

В.И.СЕТКОВ

# ҚҰРЫЛЫС МАМАНДЫҚТАРЫН А АРНАЛҒАН ТЕХНИКАЛЫҚ МЕХАНИКА

*«Федералдық білім беруді дамыту институты»*

*Федералдық мемлекеттік мекемесі*

*«Құрылыс және сәулет» мамандығы топтары бойынша орта кәсіптік білім беру бағдарламаларын іске асыратын білім беру мекемелерінің оқу процесінде пайдалануға арналған оқу құралы ретінде ұсынған*

*«ФБДИ» ФММ 2010 ж. 12 наурыздағы рецензиясының тіркеу нөмірі 049*

6-шы басылымы, стереотипті



Мәскеу

«Академия» баспа орталығы

2015

ӘЖК 531.8(075.32)  
КБК 30.12ші723  
С334

Бұл кітап Қазақстан Республикасының Білім және ғылым министрлігі және «Кәсіпқор» холдингі» КЕАҚ арасында жасалған шартқа сәйкес «ТЖКБ жүйесі үшін шетел әдебиетін сатып алуды және аударуды ұйымдастыру жөніндегі қызметтер» мемлекеттік тапсырмасын орындау аясында қазақ тіліне аударылды. Аталған кітаптың орыс тіліндегі нұсқасы Ресей Федерациясының білім беру үдерісіне қойылатын талаптардың ескерілуімен жасалды. Қазақстан Республикасының техникалық және кәсіптік білім беру жүйесіндегі білім беру ұйымдарының осы жағдайды ескеруі және оқу үдерісінде мазмұнды бөлімді (технология, материалдар және қажетті ақпарат) қолдануы қажет. Аударманы «Delta Consulting Group» ЖШС жүзеге асырды, заңды мекенжайы: Астана қ., Иманов көш., 19, «Алма-Ата» БО, 809С, телефоны: 8 (7172) 78 79 29, эл. поштасы: info@deg.kz

Рецензенттер:

Киров мемлекеттік құрылыс, экономика және құқық колледжінің  
«Техникалық механика» пәнінің жоғары санатты оқытушысы,  
жалпы кәсіптік пәндер бойынша циклдық комиссия төрағасы *О. Е. Корякина*;  
оқу-әдістемелік құжаттаманы әзірлеу жөніндегі «ООӘК» ФМБМ  
Зертхана меңгерушісі *Ю. С. Шевель*

**Сетков В.И.**

С334 Құрылыс мамандықтарына арналған техникалық механика: орта кәсіптік білім беру мекемелерінің студенттеріне арналған оқу құралы / В. И. Сетков. — 6-шы бас., стер. — М.: «Академия» баспа орталығы, 2015. — 400 б.

ISBN 978-601-333-314-4 (каз.) ISBN 978-5-4468-2514-1 (рус.)

Оқу құралы «Құрылыс техникасы және технологиясы»; «Техникалық механика» БББ» ірілендірілген топ мамандықтарына арналған Федералдық мемлекеттік орта кәсіптік білім беру стандарты талаптарына сай әзірленген.

Абсолютті қатты, абсолютті серпімді және нақты денелер механикасының қарапайым теориясы және ең қарапайым құрылымдардың төзімділігін, қаттылығын және орнықтылығын есептеу негіздері баяндалған. Құрылыс тәжірибесіне барынша жақын көптеген мысалдардың шешімі келтірілген. Оқылған материалды бекітуге арналған есептер берілген.

Орта кәсіптік білім беру мекемелерінің студенттеріне арналған.

ӘЖК 531.8(075.32)  
КБК 30.12ші723

ISBN 978-601-333-314-4 (каз.)

© Сетков В.И., 2007 © Сетков В. И., 2013, өзгерістермен

ISBN 978-5-4468-2514-1 (рус.)

© «Академия» білім беру-баспа орталығы, 2013

© Ресімдеу. «Академия» баспа орталығы, 2013

«Ғимараттар мен құрылыстарды салу және пайдалану» мамандығы бойынша оқу-әдістемелік кешеннің бір бөлігі болып табылатын осы оқу құралы «Техникалық механика» жалпы кәсіптік пәнін оқуға арналған.

Жаңа буынды оқу-әдістемелік кешендері жалпы білім беру және жалпы кәсіптік пәндер мен кәсіби модульдерді оқуға мүмкіндік беретін дәстүрлі және инновациялық оқу материалдарын қамтиды. Әрбір жиынтықта жалпы және кәсіби құзыреттіліктерді меңгеру үшін қажетті оқулықтар мен оқу құралдары, оқыту және бақылау құралдары қамтылған, соның ішінде жұмыс берушінің талаптарын ескеретін құралдар бар.

Оқу басылымдарын электрондық білім беру ресурстары толықтырады. Электрондық ресурстарда интерактивті жаттығулар мен тренажерлер, мультимедиялық объектілер, Интернеттегі қосымша материалдар мен ресурстарға сілтемелер қамтылған теориялық және практикалық модульдер бар. Оларға терминологиялық сөздік және оқу процесінің негізгі параметрлері: жұмыс уақыты, бақылау және практикалық тапсырмаларды орындау нәтижелері белгіленген электрондық журнал енгізілген. Электрондық ресурстарды оқу процесіне енгізу және түрлі оқу бағдарламаларына бейімдеу оңай.

Бұл оқулық дәстүрден тыс құрылған. Әдетте құрылыс бағытындағы орта кәсіптік оқу орындарының студенттеріне арналған техникалық механика курсы келесі үш бөлімнен тұрады: теориялық механика, материалдардың кедергісі және құрылыстар статикасы. Бұл мазмұнда жоғары оқу орындарының бағдарламалары қайталанады, бірақ едәуір қысқартылған көлемде.

Автор техникалық механикаға мүлдем өзгеше, атап айтқанда, дене үлгілері тұрғысынан қарауды ұсынады. Теориялық механикада абсолютті қатты дене, материалдардың кедергісінде абсолютті серпімді және нақты денелер қарастырылады. Осыған сүйеніп, техникалық механика курсы келесі үш бөлімдер түрінде қарастыруға болады:

1. Абсолютті қатты дене механикасы. Статика.
2. Абсолютті серпімді дене механикасы.
3. Нақты денелер механикасы және ең қарапайым құрылымдарды есептеу негіздері (Материалдар кедергісі).

Бұл тәсілдемені түсіндіруге болады. Дененің қалыптасқан үлгісіне сүйеніп, абсолютті қатты дене механикасы статикалық тұрғыда анықтауға келетін жүйелер үшін ғана тірек реакциялары мен ішкі күш салуды анықтауға мүмкіндік береді. Дененің қалыптасқан үлгісіне сүйеніп, абсолютті серпімді дене механикасы орын ауыстыруларды анықтауға және статикалық тұрғыда анықтауға келмейтін есептерді шешуге мүмкіндік туғызады. Бұл мағынасында абсолютті серпімді дене механикасы нақты денелердің қасиеттерін зерттеу мен ең қарапайым құрылымдардың есептерін орындауға бағытталған келесі қадам болып табылады. Сондықтан ол дербес бөлім ретінде бөлініп шығарылмаған. Абсолютті қатты дене механикасында және абсолютті серпімді дене механикасында қолданылатын жорамалдар беріктік пен қаттылыққа есептер жүргізуге мүмкіндік бермейді. Мұны тек қана зертханалық сынақтар негізінде идеалды емес, нақты денелердің беріктік қасиеттерін зерттеу жолымен ғана іске асыруға болады. Сондықтан ең қарапайым құрылымдардың есептерін орындау мәселесі «Нақты денелер механикасы» деп аталатын жеке бөлімде берілген. Автордың пікірінше, бұл алғашқы екі бөлімде қарастырылатын денелердің үлгілерін күрделендіру процесінің логикалық қорытындысы болып табылады.

Оқулықта бөлімді «Материалдардың кедергісі» деп емес, «Нақты денелер механикасы» деп атауға басымдық беріледі. «Материалдардың кедергісі» термині негізінен атақты орыс ғалымдары С. П. Тимошенко мен Н.М. Беляев еңбектерінің арқасында XX ғ. пайда болған.

Түрлі бағыттарда қызмет атқаратын бірнеше буын инженерлері негізінен С.П. Тимошенко әдістемесіне негізделген оқулықтар бойынша оқыған. Автор аталған ғалымдарды құрмет тұтып, өзі де олардың еңбектерінен оқып, тәлім алғанын атап көрсете отырып, «Материалдардың кедергісі» атауы беріктік туралы ғылымның (және тек беріктік туралы ғана емес, тағы басқа ғылымдардың) мазмұнын жеткілікті анық ашып көрсетпейді, деп санайды. Материалдардың кедергісі дегеніміз – ыдырауға, пішін өзгеруіне, сондай-ақ тотықтыру, температура т.с.с. әсерлерге кедергі. Бұл термин әмбебап, дегенмен де автор бұл бөлімді «Беріктік пен қаттылықты есептеу теориясы негіздері» деп атаған дұрыс әрі анық болады деп тұжырымдайды.

«Механика» сөзінің 1-ші тарауда аталған негізгі мағынасынан басқа тағы бір мағынасы бар. Оны бір нәрсенің құрылымы деп түсіндіруге де болады. Біз абсолютті қатты, абсолютті серпімді және нақты денелердің құрылымдары туралы емес, олардың негізгі қасиеттерінің көрінісі туралы әңгімелейміз. Оқулықта қолданбалы механика негізінен механика заңдарын практикалық міндеттерді шешуде қолданумен айналысатын саласы ретінде түсініледі.

Бұл оқулықта «Құрылыстар статикасы» бөлімі жоқ. Ол бөлімнің барлық есептерін қатты немесе серпімді дене механикасы теңдеулері көмегімен (не олардың негізінде) шешуге әбден болады.

Осы оқулық құрылымының мақсаты жалпы техникалық курстың құрылыс тәжірибесіне мүмкіндігінше жақындатып қолданылуын қамтамасыз ету болып табылады. Қолданбалы есептер өзге оқулықтар мен оқу құралдарына қарағанда басқаша белгілер бойынша біріктірілген. Мысалы, бір тарауда барлық өзекті жүйелер: кронштейндер, консолды құрылыстар, ең қарапайым арқалықты құрылыстар және құрылыс фермалар біріктірілген.

Жинақталатын күштердің жазық жүйесі мен оның тепе-теңдігі тұрғысынан олар статикалық жағынан анықтауға келетін болса, олардың ешбір айырмасы жоқ.

Басқа оқулықтар мен оқу құралдарында аталған құрылымдар үш бөлімде жеке-жеке қарастырылады. Барлық арқалықтар: қарапайым, ілмелі және тіреуішті, консолды, топсалы-консолды – деп бір топқа біріктірілген. Кесілмейтін арқалықтар статикалық тұрғыда анықталмайтын болғандықтан ғана бұл топқа енгізілмеді. Статика тұрғысынан топсалы-консолды арқалықтар дегеніміз – қарапайым арқалықтар жүйесі, сондықтан оларды белгілі бір ерекше түр ретінде қарастыру орынсыз болады.

Бұл оқулықтағы дәстүрден тыс нәрсе – ішкі күш салу анықтамасының «Абсолютті қатты дене механикасы. Статика» тіреулі реакциялардың анықтамасынан кейін бірден берілгені болып табылады. Мұның түсіндірмесі бар: екі күш салу да статика тепе-теңдігі теңдеулерінен анықталады.

Ұсынылып отырған оқулықтың өзгелерінен тағы бір айырмашылы-

ғы бар. Мұнда ұйғарынды кернеулер әдісімен есептеу орындалмайды, себебі оның құрылыс нормаларында қолданбағанына 50 жылға жуық уақыт болды. Әрине, жалпы техникалық курста шекті жағдайлар әдісін толық көлемде пайдаланып (яғни жұмыс жағдайлары коэффициенттерін, шамадан тыс жүктемені т.с.с. есепке алып) есептерді жүргізу әлі ертерек болар еді. Сондықтан бұл оқулықта жалпы шекті жағдайлар бойынша есептеудің мәні мен әдісі, сондай-ақ құрылыс нормалары мен ережелерінде қабылданған формулалар құрылымы мен белгілер сақталған. Тек қана түрлі пішін өзгеру жағдайларын студенттерге түсінікті болатындай қарапайым ету мақсатында есептік кедергілердің жоласты индекстері өзгертілген. Шекті жағдайлар бойынша есептеп шығару әдісінің неғұрлым толық әрі анық сипаттамасын [2] табуға болады.

Оқулықтың дәстүрден тыс құрылымына қарамастан, онда «Ғимараттар мен құрылыстарды салу және пайдалану» мамандығы бойынша түлектерді даярлаудың мазмұны мен деңгейіне қойылатын мемлекеттік талаптарға кіретін жалпы кәсіптік пәндерге арналған барлық дидактикалық бірліктер қамтылған.

