих лотереях они одни и те же.

В дальнейшем будем постоянно пользоваться следующим правилом,

Принцип заменяемости. Если в любой лотерее один из выигрышей заменен, а все остальное сохранилось без изменений, и для вас безразлично, получить ли первоначальный выигрыш или тот, которым его заменили, то для вас должно быть безразличным, и в какой лотерее участвовать: в первоначальной или в модифицированной*).

9.6. Заменяемость элбов

Надеюсь, что теперь вы уже догадались о том, как я собираюсь свести воедино материал последних двух параграфов. Можно заменить выигрыши, подобные C_1, C_2, C_3, которыми могут служить вполне определенные вещи вроде радиоаппаратуры или энциклопедии, лотерейными билетами с соответствующими значениями элбов, и затем уже несложно будет упростить описание исходной лотереи и оценить ее стоимость в элбах.

Пусть *W* и *L* из контрольного билета останутся теми же, что и в разделе 3, а C_1, C_2, C_3 — теми же, что и в разделе 4. Рассмотрим задачу, представленную на рис. 20, аналогичную задаче рис. 19, а в ней, прежде всего, лотерею 1_L, соответствующую $a_г$. Предположим еще, что вы предпочтете выигрыш *W* выигрышу C_s и выигрыш C_3 выигрышу *L* (т. е. универсальный пропуск на два лица лучше подержанной энциклопедии, а энциклопедия нравится вам больше чем ничего).

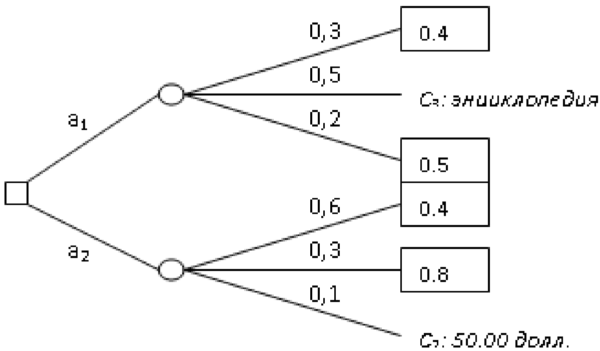


Рис. 21

Если C_3 заменить билетом в 1,0 элба, который эквивалентен *W,* то эта модификация сделает для вас лотерею 1_L более привлекательной. С другой стороны, если C_3 заменить билетом в 0,0 элба, который эквивалентен L, то это сделает для вас лотерею *$l_г$* менее привлекательной. При больших значениях π вы предпочтете билет в π элба альтернативе C_3, а при малых – наоборот. Наконец, для каких-то промежуточных значений π в интервале от 0 до 1 далеко не просто будет решить, что же вы предпочтете: C_3 или билет в π элба. По мере того, как π меняется от 1 до 0, ваше сильное предпочтение сменяется слабым, слабое предпочтение — слабым *«отвращением»*, и затем сильным *«отвращением»*. Будем предполагать, что где-то на этом пути ваши ощущения *«пройдут»* через точку безразличия. Предположим для простоты, что вам все равно, получить сразу C_3 или билет в 0,70 элба; тогда для вас должны быть неразличимыми две лотереи, изображенные на рис. 22.

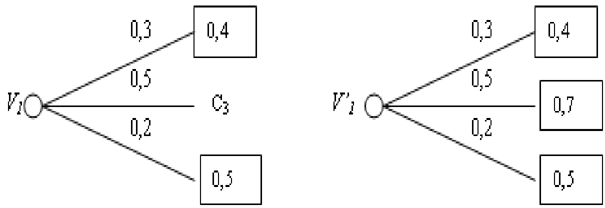


Рис. 22

Но лотерея *V_1' «стоит»* 0,57 элба, поскольку 0,3 * 0,4 + 0,5 * 0,7 + 0,2* 0,5 = 0,57, и поэтому V_1 неразличима с эталонной лотереей в 0,57 элба.