«Техникалық механика» жалпытехникалық пәнінің басты мақсаты студенттерді «Құрылыс құрылымдары» арнайы пәнін оқуға дайындау болып табылады. Осы екі пән де құрылыстардың жүктеме астында сенімді жұмыс істеуін қамтамасыз ететін есептерді орындауды үйретеді. Құрылыстардың сенімділігі деп негізінен олардың беріктігі мен қаттылығы түсініледі. Бұл пәндердің ұқсастығы осы. Бірақ олардың елеулі айырмашылықтары да бар, ең алдымен есептеу әдістері әртүрлі. Техникалық механикада есептеудің неғұрлым оңайлатылған, долбарлы болып келетін тәсілдері қолданылатын, ал құрылыстар неғұрлым қарапайым болып келетін қарапайым теория негізінде көптеген практикалық есептер шығарылады. «Құрылыс құрылымдары» арнайы курсына көбінесе материалдар мен олардан жасалған құрылымдардың нақты қасиеттері есепке алынады. Бұдан бөлек, ғимараттар мен құрылыстарды жобалау мен пайдаланудың көпжылғы тәжірибесі барысында қалыптасқан сындарлы талаптардың орындалуына көп көңіл бөлінеді. Техникалық механикада ол талаптар ескерілмейді.

Техникалық механика басқа пәндермен, мысалы, теориялық мәселелермен қатар зертханалық сынақтар көмегімен материалдардың қасиеттерін зерттейтін «Құрылыс материалдары» пәнімен тығыз байланысты болып табылады. Ол қасиеттердің ішінде ең көп қызығушылық туғызатыны техникалық механика үшін тиісті есептерді орындау үшін қажетті беріктік қасиеттері болып табылады. Есептерді шығару барысында қалай да болса экономика мәселелері, нақтырақ айтқанда, түрлі құрылымдарды, олардың өлшемдері (көлемдері) мен есептеу нәтижесінде есептеп шығарылған қима пішіндерін экономикалық тұрғыда салыстыру туындайды.

Сонымен қатар техникалық механика математикамен және физикамен тығыз байланысты болып табылады, яғни олардың формулалары құрылыс тәжірибесінде қолданылатын аса күрделі емес есептерді шығаруда қолданылады.

# АБСОЛЮТТИ ҚАТТЫ ДЕНЕЛЕР МЕХАНИКАСЫ.

Нақты жаратылыстанудың негізін қалаушылардың бірі Галилео Галилей (1564—1642) беріктік туралы ғылымның негізін қалаушы болған. Ол барлық денелерді абсолютті қатты, яғни бұзылу сәтiне дейiн деформацияланбайтын деп қарастырған. Оның бұл пікірі бірнеше себептен туындаған еді. Атап айтқанда, ол замандағы тұрмыс пен техникада серпiмдiлiк қасиетiн айқын көрсететiн заттар, яғни резина өшiргiш, серiппе т.с.с. заттар болмаған. Галилейдiң еңбектерi теориялық механиканың дамуына түрткi болып, заттардың берiктiгiн есептеп шығарудың алғашқы қадамы болған.

## 1.1. ЖАЛПЫ ЕРЕЖЕЛЕР

*Механика* [гр. *mechanike* (*techne*) — машиналарды құрастыру өнері] — материалдық денелердің механикалық қозғалысы туралы ғылым.

Тар мағынасында алғанда ол аспан денелері механикасы, абсолютті қатты дене механикасы т.б. Теориялық механиканың классикалық оқу курсы үш бөлімнен тұрады, олар: статика, кинематика және динамика.

*Статика* (гр. *statike* — салмақ. Тепе-теңдік туралы ғылым) денелердің күш әсерімен тепе-теңдікте тұруы туралы ғылым болып табылады, яғни денелер қозғалыссыз болатын жағдайларды зерттейді. Қатаң түрде айтқанда, барлық денелер қозғалмалы, олар Галактикадағы Жермен бірге қозғалады да, айналу және ілгері қозғалыс жасайды. Ол қозғалыс заңдары астрономияда қарастырылады, ал статикада есепке алынбайды, яғни статикада Жерге қатысты қозғалыссыз тұрған денелер зерттеледі. Кейбір жағдайларда статика белгілі бір күштердің ықпалымен бір-біріне қатысты бірқалыпты, жеделдетусіз қозғалып тұрған денелердің тепе-теңдігін зерттейді, бұл қимылсыздықтың жеке жайты болып табылады.

*Кинематика* мен *динамикада* нүкте мен дененің қозғалу заңдары қарастырылады. Құрылыс тәжірибесінде ғимараттар, құрылыстар және жекелеген құрылымдар белгілі бір күш (жүктеме) әсер етіп тұрған кезде

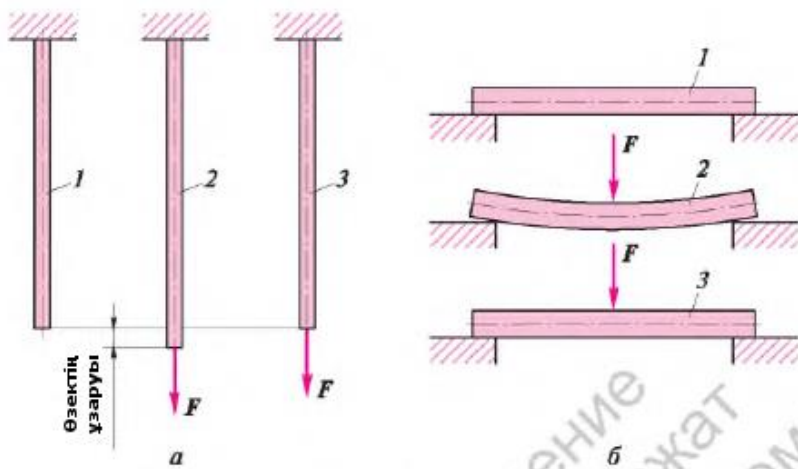


кезде (әсіресе, Жерге қатысты) қозғалыссыз тұруы тиіс болып табылатынын ескеріп, назарымызды тек статикаға аударамыз. Бұл орайда 1-тарауда «механика» термині қатты дене «статикасы» мағынасында қолданылатын болады.

### 1.1.1. Абсолютті қатты дене үлгісі

Көптеген ғылымдарда (физика, химия, астрономия т.б.) нақты объектілер (денелер, элементтер, планеталар т.с.с.) зерттеледі. Бұл орайда дәлелдемелерді зерттеу мен оларды оңайлату үшін (әсіресе оқу мақсатында) ол объектілерге белгілі бір себеп-салдарлық байланыстардың бүкіл күрделі процесін, қандай да бір қасиеттердің жеке көріністерін көрсетпеуге мүмкіндік беретін қасиеттер беріледі. Басқа сөзбен айтқанда, бұл жерде объектінің (заттың, құбылыстың) өзі емес, ол туралы идеалдандырылған ұғым қарастырылады. Әдетте ол соңғы пайымдар мен дәлелдерге, тұжырымдарға елеусіз ғана әсер ететін (дегенмен, орын алатын) жекелеген қасиеттерді ескермейтін белгілі бір оңайлатылған үлгіге саяды. Статикада есептер мен дәлелдерді оңайлату үшін зерттеу объектісі ретінде *абсолютті қатты* денелер қарастырылады.

Сонымен, абсолютті қатты дене үлгісі дегеніміз не? Абсолютті қаттылық қасиетті дененің сыртқы күштердің не әсерлердің ықпалымен өз өлшемдері мен пішінін өзгертпейтінін білдіреді, яғни дененің екі нүктесінің ара қашықтығы өзгеріссіз қалады – ұлғаймайды да, кішіреймейді де. Барлық нақты денелер *деформацияға ұшырағыш* болып келеді. Мысалы, кез келген материалдан жасалған цилиндр тәріздес (немесе призма тәрізді) білік созу күшінің әсерімен ұзарып, қысу күшінің әсерімен қысқарады, бірақ оның бастапқы пішіні сақталады (1.1 сурет, а). Сондай-ақ дененің пішіні иілу туғызатын күштердің әсерімен өзгеруі мүмкін Мәселен, тік білікке не арқалыққа жүктеме келтірсе, ол қисық болып қалады (1.1 сурет, б). Әрине, әртүрлі материалдар мен олардан жасалған денелерде белгілі бір күш әсерінен туындаған деформациялар әртүрлі көрініс табады. Бұдан бөлек, олардың елеусіздігі соншалықты, арнайы өлшеу аспаптарының қолданылуын қажет етеді. Статикада қарастырылатын абсолютті қатты дене *деформацияланбайтын*, яғни қандай болсын күштердің әсерімен өз пішінін өзгертпейтін болып саналады. Денелердің деформациясы және оның сандық бағалануы абсолютті қатты денелер механикасының, иілгіштік теориясының және механика мен тағы басқа пәндердің өзге де бөлімдерінің зерттеу нысаны болып табылады. Осы мағынасында абсолютті қатты денелер механикасы (бұдан әрі қарай – қатты денелер механикасы) алдында тізімделген теориялармен салыстырғанда, қарапайым теория болып табылады. Қатты денелер механикасында қалыптасқан деформацияларды елемеушілік



1.1 сурет Нақты және абсолютті қатты денелердің созу (а) және ию (б) күштері әсерімен өзгеруі:

1 — күш салынбай тұрғандағы нақты дене; 2 — күш салғаннан кейінгі нақты дене (ұзарады немесе иіледі); 3 — күш салғаннан кейінгі абсолютті қатты дене (өлшемі мен пішіні өзгермейді)

денелердің тепе-теңдігі жағдайларын қарастыру кезіндегі есептердің дәлдігіне аз-кем ғана әсер етеді деп саналады. Қатаң айтқанда, бұл тұжырым дұрыс емес, бірақ көбінесе қолданылатын оңайлатылған есептеулер лайықты болып табылатын нәтижелер қолданылған кезде дәлдік тұрғысынан неғұрлым қарапайым шешімдерге қол жеткізуге мүмкіндік береді.

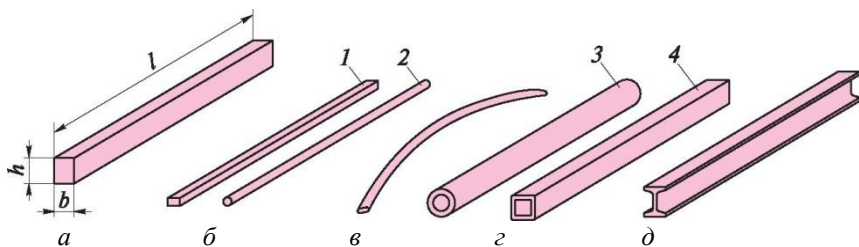
Абсолютті қатты дене үлгісінің бір ерекше қасиеті оның *абсолютті беріктігі*, яғни күштердің әсерімен бұзылмаушылығы болып табылады. Бұл денелер қимасының кез келген жүктеме жасалған жағдайларда берік болып қалатынына сенімді болуға мүмкіндік туғызады. Бұл көзқарас нақты денелердің қасиеттерінің де көрінісі болып табылмайды, бірақ, дегенмен, басқа пәндерде зерттелетін беріктік мәселелеріне көңіл бөлмесек, денелердің тепе-теңдігіне байланысты көптеген формулалар мен есептер едәуір оңай болып табылады.

Абсолютті қаттылық туралы жорамал тағы бір оңайлатуды туғызады. Абсолютті қатты дененің массасын (тығыздығын) атап айту мүмкін емес. Сондықтан абсолютті қатты денелерді *абсолютті жеңіл*, яғни салмақсыз деп қабылдау қалыптасқан, бұл да көптеген есептерді оңайлатады. Статикада дене салмағының мәні маңызды болатын практикалық есептерді шығарған кезде оның салмағын не еркін түрде, немесе нақты материалдарға не құрылымдарға қарап тағайындайды.

Жалпы пайымдарда қатты дене пішінсіз, яғни белгілі бір пішіні жоқ болып саналады. Ал нақты есептерді шығарған кезде оған тәжірибе жүзінде кездесетін кейбір құрылымдардың немесе олардың бөлшектерінің пішіні беріледі. Көбінесе қатты дене ретінде призма тәріздес тік сызықты дінгек қарастырылады. *Дінгек* дегеніміз – үшөлшемді дене, ол үш өлшемнің дене көлденең қимасын айқындайтын екеуі – яғни ені  $b$  және биіктігі  $h$  (1.2 сурет, а), ұзындық деп аталатын үшінші өлшемнен көп есе (әдетте 8 – 10 есе) кіші болып келеді. Дінгектің жеке жағдайы *білік* болып табылады.