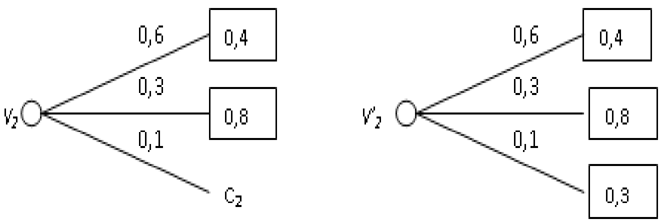


Рис. 23

А как насчет a_2? Для простоты предположим, что вы не сможете выбрать между C_2 и билетом в 0,3 элба, а потому вам безразлично, какая из двух лотерей, изображенных на рис. 23, вам достанется. Лотерея V'_2 при этом оценивается в 0,51 элба, поскольку 0,6 * 0,4 + 0,3 * 0,8 + 0,1 * 0,3 = 0,51, и поэтому V_2 неразличима с эталонной лотереей в 0,51 элба. Но это значит, что, если вы не хотите нарушить согласованности со своими ранее высказанными предпочтениями, вам придется предпочесть a_1, а не a_2, так как вы предпочитаете билет 0,57 элба билету в 0,51 элба.

Прежде чем продемонстрировать, как все это соотносится с анализом основной задачи, предложенной вам в первой главе, рассмотрим задачу попроще, которая объединит то, что мы делали в последних трех параграфах. Сформулируем и проанализируем эту более простую задачу с помощью диаграммы решений, показанной на рис. 24.

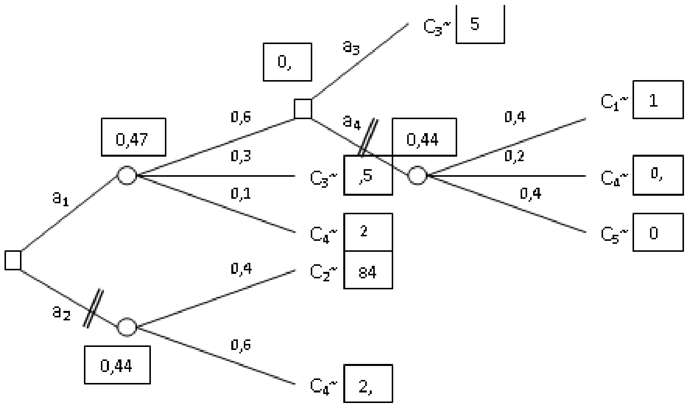


Рис. 24

В качестве принимающего решение вы должны вначале выбрать a_1 или a_2. Если выберете a_2, то существует вероятность 0,4 исхода C_2 и 0,6 исхода C_4, [a] если выберете a_1, то с вероятностью 0,1 будет C_4, а с вероятностью 0,3 – C_3, и с вероятностью 0,6 вы попадете в разветвление, где должны будете выбирать между a_3 и a_4.

Выбор a_3 здесь ведет к исходу C_3, а выбор a_4 ведет к исходам C_1, C_4 или C_5 с вероятностями 0,4; 0,2 и 0,4, соответственно. Предположим, что каждое из последствий $C_1, \ldots, C_5$ представляет собой сложную комбинацию наград и наказаний: денежных премий, материальных благ, например продуктов питания и одежды; работ, которые необходимо проделать, например, постричь газон, посидеть с ребенком и т. п.

Предположим также, что, если у вас есть полные их описания, ничего не стоит расположить все возможные последствия от C_1 до C_5 в определенном порядке по предпочтениям. Лично вам C_1 кажется более привлекательным, чем C_2, которое в свою очередь привлекательней C_3, оно — C_4 и т. д. до C_5, Несомненно, встречаются случаи, когда вы не сможете или не станете по той или иной причине располагать их в соответствии со своими предпочтениями. Однако давайте говорить только о тех случаях, когда вы можете и будете делать подобное ранжирование и когда ваши предпочтения не вызывают у вас никаких сомнений. Очевидно, конечно, что такого упорядочения недостаточно. Является ли ваше предпочтение последствия C_1 последствию C_2 *сильнее* или *непреодолимее* (какой бы смысл мы ни вкладывали в эти эпитеты), чем, скажем, ваше предпочтение последствия C_3 последствию C_4? Рассмотрим эту задачу на сравнение предпочтений.

Прежде всего, введем класс элбов, для которого в качестве эталонного выигрыша W взято C_1 а в качестве эталонного выигрыша L — C_5. Это значит, что мы уже знаем, что нам безразлично, получить ли C_1 или билет в 1,0 элба, и C_5 или 0,0 элба. Предположим затем, что после тщательного взвешивания своих собственных предпочтений вы выяснили, что вы не ощущаете разницы между C_2 и 0,80 элба, C_3 и 0,50 элба, C_4 и 0,20 элба. Эти оценки в элбах проставим на концах ветвей на рис. 24, заменив ими ранее стоящие тут исходы и выплаты. Предположим теперь, что в некоторый момент времени по ходу ваших рассуждений вы должны сделать выбор между a_3 и a_4. Какие перспективы вы видите перед собой? В конце открывающегося перед вами пути a_3 вас ожидает некоторое поощрение, которое вы субъективно оцениваете как эквивалентное 0,5 элба. В конце пути a_4 вас ждет сложная лотерея с исходами C_1, C_4 и C_5 в качестве выигрышей. Однако сейчас вы уже знаете, что эти выигрыши можно заменить их оценками в элбах. После того как вы это сделаете, вся эта лотерея в целом будет оценена в 0,44 элба, так как