Дінгек пен біліктің айқын айырмашылықтары белгіленбеген, бірақ дегенмен, білік – призма тәріздес немесе цилиндр тәріздес, бірақ көлденең қимасының өлшемдері дінгекпен салыстырғанда едәуір кіші дене болып саналады (1.2 сурет, б). Дінгек тік сызықты немесе қисық сызықты (1.2 сурет, в), тұтас немесе іші қуыс (1.2 сурет, г), қимасының контуры тұйық немесе ашық — фасонды (1.2 сурет, д) т.с.с. болуы мүмкін.

Өлшемдері біркелкі денелерді дұрыс геометриялық пішінді (1.3 сурет, а) бұрыс геометриялық пішінді (1.3 сурет, б) *массив* (дене) деп атайды.

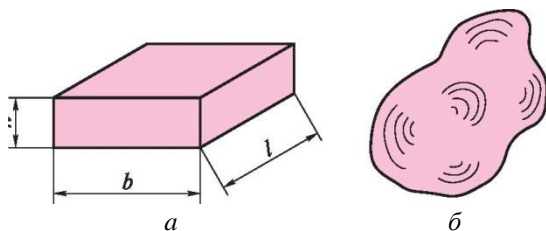


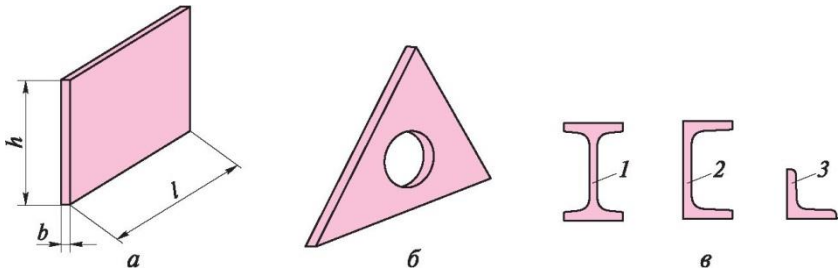
1.2 сурет Сызықты денелердің сыныптамасы:

а — тік сызықты дінгек; б — білік; в — қисық сызықты дінгек; г — қуыс дінгек; д — контуры тұйықталмаған дінгек; 1 — призма тәріздес білік; 2 — цилиндр тәріздес білік; 3 — түтік тәрізді қуыс дінгек; 4 — қорап тәрізді қуыс дінгек

1.3 сурет Көлемді денелер

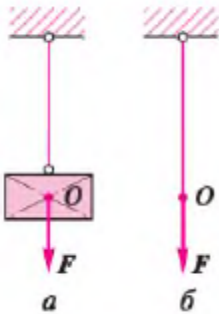
сыныптамасы:  
а — дұрыс пішінді;  
б — бұрыс пішінді





1.4. сурет Жалпақ денелердің (фигуралардың) сыныптамысы:

$a$  — қарапайым геометриялық дене;  $б$  — қарапайым геометриялық денелер қисындасуы;  $в$  — прокат пішіндері; 1 — қоставр, 2 — швеллер, 3 — бұрыш



1.5. сурет Материалдық денені (а) материалдық нүкте түрінде көрсету (б)

Статикада көбінесе денелердің жекелеген жағдайы ретінде әдетте денелердің қандай да бір қимасын құрайтын қатты фигуралар (жазықтықтар) қарастырылады. Олар белгілі геометриялық фигуралар (1.4 сурет,  $a$ ) немесе олардың қисындасуы (1.4 сурет,  $б$ ) пішіндес болып келеді. Құрылыс тәжірибесінде кеңінен тараған арнайы профильдер ерекше топты құрайды. Мысалы, көптеген себептермен, негізінен экономикалық себептермен металл өңдеу өнеркәсібінде прокат профильдерінің кең ауқымы шығарылады, олардың ішінде барынша кең тарағандары қоставролық дінгектер (қоставрлар), швеллерлер және бұрыштар (1.4 сурет,  $в$ ). Есептеулерді жүргізуге қолайлы болу үшін, оларды калибрлар (нөмірлер) бойынша жіктеп, әрқайсысына профильдің биіктігі, ені және қалыңдығы, көлденең қима ауданы т.с.с. сияқты тиісті геометриялық сипаттамалар немесе параметрлер белгілейді. Ол сипаттамалардың барлығын тиісті органдар бекітіп, олар мемлекеттік стандарттарда келтіріліп, ел аумағындағы өндіруші зауыттар үшін міндетті параметрлер ретінде бекітіледі. Ол сипаттамалар I-қосымшадағы 1 – 3 кестесінде келтірілген. Денелер мен фигуралардың көптүрлілігіне қарамастан, олардың барлығы статика тұрғысынан абсолютті қатты болып табылады.

Кейбір жағдайларда денені өлшемі жоқ болғанымен, массасы, яғни салмағы болуы мүмкін дененің жеке жағдайы *материалдық денемен* алмастыруға болады (1.5 сурет).

Құрылыс құрылымдарының геометриялық белгілер бойынша жіктемесімен [2, 13 – 15 бб.] танысуға болады.

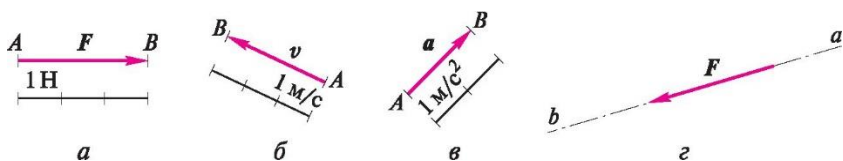
### 1.1.2. Күш және білікке түскен күш проекциясы.

#### Күштер жүйесі.

Тұрмыста күш ұғымы физикалық күш жұмсаумен, мәселен жүк көтерумен немесе орнын ауыстырумен байланысты. Қатты дененің статикасында нәтижесінде жазықтық (үсті) бойынша немесе олардың байланысу (жанасу) нүктесінде бір дененің басқасына қысымы немесе олар бір-бірімен байланысты болса бір дененің басқасынан үзілуі пайда болатын бір дененің басқамен (немесе басқалармен) өзара әрекеті қарастырылады. Қысым немесе үзілу — денелердің өзара әрекет етулерінің анағұрлым қарапайым түрлері. Бұдан әрі айтылатын едәуір қиын түрлері де бар.

Күш — материалдық (статикада абсолютті қатты) денелердің механикалық өзара әрекет ету шарасы. Денелерден айырмасы күштерді көру мүмкін емес, денелер арасында «көзге көрінбейтін қақтығыс» жүреді. Тәжірибеде күштің мөлшерін динамометр, датчик және т.б. көмегімен анықтауға болады. теориялық зерттеулерде күш мөлшерін кейбір математикалық тәуелділіктерді белгілеуге алып келетін пікірлер көмегімен табуға болады. Мұндай тәуелділіктерді алу статиканың негізгі міндеттерінің бірі болып табылады.

Күш қосымшаның (1.6, а суреті) сандық мағынасымен, бағытымен және нүктесімен сипатталады, яғни жылдамдық (1.6, б суреті) немесе жеделдету (1.6, в суреті) секілді векторлық көлемді білдіреді,



1.6 суреті. Векторлар және олардың сипаттарына мысалдар:

*а — F күші және оның модулі; б —  $v$  жылдамдығы және оның модулі; в —  $a$  жеделдетуі және оның модулі; г — әрекет ету сызығы  $a-b$  F күштері*

Графикамен күшті түзудің бағытталған кесіндісімен, яғни нұсқары бар кесіндімен (вектормен) көрсетеді, сонымен бірге күш жұмсау нүктесін көрсетеді. Кесіндінің ұзындығы күштердің ауқымында өлшенеді (мысалы, 1 см — 1 Н немесе 1 см — 10 Н және т.б.), күштің сандық мәніне (шамасына) тең және *күш модулі* деп аталады, ал нұсқардың бағыты күш әсерінің бағытын көрсетеді. Кейбір есептерді шешкенде тік, күш векторының басы мен аяғындағы нүктелердің арасында жүргізілген *күш әсерінің желісі* (1.6, 2 суреті) қызығушылық тудыруы мүмкін.

Егер күш туралы вектор ретінде айтылса, яғни оның барлық үш сипаттамасын атап көрсеткісі келсе, онда әдетте, оны үстінде сызықшасы бар **F** (*ағылшын тілінен Force* — күш) қалың бас әрпімен, ал күш модулі немесе оның шамасы туралы ғана айтылса, онда оны сызықшасыз, кәдімгі (ашық) *F* әрпімен белгілейді. Бұдан әрі мәтінде векторды білдіретін сызықшаны **F**-ның үстіне қоймаймыз. Әңгіменің вектор жайлы екендігін әріптің қалың шрифтімен жазылуынан білуге болады.

Күштер, басқа векторлық шамалар сияқты қосуға және алуға болады. Сонымен бірге векторларды қосу мен алудың модульдермен жасалынатын әрекеттерден өзгеше болатындығын есте сақтау керек. Модульдерді қосу (алу) — бұл олардың жай ғана алгебралық сомасын (айырмасын) табу. Векторларды қосқанда (алғанда) олардың шамаларын ғана емес, олардың әсер ету бағыттарын, күш жұмсау нүктелерін немесе күштердің әсер ету желілерін ескеру қажет. Векторларды қосу және алу есептері модульдердің есептеріне қарағанда неғұрлым қиын. Оларды әрі қарай қарастыратын боламыз.

Күштердің әсер етуімен байланысты есептерді шешу тәсілдерін *графикалық және талдамалық* деп екіге бөлуге болады. Олар оқулықтың барлық бөлімдерінде қарастырылады. Кейбір есептерді шешу үшін графикалық және талдамалық тәсілдер қолданылады.

$x$ — $0$ — $y$  координаталарының тікбұрышты жүйесінде  $x$  ( $0$ — $x$ ) немесе  $y$  ( $0$ — $y$ ) координаталық оське вектор ретіндегі *күш проекциясы* осы күш шамасының (модульдің) оның бағыты мен координаталық осьтердің арасындағы өткір бұрыштың косинусына  $x$  немесе  $y$  сәйкес шығарылуына тең. *F* күшінің  $x$  осіне проекциясы  $F_x$ , ал  $y$  осіне —  $F_y$  деп белгіленеді. Егер күш пен тиісті координаталық ось бір жаққа бағытталса, онда күштің проекциясы «қосу» белгісімен, ал әр жаққа бағытталса — «алу» белгісімен белгіленеді.

Проекцияларды анықтаған кезде өткір бұрыштар мен косинустар ғана емес, мысалы, синустар да пайдаланылуы мүмкін, бірақ келтірілген тәсіл ең қарапайым және көрнекі болып табылады.

**1.1 есебі.**  $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = 50$  Н болса,  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ ,  $F_4$  күштерінің проекцияларын  $x$  пен  $y$  осінде анықтау (1.7 суреті).

**Шешімі.**  $F_{x1} = F_1 \cos 0^\circ = F_1 \cdot 1 = F_1 = 50$  Н;

$F_{y1} = F_1 \cos 90^\circ = F_1 \cdot 0 = 0$ ;



1.7 суреті. 1.1 есебіне



1.8 суреті. 1.2 есебіне

$$F_{x2} = F_2 \cos 0^\circ = F_2 \cdot 1 = F_2 = 50 \text{ Н};$$

$$F_{y2} = F_2 \cos 90^\circ = F_2 \cdot 0 = 0;$$

$$F_{x3} = F_3 \cos 90^\circ = F_3 \cdot 0 = 0;$$

$$F_{y3} = F_3 \cos 0^\circ = F_3 \cdot 1 = F_3 = 50 \text{ Н};$$

$$F_{x4} = F_4 \cos 90^\circ = F_4 \cdot 0 = 0;$$

$$F_{y4} = -F_4 \cos 0^\circ = -F_4 \cdot 1 = -F_4 = -50 \text{ Н}.$$

**1.2 есебі.**  $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = 100 \text{ Н}$  болғанда,  $x$  пен  $y$  осіндегі  $F_1, F_2, F_3$  және  $F_4$  күштерінің проекцияларын анықтау (1.8 суреті).

**Шешімі.**  $F_{x1} = F_1 \cos 30^\circ = F_1 \cdot 0,866 = 100 \cdot 0,866 = 86,6 \text{ Н};$

$$F_{y1} = F_1 \cos 60^\circ = F_1 \cdot 0,5 = 100 \cdot 0,5 = 50 \text{ Н};$$

$$F_{x2} = -F_2 \cos 45^\circ = -F_2 \cdot 0,707 = -100 \cdot 0,707 = -70,7 \text{ Н};$$

$$F_{y2} = F_2 \cos 45^\circ = F_2 \cdot 0,707 = 100 \cdot 0,707 = 70,7 \text{ Н};$$

$$F_{x3} = -F_3 \cos 60^\circ = -F_3 \cdot 0,5 = -100 \cdot 0,5 = -50 \text{ Н};$$

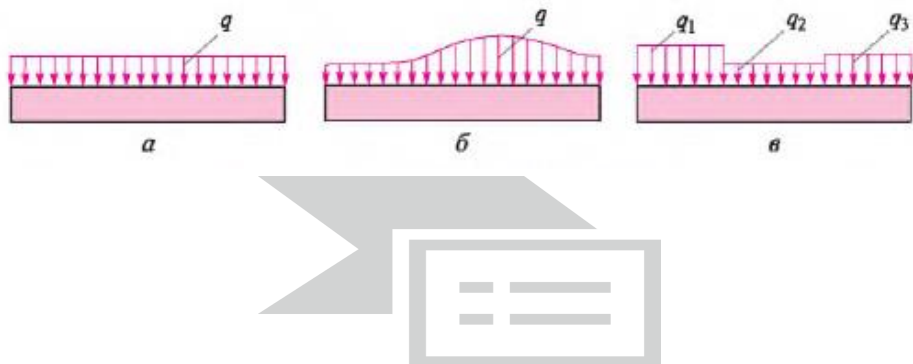
$$F_{y3} = -F_3 \cos 30^\circ = -F_3 \cdot 0,866 = -100 \cdot 0,866 = -86,6 \text{ Н};$$

$$F_{x4} = F_4 \cos 30^\circ = F_4 \cdot 0,866 = 100 \cdot 0,866 = 86,6 \text{ Н};$$

$$F_{y4} = -F_4 \cos 60^\circ = -F_4 \cdot 0,5 = -100 \cdot 0,5 = -50 \text{ Н}.$$

Денелердің өзара әрекеттестігін қарастырған кезде бір емес, бірнеше күшпен істес болуға жиі тура келеді. Денеге әсер ететін екі және одан көп күш *күштер жүйесін* қалыптастырады. Күштердің жүйелері 1.1.5 бөлігінде толығырақ қарастырылған.

Айтылған күштерді шоғырланған деп атайды, өйткені олар денеге бір нүктеде қойылады. Бірақ күштер шоғырыланбаған, таралған болуы мүмкін (1.9 суреті). Ондай күштер бір-біріне өте қысқа қашықтықта ғана шоғырланған болып табылады. Олар ұзындығы немесе ауданы бойынша біркелкі және біркелкі емес таралады. Бұл оқулықта біз дененің ұзындығы бойынша біркелкі таралған жүктемелерді қарастырамыз.



1.9 суреті. Таралған жүктемелердің мысалдары:

*a* — ұзындығы бойынша біркелкі таралған; *б* — ұзындығы бойынша біркелкі таралмаған; *в* — учаскелерде қарқындылығы әртүрлі біркелкі таралған; *г* — аудан бойынша біркелкі таралмаған

Әдетте ондай дене дінгек болып табылады. Ұзындығы бойынша біркелкі таралған жүктеменің қарқындылығы кейбір учаскелерде өзгеруі мүмкін, бірақ олардың әрқайсысының шегінде ол көп жағдайда біркелкі болады (1.9, *в* суреті). Шоғарланған жүктемелерден айырмашылығы ұзындығы бойынша таралған жүктемелердің  $q$  әрпімен белгіленуінде. Олардың ұзындық бірлігіне күш қатысы түріндегі өлшемділігі (Н/см, кН/м және басқа) болады.

### 1.1.3. Статиканың қатты денеге күштердің әсері туралы аксиомалары

*Аксиома* — дәлелді талап ететін пайымдау. Ондай пайымдаулар математика мен бірқатар басқа ғылымдарда, оның ішінде механикада болады. Аксиомаларды бұдан әрі есептерді шешкенде пайдаланылатын бастапқы немесе негіздік білімдер қарастыруға болады. Аксиомаларды дәлелдеу қажеттілігінің жоқтығы (теоремалар мен заңдарға қарағанда) әр алуан өмірлік тәжірибеде қандай да бір құбылыстардан туындайтын пайымдар мен қорытындылардың айқындылығымен түсіндіріледі. Аксиомаларды арнайы тәжірибелер жасау арқылы дәлелдеуге болады. Келесі шарттарды қанағаттандырған кездегі аксиомаларды қарастырайық:

- барлық денелер абсолютті қатты болып саналады (1.1.1 бөлігін қараңыз);
- барлық денелер тыныштықта немесе күштердің әсерінен біркелкі қозғалыста болуы мүмкін. Қатты дененің ондай күйін тепе-теңдік деп атайды.



Оны статика деп аталатын абсолютті қатты дене механикасы бөлімінде зерттеуде;

- барлық күштер векторлық шамалар болып табылады және оларға векторлардың үстінде әрекет ету ережелері таралмайды.

Қатты денеге күштердің әсері туралы аксиомалар немесе статика аксиомалары аз емес, олар [6] тармағында баяндалған. Статика міндеттері үшін маңыздылығы аса жоғары үшеуін ғана қарастырайық.

1-аксиома — әсер мен қарсы әсер күштерінің тепе-теңдігі заңы.

*Екі дене бір-біріне механикалық ықпал етсе (бір-біріне қысым түсірсе немесе ажыраса), онда түйіспенің нүктесінде немесе бетінде шамасы (модулі)–бойынша тең және бір тузу бойынша қарама-қарсы жақтарға бағытталған күштер туындайтыны физика курсынан белгілі.*

Мысалға,  $F_{12}$  және  $F_{21}$  күштері (1.10 суреті) — бірінші дененің тиісінше екінші денеге және екінші дененің бірінші денеге әсер ету күштері — дәл осылай әрекет етеді. Ол күштер түрлі денелерге қосылған (немесе екі түрлі денеде туындайды), және бір дененің механикалық әсері басқасының тура сондай кедергісіне тең, сонымен бірге денелер тепе-теңдікте болады. Бір күштің артуы (немесе бір дене күшінің екіншісіне қысым түсіруі) міндетті түрде басқасының тура сондай артуына алып келеді. Егер қысым болмаса, онда екі күш те бірдей.

**1.1 есебі.** Салмағы 5 және 10 Н болатын екі кубтың өзара әсер ету күштерін көрсетіңіз (1.11, *a* суреті).



1.10 суреті. 1-аксиомаға көрініс:

*a* — 1 және 2 денелер бір-біріне қысым түсіреді; *b* — 1 және 2 байланыстырылған денелер бір бірінен шегінеді (*ажырайды*)



1.11 суреті. 1.1 (а) және 1.2 (б) есептеріне: 1, 2 — кубтар; 3 — негіз

**1.2 есебі.** 3-ші негізді (1.11, б суреті) қандай да бір дененің фрагменті (бөлігі) ретінде қарап, 1, 2 кубтары мен 3-ші негіздің өзара әрекеттесу күштерінің шамасы қандай болатынын анықтаңыз. Кубтардың салмағы 1.1 есебіндегідей.

**2-ші аксиома — екі күштің әсеріндегі қатты дененің тепе-теңдік шарты.** 1-ші аксиомада екі дененің өзара әрекеттесу сипаттамасы туралы айтылды. Енді екі күштің бір қатты денеге әсерін қарастырайық. 2-ші аксиома *өлішемі бойынша бірдей және бір түзу бойынша қарама-қарсы жаққа бағытталған екі  $F_1$  мен  $F_2$  күштері әсер ететін бос қатты дененің тепе теңдікте, яғни осындай күйде ол күш жұмсалмай тұрып болса, ол тыныштық күйінде немесе бірқалып қозғалыста болатынын көрсетеді* (1.12, а, б суреті).

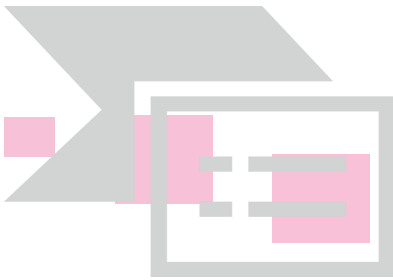
1 және 2 аксиомалардың ұқсастығына қарамастан (екеуінде де өзара теңдей және бір түзу бойынша әр жаққа бағытталған екі күш туралы айтылады), олардың арасында түбегейлі айырмашылық бар: біріншісінде теңдей күштер екі түрлі денеге түсірілген, ал екіншісінде — бір денеге.

Екі бірдей күш әсер ететін дене алдын ала тұжырымдалған шарттарда тепе-теңдікте болады; бұл ретте соңғыларының күштердің әсер ету желілерінің қай нүктелеріне қойылғаны маңызды емес (1.12, в суреті). Бұл пайымдауды 2-ші аксиоманың салдары деп санауға болады. Қатан айтқанда, салдарлар дәлелдеуді қажет етеді. Бұл салдардың дәлелі [6] келтірілген. Келесі салдарды аксиомалық деп санайық: *егер күш түсіру нүктесін оның әсер ету бойымен дененің кез келген нүктесіне жеткізсе, күштің денеге әсері өзгермейді*. Бұл жағдай денеден тыс күш түсіру нүктесін көрсетуге мүмкіндік береді.

**1.3 есебі.**  $F_1$ ,  $F_2$  және  $F_3$  күштерінің шамаларын табыңыз (1.13 суреті). 1 және 2 дененің салмағы тиісінше 5 және 10 Н-ге тең.



1.12 сурет. 2-аксиомасына көрініс:  
а, б — күштер А және В нүктелерінде түсірілген; в — күштер С және D нүктелерінде түсірілген



1.13 суреті. 1.3 есебі:

$a$  —  $F_1$  күші 1 денені ұстап тұрады;  
 $b$  —  $F_2$  күші 2 денені ұстап тұрады;  
 $v$  —  $F_3$  1 және 2 денені ұстап



1.14 суреті 3 аксиомаға көрініс:

$a$  — бірдей әсер ететін  $R_{\text{тең}}$  анықтау;  $b$  — теңдестіретін  $R_{\text{теңд}}$  анықтау



1.15 суреті.1.4

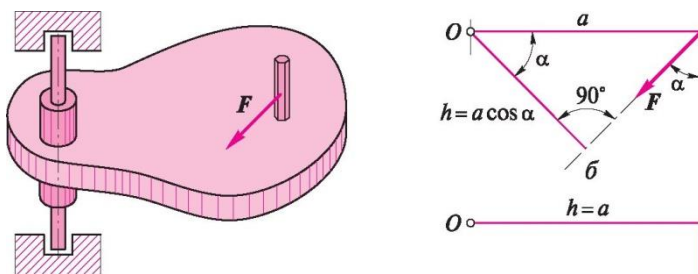
**3-ші аксиома** — күштер параллелограммасының ережесі. Денеге әсер ететін күштер бір ғана түзуге ғана емес, бір-біріне бұрыштың астында да бағытталуы мүмкін. Векторлық шамалар болып табылатын күштеді векторларды қосу және алу ережелері бойынша қосуға және алуға болады. Бұл туралы 1.2 бөлігінде толығырақ айтылады. 3-ші аксиомада былай делінген: қатты денеге бір нүктеде, бір-бірінің бұрышында түскен *бірдей әсер ететін екі күш, шамаға (модульге) және осы күштерде салынған параллелограмм диагоналына тең* (1.14, а суреті). Әңгіме екі векторды геометриялық жиынтығы да параллелограммға диагональді құралған, екі күш векторы туралы. Бұл жағдайда дене тепе-теңдікте болмайды. Тепе-теңдікке жету үшін 2-аксиомасына сәйкес  $R_{\text{тең}}$  күшінің шамасына тең және басқа жаққа бағытталған күш түсіру керек (1.14, б суреті). Ондай күш  $R_{\text{теңд}}$  теңдестіруші деп аталады.

**1.4 есебі.** 1.15. суретінде келтірілген  $F_1$  және  $F_2$  бірдей әсер ететін күшті табыңыз. Теңдестіруші күшті көрсетіңіз.