$$0,4 * 1,0 + 0,2 * 0,2 + 0,4 * 0 = 0,44.$$

Поскольку вы предпочтете 0,50 элба, а не 0,44 элба, то вы должны *«заблокировать»* линию a_4 двойными черточками.

Теперь вы можете говорить, что попасть в развилку (a_3, a_4) эквивалентно получению (*«стоит»)* 0,5 элба. Другими словами, после замены исходов их оценками в элбах вам остается просто воспользоваться процедурами усреднения и свертывания, теми же самыми процедурами, которыми мы пользовались еще в разделе 2.

Надеюсь, что у вас теперь нет сомнений в том, что нужно делать дальше. Двигаясь в обратном направлении, выясняете, что ветвь a_1 — лучше других и оценивается в 0,47 элба. Решающим фактором в этом анализе является, конечно, то, какие оценки в элбах вы связываете с исходами C_z, C_3 и C_4. Еще поговорим об этих измерениях дальше.

В разделе 2 мы пришли к выводу, то эта процедура усреднения денежных выплат пригодна только для объективистов. Однако, если мы будем усреднять элбы, то эта процедура оказывается оправданной как для объективистов, так и для субъективистов — именно поэтому мы и решили иметь дело с этой *«валютой»*.

9.7. Функция π-безразличия

Вернемся к анализу нашей основной задачи и предположим теперь, что все вы, читатели, субъективисты. Я не в состоянии провести детальный анализ задачи принятия решения для каждого из вас, поскольку субъективные оценки у всех вас различны, но мы с вами проведем такой анализ для одного конкретного субъективиста, и это должно помочь вам разобраться в своем собственном случае. Назовем его *Лицом, Принимающим Решение*, или сокращенно Л. П. Р.

Выберем, прежде всего, две денежные суммы, например, -50 долл. и 100 долл., которые достаточно разнесены друг от друга, чтобы между ними оказались все штрафы и выигрыши в вашей (или Л. П. Р.) основной задаче, и введем класс эталонных лотерейных билетов с нижним эталонным выигрышем *L* = - 50 долл. и верхним эталонным выигрышем *W* = 100 долларов. Теперь билет в $\boldsymbol{\pi}$ элба дает шанс *я* на получение 100 долл. и шанс (1 – $\boldsymbol{\pi}$*)* па получение -50 долларов.

Далее просим Л. П. Р. указать, за какую сумму x долларов он согласился бы продать билет в $\boldsymbol{\pi}$ элба. Его ответ устанавливает соответствие между x и $\boldsymbol{\pi}$, соответствие, характеризующее его лично.

Можно графически изобразить это соответствие в виде кривой, где каждому значению абсциссы x ставится в соответствие $\boldsymbol{\pi}$ на оси ординат (рис. 25). Эта кривая называется *кривой* $\boldsymbol{\pi}$*-безразличия* (между деньгами и элбами) и фиксирует оценки Л. П. Р. Так, например, точка (10; 0,575) лежит на этой кривой и это значит, что для Л. П. Р. безразлично, получить ли наверняка 10 долл., или принять участие в лотерее в 0,575 элба.

Для любого значения (x, π) на кривой рис. 25, принимающему решение безразлично, получить ли наверняка *x* долларов, или билет в π элба. Билет в π элба дает ему возможность получить 100 долл. с вероятностью π и – 50 долл. с вероятностью (1- $\boldsymbol{\pi}$).

Кривая π-безразличия для объективиста будет просто прямой, соединяющей точки (**x** =-50, $\boldsymbol{\pi}$ = 0) и (**x = 100,** $\boldsymbol{\pi}$ **= 1).** Можем убедиться в этом**,** заметив, что для объективиста

$$\mathbf{x = (\boldsymbol{\pi})(100) + (1 - \boldsymbol{\pi})(-50)} = -50 + 150\,\boldsymbol{\pi}$$

или $\boldsymbol{\pi}$= 1/150 *[(x+500)],

что является уравнением прямой.