### 1.1.4. Нүктеге қатысты күш сәті. Күш жұбы

Осы уақытқа дейін біз күштердің әрекетімен ілгерілемелі қозғалыс жасауға ұмтылған денелерді қарастырдық, ал басқа денелер оған кедергі келтірді. Тәжірибеде күштер ілгерілемелі емес, қандай да бір осьтің айналасында дененің айналу қозғалысын тудырады (1.16, а сурет). Қатты дененің статикасы айналмалы қозғалыс заңдарын зерттемейді, ол күштің денені айналдыруға ұмтылғандығын зерттейді, бірақ ол жылжымаған күйі қалады. Нақты конструкцияларда күштің оны айналдыруға ұмтылған әрекеті кезіндегі дененің қозғалыссыз қалу себебі бірнеше болуы мүмкін, мысалы, сыртқы күш еңсере алмайтын осьтегі үйкеліс күші немесе сыртқы күш шамасының айналмалы қозғалысын жасау үшін жеткіліксіз дене салмағы немесе басқа сыртқы күштердің тарапынан айналмалы қозғалысқа кедергі келтіру және т.б. Салмақсыз деп саналатын және үйкеліс күші жоқ мінсіз денелерде және байланыстарда дененің қозғалыссыздығы оған қандай да бір байланыстарды, мысалы, қарастырылатын денені негізге бекітетін тіреуіш біліктерді қосу арқылы қамтамасыз етіледі. Осы жағдайларда сыртқы күштер айналмалы әсер береді, бірақ дене қозғалыссыз қалады. Айналмалы әсердің (әрекеттің) шамасы нүктеге (оське) қатысты күш сәтімен бағаланады.

Нүктеге қатысты күш сәті деп осы  $F$  күш шамасының осы нүктеден күш әрекетінің сызығына дейінгі қашықтыққа көбейтіндісі аталады. Бұл қашықтықты  $h$  деп атайды және  $h$  әрпімен белгілейді (1.16, б, в сурет).



1.16-сурет. Нүктеге қатысты күш сәті:  $a$  – денені айналдыруға тырысатын күш;  $b, \beta$  – күш інін анықтау.

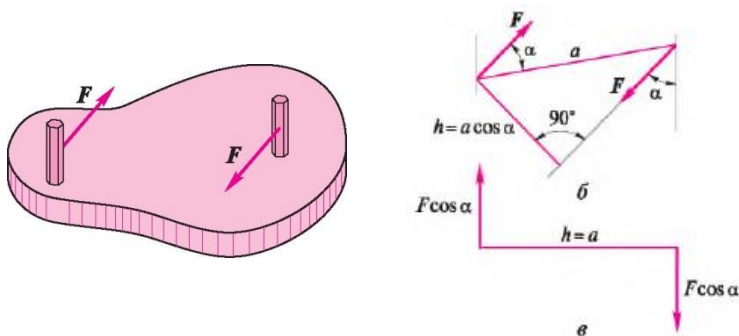
Күш сәтін  $M$  әрпімен белгілейді және жалпы жағдайда мына формула бойынша анықтайды:

$$M_0 = \pm Fh.$$

Мұнда міндетті түрде қандай нүктеге қатысты сәт анықталатыны көрсетілуі тиіс (біздің жағдайымызда  $O$  нүктесіне қатысты).

Егер күш дененің қарастырылған нүктесіне қатысты сағат тілі бойынша брусты (денені) айналдыруға ұмтылса, онда сәт оң болып саналады (оның алдына «плюс» белгісі қойылады, бірақ көп жағдайда бұл белгіні түсіреді), ал егер сағат тіліне қарсы болса, онда теріс болады (оның алдына «минус» белгісі қойылады).

Баламалы айналмалы әсер (әрекет) денеге қос күш түсіруі мүмкін. Қос күш – бұл модуль бойынша тең және қарама-қарсы жақтарға бағытталған екі параллель күштердің жүйесі. Оларды кейде екі параллель, бірақ қарама-қарсы бағытталған күштердің жүйесі, ал көбінесе тек қос күш деп атайды. Қос күштің денеге әсері 1.17,а суретте көрсетілген. Олар оське қатысты бір күштің әсеріне ұқсас (1.16, а суретті қараңыз), бірақ маңызды айырмашылығы бар. Дара күш тек қандай да бір байланыс болғанда ғана, мысалы, шарнир немесе ось болса, денеге айналмалы әсер тигізуі мүмкін. Егер мұндай байланыстар болмаса, онда ол дененің ілгерілемелі қозғалысын тудырады. Қос күш шоғырландырылған күш жасай алмайтын, бос денеге айналмалы әрекет тигізуі мүмкін. Сонымен қатар, қос күш дененің кез- келген нүктесіне қатысты абсолютті бірдей айналмалы әсер тудырады, ал күш сәті өзі анықталатын нүктеге байланысты. Күш және қос күш денеге салынатын бастапқы (қарапайым) күш әсері болып табылады. Қос күштерді дара күш сияқты қосуға, шегеруге болады, сондай-ақ жұп теориясында зерттелетін басқа әрекеттерді орындауға болады. Біз тек осында келтірілген мәліметтермен шектелеміз.



1.17-сурет. Қос күш сәті:

$a$  – денені айналдыруға тырысатын қос күш;  $b, в$  – қос күшінің иінін анықтау

*Жұп сәті* нүктеге қатысты күш сәті сияқты анықталады, яғни күштің біреуінің шамасының (модулінің) олардың әрекетінің сызықтары арасындағы қысқа қашықтыққа көбейтіндісі ретінде анықталады (1.17, б, в суреті). Белгі қағидасы мұнда оське (нүктеге) қатысты күш сәті сияқты.

Нүктеге қатысты күш сәтін мен қос күш сәтін анықтамаларынан көріп отырғандай, осы сәттер күш бірлігінің ұзындық бірлігіне көбейтіндісін білдіретін бірліктермен өлшенеді. ӨҚ жүйесінде бұл Н· м, кН· м және т.б.

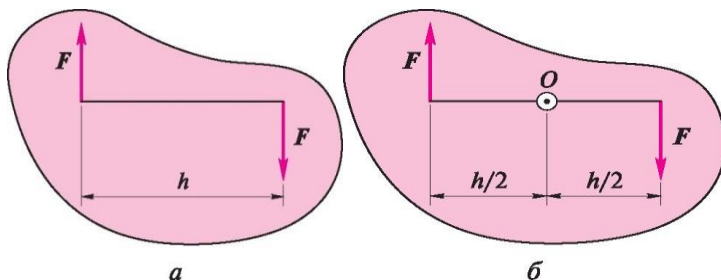
Тағы да нүктеге қатысты қос күш пен күш сәті арасындағы ұқсастық пен айырмашылыққа назар аударамыз. 1.18, а суретте бос денеге арналған қос күштің әсері көрсетілген. Бұл қос күш денені сағат тілімен  $Fh$  тең қос күш сәтімен бірге айналдыруға тырысады. Егер денені күштер арасындағы қашықтық ортасында орналасқан  $O$  нүктесі арқылы өтетін қандай да бір оське бекітсе (1.18, б сурет), онда қос күш екі күштің баламалы жүйесіне айналады, олардың әрқайсысы денені  $O$  нүктесіне қатысты айналдыруға тырысады.  $O$  нүктесіне қатысты екі күш сәті қос күш сәтіне тең болады:

$$Fh = Fh/2 + Fh/2.$$

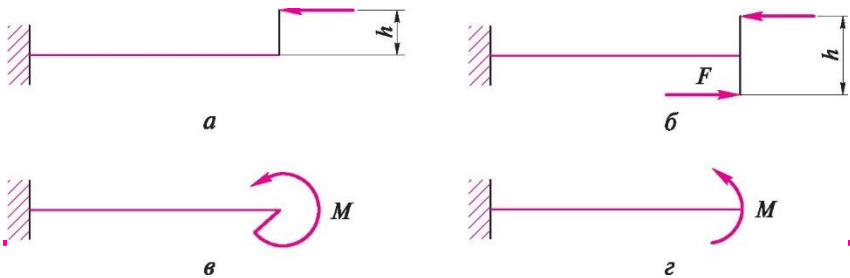
Денеге оны айналдыратын күш жүйесі немесе қос күш әсер етсе, онда жалпы айналдыру әсерін бағалау үшін  $X$  (сигма) грек әрпімен белгіленетін олардың алгебралық қосындысын табады:

---

$$\sum M_o = M_1 + M_2 + M_3 + \dots M_n,$$



1.18-сурет. Денеге қос күш (а) мен  $O$  нүктесіне қатысты екі күш (б) көрсететін айналмалы әсер етудің баламалығы



1.19-сурет. Күш арқалығына (а), қос күшке (б), сәтке (қос күштің немесе күштің) (в, г) айналымы әсер ету суретінің нұсқалары

немесе

$$\sum Mo = F_1 h_1 + F_2 h_2 + F_3 h_3 \dots F_n h_n$$

Күш сәті мен қос күш 1.19 а және б суреттерінде көрсетілгендей көрінуі мүмкін, бірақ оларды көбінесе 1.19, в және г суреттерінде көрсетілгендей көрініс табуы мүмкін.

**1.13- мысал.** Егер  $F_1 = 5$  кН,  $F_2 = 6$  кН,  $F_3 = 2$  кН,  $F_4 = 1$  кН,  $h_1 = 4$  м,  $h_2 = 3$  м болса, О нүктесіне (1.20-сурет) қатысты  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  және  $F_4$  анықтаңыз.

Шешім.  $F_3$  және  $F_4$  күштері үшін иінді табамыз

$$h_3 = \sqrt{h_1^2 + h_2^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ м}, h_4 = 0.$$

Күш сәттерінің қосындысын анықтаймыз:

$$\begin{aligned} \sum Mo &= F_1 h_1 + F_2 h_2 + F_3 h_3 + F_4 h_4 = 5 \text{ кН} \cdot 4 \text{ м} - 6 \text{ кН} \cdot 3 \text{ м} - 2 \text{ кН} \cdot 5 \text{ м} + \\ &+ 1 \text{ кН} \cdot 0 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м} - 18 \text{ кН} \cdot \text{м} - 10 \text{ кН} \cdot \text{м} + 0 = -8 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

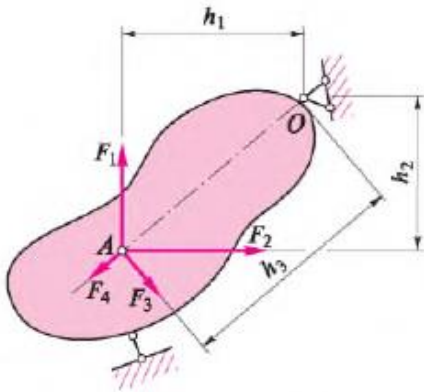
Жауап:  $\sum Mo = -8 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

**1.4-мысал.** Егер  $F_1 = 1$  кН,  $F_2 = 5$  кН,  $F_3 = 3$  кН,  $F_4 = 4$  кН,  $h_1 = 3,5$  м,  $h_2 = 0,5$  м,  $h_3 = 1,5$  м,  $h_4 = 2,5$  м болса, қос күш сәттерінің қосындысын (1.21-сурет) анықтаңыз.

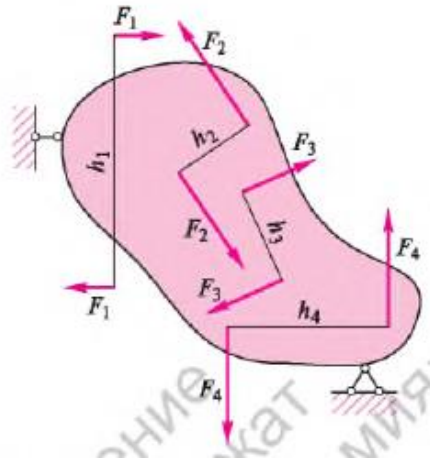
**Шешім.** Жұп сәттерінің қосындысын анықтаңыз:

$$\begin{aligned} \sum M &= F_1 h_1 - F_2 h_2 + F_3 h_3 - F_4 h_4 = 1 \text{ кН} \cdot 3,5 \text{ м} - 5 \text{ кН} \cdot 0,5 \text{ м} + \\ &+ 3 \text{ кН} \cdot 1,5 \text{ м} - 4 \text{ кН} \cdot 2,5 \text{ м} = 3,5 \text{ кН} \cdot \text{м} - 2,5 \text{ кН} \cdot \text{м} + 4,5 \text{ кН} \cdot \text{м} - \\ &- 10 \text{ кН} \cdot \text{м} = -4,5 \text{ кН} \cdot \text{м} \end{aligned}$$

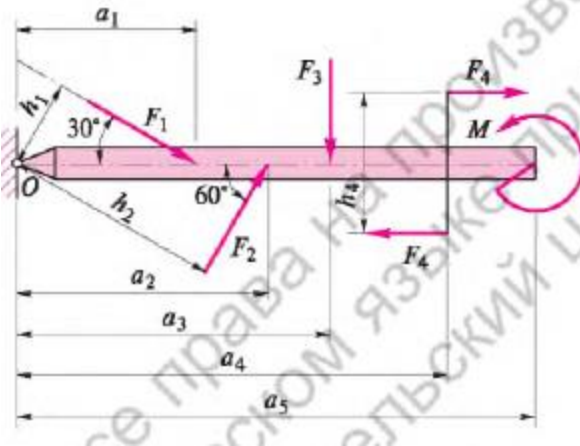
**Жауап:**  $\sum M = -4,5 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .



1.20-сурет. 1.3-мысалға



1.21-сурет. 1.4-мысалға



1.22-сурет. 1.5-есепке

1.5-есеп. Егер  $F_1 = 20$  кН,  $F_2 = 10$  кН,  $F_3 = 30$  кН,  $F_4 = 40$  кН,  $M = 15$  кН м,  $a_1 = 1$  м,  $a_2 = 2$  м,  $a_3 = 3$  м,  $a_4 = 4$  м,  $a_5 = 5$  м,  $h_4 = 0,5$  м болса, О нүктесіне қатысты барлық күштер сәтінің қосындысын анықтаңыз (1.22-сурет).

### 1.1.5. Еркін және еркін емес денелер. Байланыстары және олардың реакциялары

Дене еркін және еркін емес болуы мүмкін. Еркін деп күштің әсерімен жылжудың шексіз еркін деңгейге ие денелерді атайды. Егер күштер теңестірілмеген болса, дененің тең жылдамдатылған



ілгерілетілген немесе айналмалы қозғалысын тудырады. Күштердің әсерімен денелердің немесе нүктелердің қозғалыс заңдары теориялық механиканың басқа тарауларында қарастырылады.

Механика тарауындағы қатты дене статикасында *еркін емес* денелер қарастырылады, яғни, оларға күш салынғанда жылжи алмайтын денелер жатады (Жермен бірге қозғалысты санамағанда). Осындай денелердің жылжу еркіндігі әдетте басқа денелермен шектеледі. Қарастырылатын дененің қандай да бір жылжуына кедергі келтіретін денелерді *байланыстар* деп атайды. Нақты және мінсіз байланысты бөледі. *Нақты* байланыстарда дененің байланыс орындарында үйкеліс болады. Сонымен қатар, бұл байланыстар деформациялануы мүмкін, икемді және т.б. болуы мүмкін. Бұл құбылысты қиын, кейде тіпті дәл ескеру мүмкін емес, яғни, оларға сандық бағалауды береді. Сондықтан элементарлық теория болып табылатын статикада *мінсіз* байланыс ұғымы енгізіледі. Мінсіз байланыс үлгісінде екі оңайлату берілген: біріншіден, байланыстардың өзі абсолютті қатты және қозғалыссыз болып табылады, екіншіден, денелердің байланысы орнында үйкеліс жоқ. Басқаша айтқанда, үйкеліске мән бермей, нәтижесінде дененің тепе-теңдігімен байланысты көптеген тәжірибелік есептер есептердің қабылданатын дәлдігі болса, аса қарапайым тәсілдермен шешіледі. Қатты дене статикасында тек мінсіз байланыстар қаралады, үйкеліс жеке зерттеудің нысаны болған жағдайларды қоспағанда.

Қарастырылатын дене тікелей немесе басқа тәсілдермен байланысқа әсер етеді. Байланысқа қатысты сыртқы әсерлерді *белсенді күштер* деп атайды. Тағы да осы күштерді жүктемелер деп атайды. Жүктемелерді анықтау аса күрделі есеп болып табылады. Осындай есептер арнайы «Құрылыс конструкциялары», «Машиналардың бөлшектері» және басқа пәндерде қарастырылады. Статикада белсенді күштер (немесе жүктемелер) барлық уақытта берілген болып саналады, оларды күрделі емес есептеулер жолымен табуды санамағанда.

Денелер байланысқа әсер етеді, бірақ байланыстар да өзінің тарапынан денеге өзінің күштерімен жауап береді. Дененің жылжуына мүмкіншілік бермейтін және оны тепе-теңдікте ұстап тұратын байланыстардың кедергі күштерін реактивті күштер (белсендіден айырмашылығы бар) немесе байланыс реакциялары деп атайды. Байланыстардағы, мысалы біліктер мен тізбектердегі ішкі күштер қарастырылатын денеге қатысты сыртқы болып табылады және оны тепе-теңдікте ұстап тұрады.

Белсенді күштерді күш сияқты  $F$  әрпімен белгілейді, бірақ оқулық әдебиеттерде олар үшін  $P$  және  $G$  символдары пайдаланылуы мүмкін. Реактивті күштерді (реакцияларды)  $R$ ,  $V$  және  $H$  әріптерімен, ал ішкі күштерді  $N$  әрпімен, кейде  $S$  әрпімен белгілеу қабылданған.

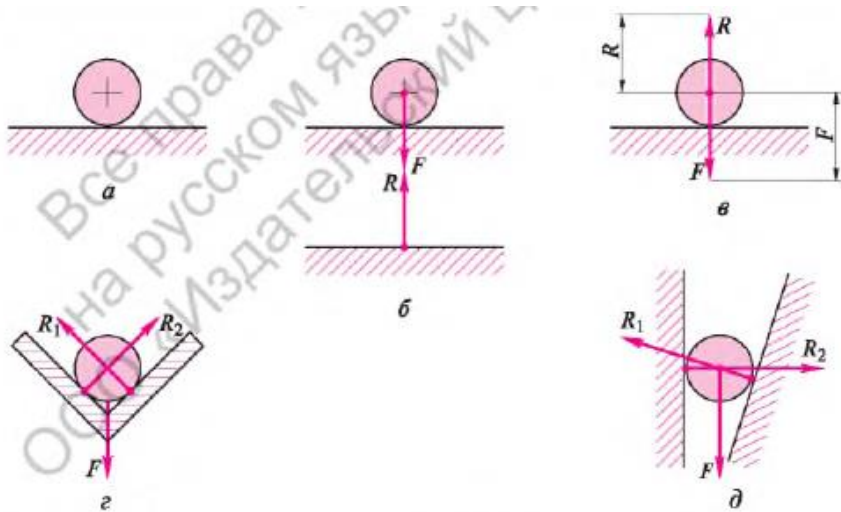
Байланыстар мен ішкі күштердің реакция әрекетінің шамасы мен бағыттарын анықтау қатты дене статикасының ең басты міндеттерінің бірі болып табылады.

Аса қарапайым және сонымен қатар кең таралған мінсіз байланысқа жатады:

- тегіс жазықтық (бет);
- серпімді тізбек;
- жайпақ (қарапайым) топса;
- тік сызықты білік;
- тіреуіш біліктер мен тіреуіштер (топсалы жылжымалы тіреуіш, топсалы жылжымайтын тіреуіш, қатты бітеу).

Олардың әрқайсысын, сондай-ақ туындайтын реакцияларды (немесе күштерді) толығырақ қарастырайық.

**Тегіс жазықтық.** Байланыс сияқты мінсіз тегіс жазықтық (1.23, а сурет) дененің аталған жазықтыққа перпендикуляр бағытта жылжуына кедергі келтіреді. Мұнда дене жазықтыққа белсенді күш саналатын  $F$  қысым күшін береді (1.23, б сурет).



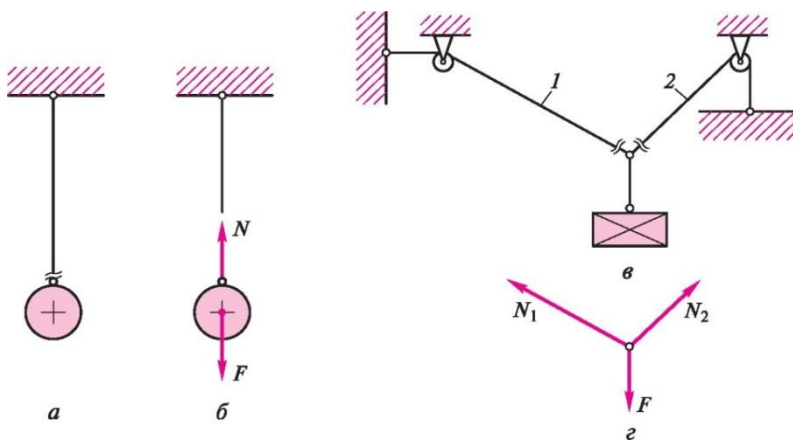
1.23-сурет. Мінсіз тегіс жазықтық және оның реакциялары:

а – көлденең беттегі дене; б, в –  $F$  қысым күші және  $R$  жазықтық реакциясы, тиісінше бірге және бөлек көрсетілген; г, д – екі жазықтық комбинациясы.

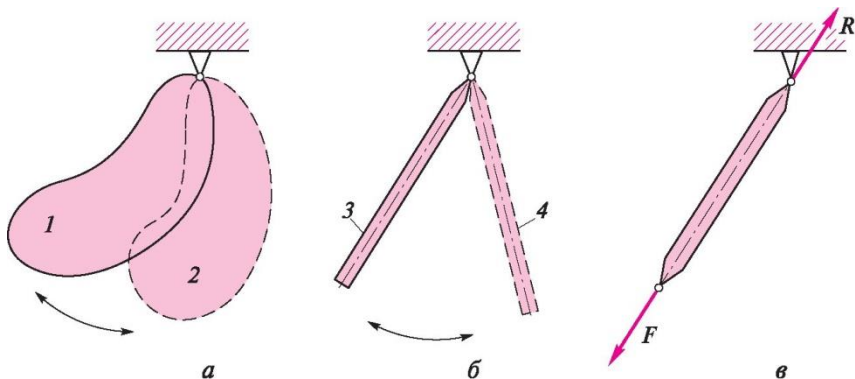
Жазықтық денеге аталған жазықтыққа перпендикуляр бағытта жылжуына мүмкіншілік бермейді, бірақ басқа бағыттарда жылжуына кедергі келтірмейді, себебі осындай жазықтықта дененің үйкелісі жоқ, яғни, дене оның үстінен жылжи алады. Аталған жазықтықты штрихтауы бар тұтас сызықпен көрсетеді.

Мінсіз тегіс жазықтықтың реакциясы  $R$  осы жазықтыққа перпендикуляр, одан дене жағына бағытталған және дененің жанасу нүктесіне салынған (1.23, с суретті қараңыз). Көбінесе белсенді және реактивті күштерді күшті ауыстыру қағидасын пайдалана отырып, дененің ауыр күшінің ортасына салады (1.23, в суретті қараңыз). «Перпендикулярлы» сөзінің орнына «қалыпты» (лат. *normalis* – тік сызықты) деген көзді пайдаланады. 1.23, б және в суреттерде дара жазықтық реакциялары көрсетілген, ал 1.23, г және д суреттерінде екі жазықтықтың комбинациясы көрсетілген. 1.23, б суретінде дене мен жазықтық ажыратылған, басқа суреттерде олар бір-бірімен әрекеттескен түрде көрсетілген.

**Серпімді тізбек.** Мінсіз серпімді тізбек байланыс сияқты (1.24, а сурет), қатаң айтса, абсолютті қатты дененің үлгісіне келіспейді, бірақ біз оның тік сызықты аумақтарын ғана оны деформацияланбайды деп санай отырып, қарастырамыз. Өмірлік тәжірибе серпімді тізбектің тек созылатын белсенді күштерді ғана қабылдайтындығын білдіреді. Тізбек сығуға кедергі келтіре алмайды және ол үшін ешқашан пайдаланылмайды. Серпімді тізбекті тек  $N$  деп белгілеу қабылданған және тізбекте күш деп айтылатын созылатын реакциялар үшін сынайды. Бұл салмақ салынған жүк немесе дене күші (1.24, б суреті). Тізбекті бір тұтас қалың сызықпен көрсетеді. Дене екі тізбектің (1.24, в сурет) және тиісінше, екі күштің (1.24, г сурет) көмегімен тепе-теңдікте ұсталынып тұрады.



1.24-сурет. Серпімді тізбек және оның реакциялары  
а – дара тізбек; б – дара тізбектің реакциялары; в – 1 және 2-тізбек комбинациялары; г - 1 және 2-тізбектерінің реакциялары.



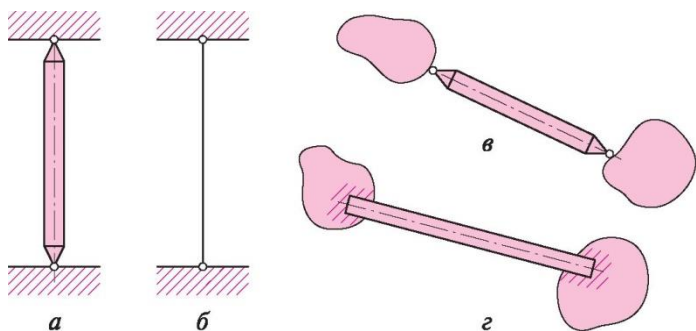
1.25-сурет. Еркін пішінді (а) немесе бруспен (б) денеге бекітілген топса және оның реакциялары (в):

1,2 – бір жылжымайтын нүктесі бар дененің екі әр түрлі қалыбы; 3,4 –брустың екі әр түрлі қалыбы.