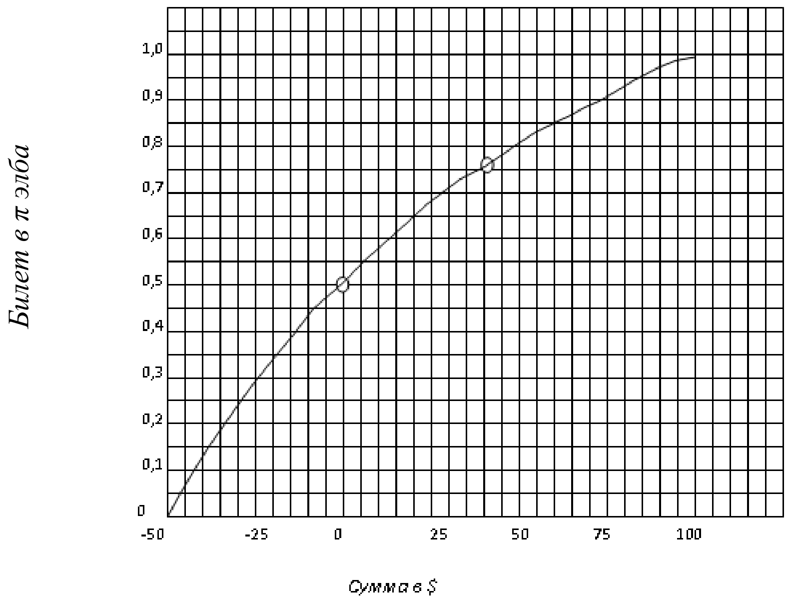


Рис. 25. Кривая **π**-безразличия Л.П.Р.

Объясним несколько точек на кривой π-безразличия. В ответ на наши расспросы Л.П.Р. заявил, что для него безразлично, получить ли 0 долл. (т. е. сохранить *status quo*), или 0,5 элба. Следовательно, его кривая проходит через точку (**x** = 0, **π** = 0,5).

9.8. Анализ основной задачи принятия решения с позиций субъективиста

Рассмотрим теперь нашу основную задачу с точки зрения принимающего решение, у которого кривая π-безразличия показана на рис. 25. Вначале построим диаграмму решений для этой задачи, показывающую, в какой последовательности осуществляется выбор в ситуации, где все решает только случай. Затем на концах ветвей укажем платежи, но в эти платежи включим теперь и все затраты на проведение опытов. Другими словами, избавимся от промежуточных штрафов за проведение испытаний и станем учитывать их на концах деревьев. Доказательство законности подобной трансформации требует довольно тонких соображений, изложим их позже в разделе 11. Далее заменим на концах деревьев каждый денежный платеж x на его оценку π в элбах; здесь x и π находятся, конечно, в отношении, определяющемся кривой π-безразличия. Затем, как и раньше, припишем соответствующие вероятности ветвям в каждой случайной развилке. И, наконец, проведем анализ этой ситуации, пользуясь обычной процедурой усреднения и свертывания. Эта процедура позволит получить оценки в элбах наших перспектив в каждой развилке. В любой развилке принимающий решения может также определить свой БДЭ для любой оценки в элбах, что даст ему денежную оценку перспектив данной развилки дерева.

Прежде чем подробно разбирать всю эту схему, остановимся только на ветви e_1, показанной на рис. 26. Если, например, Л.П.Р. пойдет по траектории (e_1, R, a_1, θ_1), то он получит 40 долл. минус штраф в 8 долл., итого 32 доллара. С помощью кривой л-безразличия получаем

$$\pi\,(32) = 0{,}715.$$

В точке (e_1, R, a_1), Л.П.Р. сталкивается с лотереей, которая дает 0,715 элба с вероятностью 0,64 и 0,265 элба с вероятностью 0,36. Таким образом, перспективы точки (e_1 R, a_1) оцениваются в 0,553 элба, поскольку

$$0{,}64 * 0{,}715 + 0{,}36 * 0{,}265 = 0{,}553.$$

Из этого результата видим, что его БДЭ в (e_1, R, a_1) равен 7 долларам, так как $\pi(7) = 0{,}553$. Двигаясь в обратном направлении, мы в конце концов получим, что траектория e_L оценивается Л.П.Р. в 0,662 элба, а поскольку для него π (22) = 0,662, то его БДЭ траектории e_1 равен 22 долларам.