**Жайпақ топса.** Көбінесе цилиндрлік деп атайтын жайпақ топсаны әдетте әр түрлі денелердің екі нүктесі (екі не одан да көп) қосады. Көбінесе оны денені негізге қосу үшін пайдаланады. Топса осьтің болуы себепті дененің негізге (басқа денеге) қатысты айналу мүмкіншілігін беретін, бірақ денеге (1.25, а сурет) немесе брусқа (1.25, б сурет) көлденең, тік және кез-келген бағытта орын ауыстыруына мүмкіншілік бермейді. Топса дененің айналу қозғалысын болдырмайды, яғни, өздігінше оның толық жылжымауын қамтамасыз етпейді. Дене қозғалыссыз қалуы үшін топса қандай да бір байланыспен, мысалы білікпен немесе тізбекпен толықтырылуы тиіс. Сызбаларда топсаны дөңгелекпен көрсетеді, кейде дөңгелектің ішіне айналу осін білдіріп, нүкте қояды.

Топса реакциясы  $R$  денені айыруға ұмтылатын  $F$  белсенді күшінің қарама-қарсы бағытына немесе қарастырылатын денені негізден алуға бағытталған.

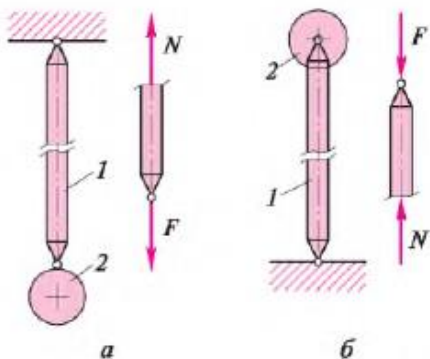
**Тік сызықты білік.** Байланыс ретіндегі мінсіз тік білік қосылатын күштердің оның осі бойынша жылжуына кедергі келтіреді. Біліктер призмалық, цилиндрлік, түтікті және басқа көлденең қималы болуы мүмкін.



1.26-сурет. Мінсіз тік білік

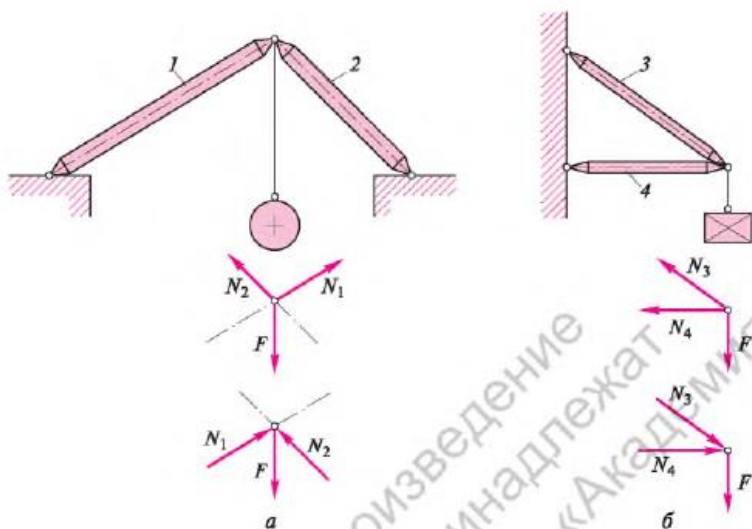
а – ұшы бойынша топсалы білік; б – біліктің мінсіздендірілген бейнесі; в, г – біліктің екі денемен топсалы және қатты қозғалыстары.

Білік пен брус арасындағы айырмашылықтар туралы 1.1.1 кіші тармағында айтылды. Біліктер басқа денелермен және байланыстармен біліктің қосылуы үлкен мәнге ие болады. Біз қатты емес (1.26, г сурет) немесе қандай да басқа емес, дене немесе біліктің топсалы қосылыстары бар іспен (1.26, в сурет) айналысатын боламыз. Бұл жағдай, әсіресе нақты конструкцияларда өте маңызды. Себебі білік тек осытқ күшке ғана жұмыс істейді. Қатты қосылыс, әдетте біліктің майысуын тудырып, тепе-теңдік шарттары мен келесі есептерді түбегейлі өзгертеді. Сондықтан барлық білік жүйелеріндегі біліктерді (тіпті тізбектерді де) бір-бірімен және басқа денелермен ұшы бойынша топсамен қосады. Топсада үйкеліс болмаса, мінсіз деп саналады. Білік қатты байланыс болып табылады және тізбекке қарағанда тек созылатын күшті ғана емес (1.27, а сурет), сондай-ақ сығушы күшті (1.27, б сурет) де қабылдай алады. Бұл жағдай біліктердің құрылыс тәжірибесінде кеңінен таралуына әсер етті.



1.27-сурет. Тік білік және созу (а) және сығу (б) кезіндегі оның реакциялары:

1 – білік; 2 - жүк.



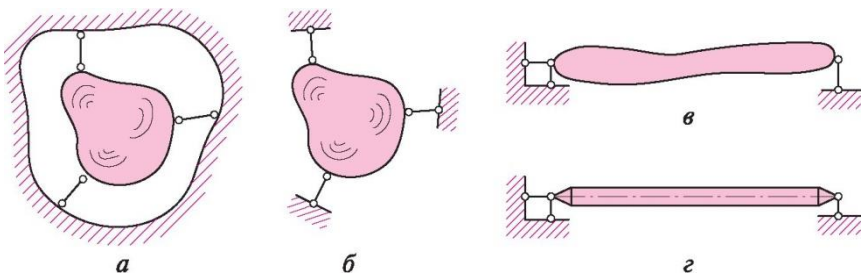
1.28-сурет. Екі біліктен тұратын комбинация және олардың реакциялары: а – көлбеулеп қойған тіреуіш; б – кронштейн; 1-4 –біліктер.

Біліктерден құрылған жүйелерді қарастыру кезінде кейде әр біліктің нені сыналып жатқанын: сығу немесе созудың орын алғанын дереу айтуға болады. Мысал болып 1.28, а суретінде көрсетілген жүйе жатады. Бірақ көптеген жағдайларда, әсіресе есептеу тәжірибесі жоқ кезде мұны істеу, тіпті 1.28, б суретінде қарапайым жүйе үшін де қиындау. Сондықтан тік сызықты білікте тізбектегі сияқты реакцияны немесе күшті  $N$  әрпімен белгілейді және барлық уақытта оны осымен араластырады, ал бағытын еркін көрсетеді (1.28-суретті қараңыз). Күштің қабылданған бағытының дұрыстығы туралы қорытындыны тек есепті орындағаннан кейін ғана жасауға болады. Көбінесе есептеуге дейін білікті созылулы деп санайды, яғни реакцияларды бұрыштан (немесе жүктен) бағыттайды, ал ары қарай айтылатын тепе-теңдік теңдеулерін шешкеннен кейін күш бағытының дұрыс таңдалғандығын немесе таңдалынбағанын тексереді.

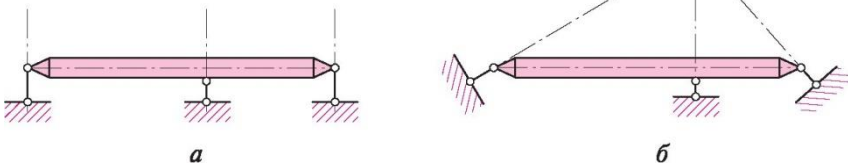
**Тіреуіш біліктер және олардан құралған тіреуіштер.** Тіреуіш білік байланыс сияқты алдында қарастырылған тік сызықты біліктің жеке жағдайын білдіреді, яғни, оның тік сызықты аумағы мен ұштарында топсалары бар. Аталған біліктер арасындағы айырмашылық таза қызметтік: тік сызықты біліктер жүктемелер тораптарда салынатын геометриялық өзгермейтін жүйелерді түзеді, ал тіреуіш біліктер дененің жылжымауын қамтамасыз етуге арналған.

Тіреуіш біліктердің көмегімен денені негізге бекітуге мысалдар 1.29-суретте келтірілген.

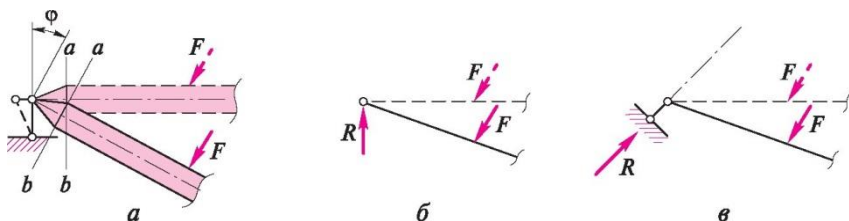
Дәлелдеу бөлігіне әзірше тоқтамай, дененің жылжымауын қамтамасыз етуі мүмкін тіреуіш біліктердің ең аз саны үш екендігін айтамыз. Бұл 1.29-суретте көрініп тұр. Үш тіреуіш білік болса, белгілі бір түрде орналастыру қажет. Олардың барлығы параллель немесе бір нүктеде тоғысатындай болмауы тиіс. Осындай орналасатын жүйелерді тез арада өзгеретін деп атайды (1.30-сурет). Оларға конструкция ретінде рұқсат етілмейді. Тіреуіш біліктерді қоюдың толық қағидасы [4] келтірілген.



1.29-сурет. Денені негізге үш тіреуіш біліктің көмегімен бекітуге мысалдар:  
 а – пішінсіз денені бекіту; б – негіздің мінсіздендірілген бейнесіндегідей; в – ұзын пішінсіз денені бекіту; г – призмалық брусты бекіту.



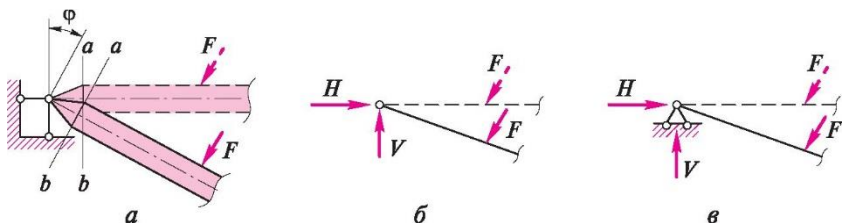
1.30-сурет. Тез арада өзгеретін жүйелер:  
 а – бір-біріне параллель тіреуіш біліктерімен; б – бір нүктеде тоғысатын тіреуіш біліктермен.



1.31-сурет. Топсалы-жылжымалы тіреуіш:  
 а – деформация схемасы; б – күш пен реакциялар схемасы; в – көлбеу тіреуіш біліктің нұсқасы.

Денені негізге бекітетін дара тіреуіш білікті (брус болсын делік) көбінесе *топсалы-жылжымалы тіреуіш* деп атайды (1.31, а сурет). Топсалы тіреуіш деп оның дененің айналуына рұқсат беретіндігі үшін атайды (1.31, а суретте көрсетілгендей,  $a-b$  қимасы  $F$  бұрышына бұрылуы мүмкін), ал жылжымалы деп сыртқы күштердің әсерінің бағытына байланысты дененің қандай да бір солға немесе оңға көлденең жылжуына рұқсат береді (нақтырақ айтсақ, шеңбер доғасы бойынша). Мұндай тіреуіш білік осінің жанынан (не жоғарыға, не төменге) жалғыз жылжуды болдырмайды. Тиісінше, топсалы жылжымалы тіреуіште тіреуіш біліктің бағыты бойынша бір тіреуіш реакция  $R$  пайда болады. 1.31, б суретте көрсетілген жүктеме бағытында реакция тік жоғары бағытталған. Ол 1.31, в суретте көрсетілгендей тік болмауы да мүмкін, бірақ барлық уақытта тіреуіш біліктің осі бойынша бағытталған.

Брус пішініне ұқсас денені негізге (немесе басқа денеге) екі тіреуіш біліктің көмегімен бекітуге болады (1.32, а сурет). Мұндай қосылысты *топсалы-жылжымайтын тіреуіш* деп атайды. Топсалы тіреуіш деп дененің бұрылуына рұқсат береді (топсалы-жылжымалы сияқты), ал жылжымайтын деп дененің ешқандай жылжуына (не көлденең, не тік) рұқсат бермейтіндігі үшін атайды.



1.32-сурет. Топсалы-жылжымайтын тіреуіш:  
 а – деформация схемасы; б – күш пен реакция схемасы; в – топсалы-жылжымайтын тіреуіш бейнесінің нұсқасы.