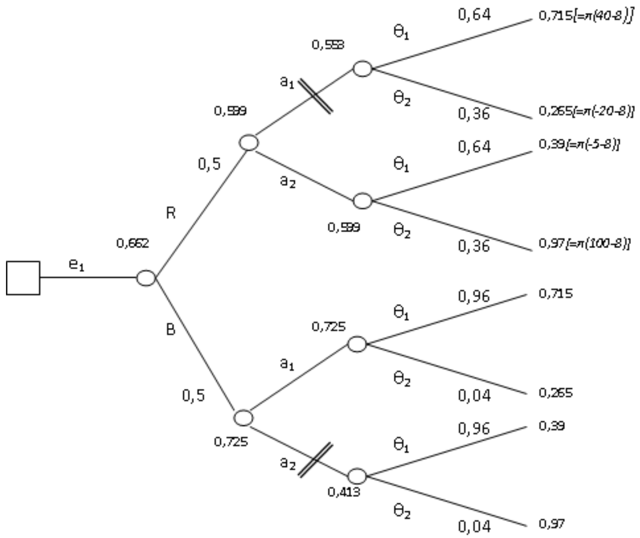


Рис 9. 14

Обратившись к рис. 25, видим, что точке 0,685 на шкале π соответствует точка 26 на шкале x и, следовательно, с точки зрения Л.П.Р. БДЭ для всего предприятия равен 26 долларам. Если бы кто-либо предложил ему больше чем 26 долл. за право на эту денежную авантюру, то он должен согласиться на это предложение, если меньше – отказаться.

Заметим, что стратегия, которую должен выбрать Л.П.Р., совпадает со стратегией, которую должен выбрать объективист, хотя для Л.П.Р. все дело стоит не больше 26 долл., в то время как для объективиста — 31,15 доллара. Не очень-то впечатляющая разница. Когда я получил эти результаты, я сначала подумал, не стоит ли изменить некоторые платежи или плату за эксперименты, или, может, еще немного изогнуть кривую π-безразличия для нашего Л.П.Р., пытаясь добиться более разительного контраста или по крайней мере смены оптимальной стратегии. Не так уж и трудно заменить несколько чисел другими так, чтобы e_0 стала оптимальной для объективиста, а e_s осталась оптимальной для Л.П.Р. с кривой π-безразличия, показанной на рис. 25. Но я не стал заниматься этим потому, что полученные цифры на самом деле наводят на одну очень важную мысль. Во многих задачах принятия решения, до тех пор пока кривая π-безразличия у принимающего решения изогнута не слишком круто, результаты анализа задачи с точки зрения объективиста не отличаются существенно от результатов анализа, основанного на кривой π-безразличия, и анализ с позиций объективиста *может* служить первым приближением, порой вполне удовлетворительным, и в более сложных случаях. Но все же существует множество задач, где анализ объективиста приведет к грубым ошибкам.

9.9. Транзитивность

Пожалуйста, взгляните на рис. 26 и решите, какое действие вы предпочли бы: a_1 или a_2. Конечно, вам лучше бы вообще не играть, но предположим, что вы *обязаны сделать выбор.* Теперь посмотрите снова на рис. 26, какое действие вы предпочли бы: a_2или a_3.

Многие опрошенные заявляют, что они считают что a_1 лучше a_2, а a_2 лучше a_3. Они объясняют это тем, что, чем наверняка потерять 45 долл. (рис. 26), они лучше уж *«попытают счастья»*. Что же касается ситуации на рис. 27, то они говорят, что поскольку лотерея, где с равными шансами можно выиграть 45 долл. или проиграть 50 долл., несправедлива, то они лучше вовсе не будут принимать в ней участие, если уже нужно выбирать, даже ценой 45 долл., следовательно, они предпочтут альтернативу a_2 альтернативе a_3.

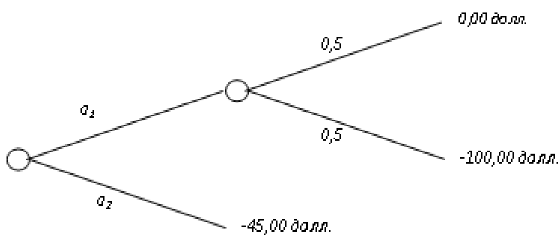


Рис. 27

Теперь сравним между собой альтернативы a_1 и a_3 (рис. 28). Заметьте, что на самом деле в a_3 вам даются равные шансы на то, чтобы получить 0 $ или —95 $, так что ясно, что a_3 следует предпочесть a_1. Зафиксируем, таким образом, что вы предпочли *a1* альтернативе a_2, a_2 альтернативе a_3 и a_3 альтернативе a_1.

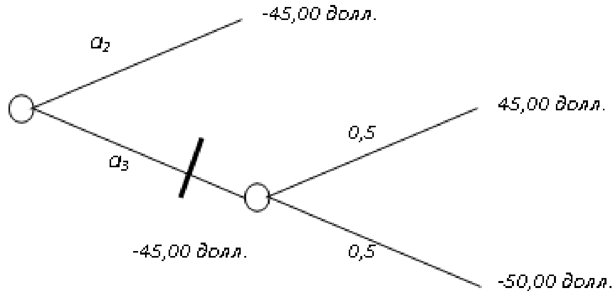


Рис. 28

Множество таких циклическим образом устроенных предпочтений назовем *нетранзитивным.*

Некоторые люди, в суждениях которых относительно таких трех парных сравнений замечена подобная нетранзитивность, даже после того как им было указано на это, утверждали, что не хотят изменить свое первоначальное впечатление о предпочтениях. Им казалось, что если во имя какой-то непротиворечивости их убедят внести изменения в их предпочтения, то им не удастся правильно отразить их первозданные истинные вкусы, какими бы нелогичными те ни были. Вместо этого они окажутся втянутыми в какую-то игру, которая может кончиться тем, что их обманом заставят говорить вещи, в которые они действительно не верят. Другие, после того как им указали на нетранзитивность их выборов, чувствовали себя страшно неудобно. Во время перепроверки их ощущений они считали, что достигли лучшего понимания сложностей ситуаций выбора, и многие меняли свой выбор, предпочитая a_2 альтернативе a_1 и избавляясь тем самым от нетранзитивности.

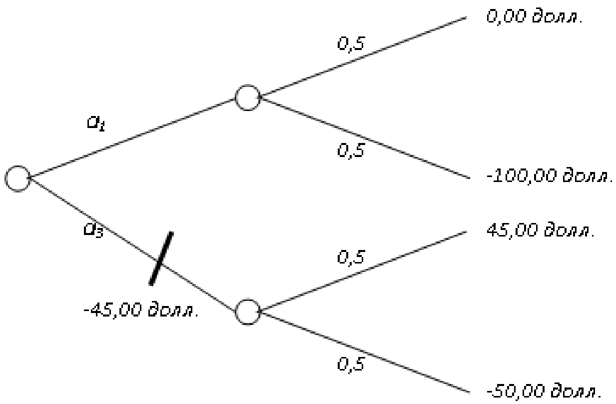


Рис. 29

Теперь полезно будет четко сформулировать, в чем состоит принцип транзитивности.

9.10. Принцип транзитивности

Пусть *A, B, C* — три произвольные альтернативы. Если у принимающего решение есть относительно них свои предпочтения, то эти предпочтения должны быть согласованы в следующем смысле:

а) Если для него неразличимы *A* и *B,* а также *B* и *C,* то для него неразличимы также и *A* и *C;*

символически

$A \sim B \quad и\, B \sim C \quad то\; A \sim C\,;$

б) Если он *A* предпочитает *B,* а *B* предпочитает *C,* то он *A* предпочитает *C;*

символически

$A > B \quad и \quad B > C \quad то\; A > C\,;$

в) Если он *A* предпочитает *B,* и для него неразличимы *B* и С, то он *A* предпочитает *C;*

символически

$A > B\; и\; B > C\; то\; A > C.$

Используем, не оговаривая, принцип транзитивности много раз. Например, сравнивая лотерею l_1: на рис 22. с лотереей l_2 на рис.23, мы пользовались процедурой последовательных упрощений, которая предполагала использование принципа транзитивности, как, впрочем, и принципа заменяемости, Вспомните, что мы доказывали, что

$l_1 \sim l'_1$ в силу принципа заменяемости; (1)

$l'_1 \sim$ 0,57 элба в результате сведения; (2)

$l_2 \sim l'_2$ в силу принципа заменяемости; (3)

$l_2 \sim$ 0,51 элба в результате сведения; (4)

0,57 элба > 0,51 элба в силу монотонности. (5)

Из этого мы заключали, что $l_1 > l_2$, но чтобы сделать это формально, необходимо в полной мере использовать принцип транзитивности. Используя (1), (2) и часть (а) принципа транзитивности, получаем

$$l_1 \sim 0{,}57 \text{ элба.} \tag{6}$$

Из (6), (5) и части (в) получаем

$$l_1 > 0{,}51 \text{ элба.} \tag{7}$$

Из (7), (4) и части (в) мы получаем

$$l_1 > l_2 \tag{8}$$

Кажется немного излишним педантизмом использовать все эти формальности, чтобы получить такой интуитивно очевидный результат. Но важно понять, что в прошлом мы пользовались принципом транзитивности довольно свободно и что это правило является частью того, что мы имеем в виду, когда говорим о согласованности, или непротиворечивости.

Легко привести примеры, иллюстрирующие нетранзитивность выборов. Очень часто, однако, встречаются примеры, в которых на самом деле принцип транзитивности не нарушается, если достаточно полно описать сравниваемые стимулы. Например, пусть мистер Смит *А* предпочитал *В* вчера, *В* предпочитает *С* сегодня и *С* предпочтет *А* завтра. Ну что ж, вкусы меняются, и такие изменения не обязательно являются проявлением нетранзитивности. Стимул *«А вчера»* не обязательно таков же, как *«А завтра»*. Следующий пример поможет проиллюстрировать, из-за чего же могут возникнуть нетранзитивыости в *дескриптивпой* (описательной) теории поведения человека, совершающего выбор, и почему в *прескриптивной* (предписательной) теории выбора от такого типа поведения следует стараться отказаться.

Таблица 17

Ранжирование трех дач по трем свойствам

Свойства дач A, B, C			
№	Цена	Размеры	Удобства
A	Лучшая средняя	Худшая лучшая	Средняя худшая
B	Средняя	Лучшая	Худшая
C	Худшая	Средняя	Лучшая

Предположим, *A, B* и *C* — это три дачи, предложенные на рассмотрение потенциальному покупателю мистеру Джонсу. Джонса интересуют в них их цена, размеры и удобства. Его оценки сведены в табл. 17. Предположим, Джонс не знает, предложит ли агент по продаже недвижимости ему один, два или все три этих варианта.

Поразмышлив о том, к какому бы решению он пришел, если бы ему предложили любую пару вариантов, Джонс решает, что он бы *A* предпочел *B, B* предпочел *C* и *C* предпочел *A*. Все это кажется ему разумным, поскольку размышляет он, в каждом попарном сравнении предпочитаемая альтернатива является лучшей с точки зрения двух из трех интересующих его свойств, например, *A* лучше *B* по стоимости и удобствам.

Разговаривать с людьми вроде Джонса, которые единожды приняв решение, упрямо отказываются переменить его, весьма занятно. «Представьте себе, мистер Джонс, что вы только что приобрели права па дачу Л, а агент предлагает вам *C* с небольшой наценкой. Если ваши предпочтения что-нибудь значат, то, конечно, вы согласитесь переплатить эту небольшую сумму за то, чтобы *A* сменить на *C*. Прекрасно, теперь у вас есть *C*. Предположим далее, что агент предлагает вам теперь *Б* за такое же несущественное вознаграждение. Конечно, вы согласны заплатить его, чтобы получить *В* вместо *С*. Замечательно, теперь вы обладатель *В*. Но зачем вам *В,* если за скромную сумму вы получите А? В конце концов, вы же говорите, что *А* лучше *В*. Прекрасно, теперь у вас *А*. Но зачем же останавливаться? Вы все еще настаиваете, что *С* предпочитаете А? Да? Что ж, за небольшое вознаграждение. Вы уверены, мистер Джонс, что не хотите сменить свою точку зрения?»

Мистер Джонс на профессиональном жаргоне называется *«денежным нососом»*, и хотя можно разумно объяснить, почему Джонс ведет себя именно так, стали бы *вы* вести себя подобным образом? Или, точнее говоря, стали ли бы вы настаивать на нетранзитивности своих выборов, если бы отдавали себе в этом полный отчет и имели возможность менять точку зрения?

Несколько лет назад некто пытался убедить своего друга, что тот должен голосовать за то, чтобы строить в нашем городе школы по плану *А*, а не по плану *С*. Он был совершенно растерян, потому что, принимая решение, необходимо было учитывать очень много факторов. Советник спросил, чтобы он сказал, если бы ему пришлось выбирать между планом *А* и гипотетическим планом *В*. Он совершенно четко указал преимущество *А* над *В*. Он так же четко, взвесив все за и против, предпочел *В,* а не *С*. «Ну разве это не помогает тебе решить вопрос относительно *А* и *С*?» – спросил его советующий.

«Не совсем. В конце концов, план *В* ведь не рассматривается, и он совершенно не имеет никакого отношения к делу».

«Не согласен. Нет ничего незаконного в добавлении гипотетической альтернативы к нашим рассуждениям, при условии, что это поможет нам принять решение». Они немного поспорили об этом и, наконец, он сказал довольно запальчиво; «Если бы сам ты считал, что *С* лучше, чем *А*, то я уверен, что ты состряпал, бы какой-нибудь такой план *D,* что я *С* предпочел бы *D*, а *D* предпочел бы *А,* и таким хитрым образом попытался бы убедить меня в том, что *С* лучше *А»*. «Да, я попытался бы. Но смог бы – вот вопрос! Думаю, что нет».

В результате он голосовал за *А,* но, не потому, что его убедила логика советующего. Скорей всего потому, что за *С* был *«один тип»*.

Следующий пример показывает, что длинная цепочка *безразличий,* устроенная по определенной системе, может привести к заметной *разнице* между крайними альтернативами. Помните об этом и будьте осторожны. Джонсу предоставлен выбор между двухнедельным оплаченным отпуском в Мексике (альтернатива *М)* или на Гавайях (альтернатива *Щ*. Он не может решиться и заключает, что ему все равно, куда ехать. Теперь, если мы добавим 1 $ к *М,* то он может все еще утверждать, что ему все равно, выбрать *Н* или *М* + 1 $. Символически это можно записать так:

$$H \sim M + 1\ \$.$$

Теперь можно начать последовательность таких попарных сравнений, в которых для Джонса обе альтернативы будут неразличимыми. Джонс мог бы зафиксировать, что для него

$$(M + 1\$) \sim (H + 2\ \$);$$
$$(H + 2\$) \sim (M + 3\ \$);$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$(M + 9\ 999\ \$) \sim (H + 10\ 000\ \$).$$

Но тогда из транзитивности безразличия должно вытекать, что для Джонса неразличимы Н и Н +10 000 $, что представляется абсолютно нелепым. Должны ли мы признать, что принцип транзитивности неприменим к Джонсу? Я думаю, что наилучший выход из этого затруднения состоит в том, чтобы убедить Джонса признать, что по-настоящему *(строго)* он безразличен к выбору *М* и *Н* + *d*, где *d* – какая-то строго определенная сумма долларов, а если добавить к какой-нибудь стороне любую сколь угодно малую сумму, то это строгое безразличие сменится на хотя бы и *«почти неуловимое»*, слабое, но предпочтение, а этого уже достаточно для того, чтобы разорвать эту цепочку отношений безразличия.

Если принимающий решение заявляет, что для него безразлично выбрать ли *A* или *B* и *B* или *C,* то согласно нашим предположениям относительно психологии человека для него неразличимы *A* и *C***.** Это надо проверить! Если же он предпочитает **A**, а не **C** то ему надо вернуться в начало и пересмотреть все свои первоначальные утверждения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основная литература

1. *Моррис У.* Наука об управлении. Байесовский подход, – М.: Мир, 1971.
2. *Райфа Г.* Анализ решений, – М.: Наука, 1968.
3. *Де Гроот М.* Оптимальные статистические решения. – М.: Мир, 1970.
4. *Аманжолов У. С.* Байесов подход к определению надежности оборудования. – Алма-Ата: НТК, МУиС КазПТИ, 1977.
5. *Райфа Г., Шлейфер Р.* Прикладная теория статистических решений. – М.: Статистика, 1971.
6. *Аманжолов У. С.* Надежность систем. – Алматы: КазНТУ, 2006.

Дополнительная литература

1. *Савчук В. П.* Байесовские методы статистического оценивания. – М.: Наука,1989.
2. *Хазен Э. М.* Методы оптимальных статистических решений и задачи оптимального управления. – М.: Сов. радио, 1969.
3. *Зельнер А.* Байесовские методы в эконометрии. – М.: Статистика, 1980.
4. *Аманжолов У. С.* Методы анализа надежности информационных систем в пакете «НАДЕЖДА ЛАБ 1». – Алматы: КазНТУ, 2006.

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

Аманжолов Урал Сарсенович

МЕНЕДЖМЕНТ В ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

Учебное пособие

Нач. РО УИЦ *З. Губайдулина*
Редактор *З. Губайдулина*
Компьютерная верстка *С.Орысбекова*

Подписано в печать 27.05.2016 г.
Тираж 300 экз. Формат 60х84х 1/16. Бумага типогр. № 1.
Уч.-изд.л.8.1. Усл.8.7 п.л. Заказ № 730. Цена договорная.

Издание Казахского национального исследовательского технического университета имени К. И. Сатпаева
Учебно-издательский центр КазНИТУ имени К. И. Сатпаева,
г. Алматы, ул. Сатпаева, 22

ISBN 978-601-228-950-3