Тіісінше топсалы-жылжымайтын тіреуіште екі реакция пайда болады (дұрысы, бір R реакциясының екі құраушысы):  $V$  әрпімен белгіленетін тік және  $H$  әрпімен белгіленетін көлденең (1.32, б сурет). Топсалы-жылжымайтын тіреуішті 1.32, в суретте көрсетілгендей бейнелеуге болады. Ықтимал жылжу және реакция көзқарасы тұрғысынан мұндай тіреуіш 1.32, а суретте көрсетілген тіреуішке толығымен ұқсас.

Дененің қозғалмастығын қамтамасыз етудің ең қарапайым жолы - оны екі тіреумен негізге бекіту: бірі бір жалпы топсасы бар өзектен тұратын қозғалмалы емес топсалы тіреу, бірі бір тіреуіш өзектен тұратын қозғалмалы топсалы тіреу (1.33 а сурет), яғни жоғарыда көрсетілгендей үш өзектің көмегімен. Бір қозғалмалы емес топсалы және бір қозғалмалы топсалы тіреуге бекітілген призмалық брус, әдетте, қарапайым арқалық деп аталады.

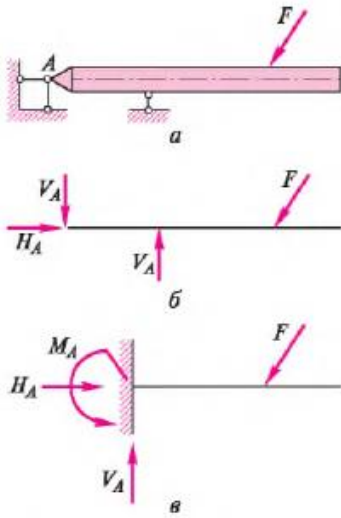
Қарапайым арқалық реакцияларының ықтимал белгілеріне назар аударайық (1.33-сурет). Арқалыққа ерікті күш қолданылғанда  $A$  тіреуінде  $VA$  тік және  $HA$  көлденең құрамдас бөліктер пайда болады. Олар  $HA$  және  $VA$  (3 аксиоманы қараңыз) екі құрамдас бөлікке тең әсерлі болып табылатын  $RA$  (1.33 б сурет) бір реакцияға алмастырылған. Арқалыққа тек тіреу тік күшін қолданғанда тіреу реакциялары да  $VA$  және  $VB$  тік, ал  $HA = 0$  болады.  $VA$  және  $VB$  әдетте сәйкес  $RA$  және  $RB$  алмастырады.

Брус (арқалық) үш өзектің көмегімен ғана негізге бекітілуі мүмкін, 1.33 а суретте көрсетілгендей, яғни өзектер брустің екі шетінде орналасуының қажеті жоқ. Олар брус ұштарының бір-біріне жақын жерде болуы мүмкін (1.34 а сурет). Осындай бекіту, сондай-ақ, брус (дене) қозғалмауын қамтамасыз етеді, ал барлық өзектер жиналған тіреу қатаң деп аталады, ал қалған бекітілмеген брус ұшы бос болады. Қозғалмалы емес топсалы және қозғалмалы топсалы тіреулерді біріктіретін тіреуді

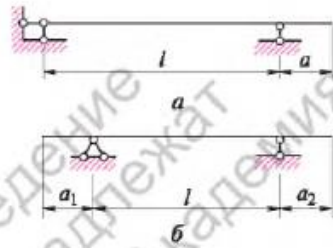


1.33 сурет. Екі тіреудегі қарапайым арқалық:

а — арқалық сызбасы; б — еркін орналасқан күш кезінде арқалықтың тіреуіш реакциялары; в — тік күш қолданылғандағы реакциялары



1.34 сурет. Қатаң бітеу:  
 а — қатаң бітеу сызбасы; б — күштер мен  
 реакциялар сызбасы; в — қатаң бітеуді  
 суреттеу нұсқасы



1.35 сурет. Бір консолды  
 (а) және екі консолды  
 (б) арқалықтар

*қыстырма* (немесе *қатаң бітеу*) деп атайды, себебі ол дененің қозғалмауын, айналмауын қамтамасыз етеді (1.34 б сурет). Бір шетінде қатаң қыстырылған арқалық консоль деп аталады. Оны әдетте 1.34 в суреттегідей көрсетеді. Консолды бітеуде үш реакция орын алады: тік  $V$ , көлденең  $H$  және тіреуіш деп аталатын  $M$ .

Тіреу арқалық ұштарында, сондай-ақ олардан, әдетте, ұзындығы  $l$ -мен ( $l/10$ -дан  $l/5$ -ге дейін) салыстырғанда үлкен емес біршама қашықтықта орналасуы мүмкін. Тіреулердің сыртында орналасқан арқалық бөлімдері консолды деп аталады. Осындай тіреулермен арқалықтар бір немесе екі консолды деп аталады (1.35-сурет).

Мәселен, дененің қозғалмауын қамтамасыз ететін негізге бекітуге болатын өзектердің ең аз саны - үш. Мұндай денелердің (немесе арқалықтардың) тепе-теңдігі осы тарауда талқыланады. Тіреуіш өзектердің саны аз болғанда, дененің қозғалмалы болады және мұндай жағдай статикалық тұрғыда қарастырылмайды. Тіреуіш өзектердің саны үштен асатын болса, мәселені қатты дененің статикалық күйінің тепе-теңдік теңдеулерінің көмегімен шешуге болмайды. Мұндай мәселелер статикалық анықталмаған деп аталады және 2 тарауда қарастырылады.

### 1.1.6. Идеалды және нақты байланыстардың ұқсастықтары мен айырмашылықтары

Жоғарыда айтылғандай, классикалық механика идеалды байланыстармен айналысады, олардың негізгі белгілері абсолюттік беріктік және үйкеліссіздік (осы себепті олар идеалды деп аталады). Нақты материалдар мен нұсқауларда беріктік қасиеті әртүрлі түрде көрінеді; мысалы, болат және ағашты салыстырыңыз. Сонымен қатар, байланыстарда міндетті түрде үйкеліс және оны майлау құралдары мен майлар көмегімен азайтуға, ал кейбір жағдайларда, керісінше, біркелкі емес беттер арқылы көбейтуге болады. Бұл берілген міндетке байланысты болып табылады.

Идеалды және нақты байланыстардың ұқсастықтары мен айырмашылықтарын қарастырайық.

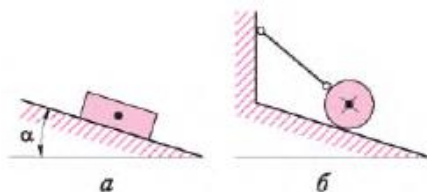
**Идеалды тегіс жазықтық.** Біздің өмірімізде бұл жазықтық мұз айдынының бетіне немесе мұзды төбешік бетіне ұқсас. Технологияда осындай жазықтықтың қарапайым және түсінікті мысалын табу қиынырақ. Атап айтқанда, ол жүк таситын көлбеу жазықтықты алуға болады. Ондағы үйкеліс күші материалдарды іріктеу, беттерін дайындау және т.б. арқылы азайтылады. Идеалды жазықтықтың нақтыдан негізгі айырмашылығы бұл дене идеалды жазықтықта кез келген бұрышта сырғанауы (1.36 а сурет), ал нақтыдан белгілі бір мәнге көтерілгенде ғана сырғанауында. 1.36 б суретте дененің өзара әрекеттесуі және идеалға жақын көлбеу жазықтық көрсетілген.

**Икемді тізбек.** Біздің күнделікті өмірімізден мұндай байланыс - бұл жіп, арқан, сым және техникадан - арқан, тізбек. Кішкентай шатыр кранын қарастырғанда идеалды икемді байланыстың нақты құрылыс арқанымен ұқсастығын көре аламыз (1.37-сурет).

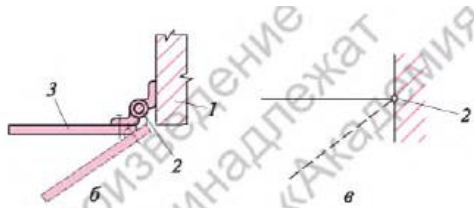
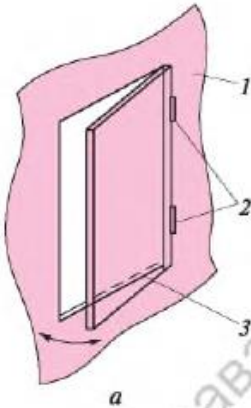
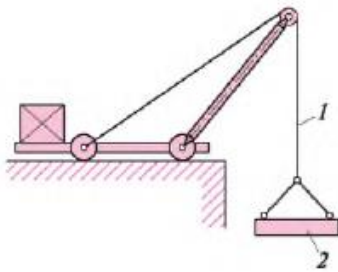
**Топса.** Бұл байланыстың тұрмыстық үлгісі – есік топсасы аталатын есіктің ілгегі (1.38 а, б сурет). Мұндай топса есікке өз осі бойынша айналуға мүмкіндік береді, бірақ ешқандай қозғалысқа жол бермейді. Ол идеалды топсаға жақын (1.38 в сурет) болып табылады.

1.36 сурет. Нақты және идеалды жазықтық:

а —жүк а бұрышының белгілі мәніне дейін нақты жазықтықта ұсталады (идеалдыда кез-келген бұрышта сырғанады); б — нақты дене әрекеттесуі және идеалдыға жақын жазықтық



1.37 сурет. Нақты тізбек 1 — арқан; 2 — жүк



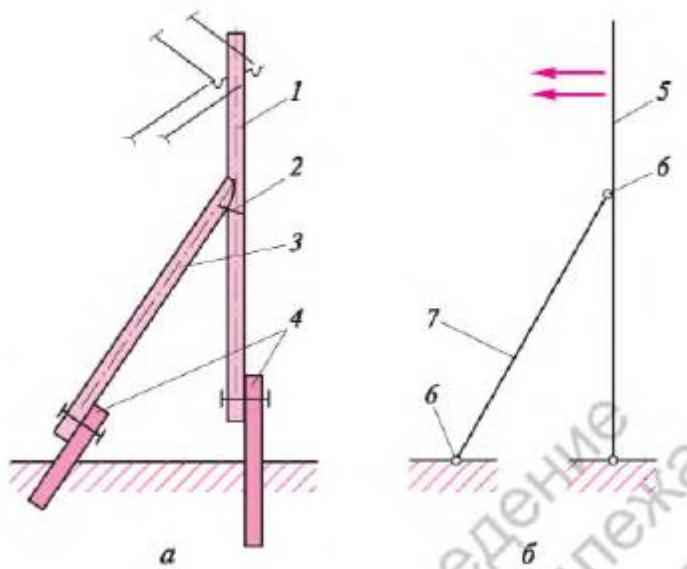
1.38 сурет. Нақты және идеалды топсалар:

а, б — аксонометрияда және үстінен көріністе есік суретінде есік топса; в — топсаның идеалды суреті; 1 — қабырға; 2 — топса; 3 — есік

**Тік сызықты өзек.** Нақты өмірде идеалды өзекке нақты және қарапайым аналогияны табу қиын. Белгілі бір ескертулермен электр қуатын беру тіреуі қолданылуы мүмкін (1.39 а сурет). Нақты құрылыстарда әдетте бағана немесе тіреуді басқа құрылымдарға идеалды бекітілген байланысын қамтамасыз ету қиын. Грунт (әсіресе аз қашықтықта енуде) және 2 болат қапсырма икемді болып табылады, сондықтан оларды идеалды болмаса да, топса ретінде қарастыруға болады. Дегенмен, белгілі бір ескертулермен, нақты бағаналар (немесе тіректер) өзектермен ауыстырылуы мүмкін (1.39 б сурет).

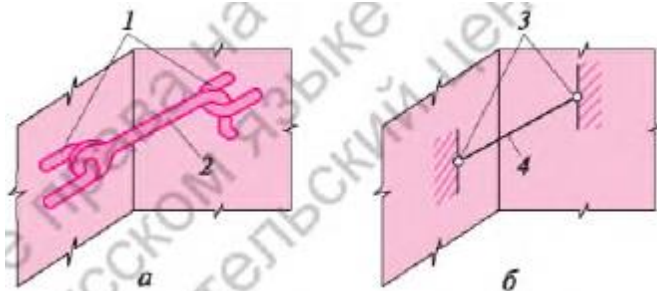
**Тіреуіш өзек.** Белгілі бір шарттылық дәрежедегі осындай өзек жабық күйде есік ілмекке ұқсас (1.40 а сурет), егер ол ілмектерге тығыз байланысы қамтамасыз етілген жағдайда (немесе байланыстардың икемділігін пайдаланғанда, 1.40 б сурет).

**Топсалы қозғалмалы және топсалы қозғалмалы емес тіреулер.** Мұндай тіреулер көптеген әдістермен нақты құрылымдарда жүзеге асырылады.



1.39 сурет. Накты және идеалды өзектер:

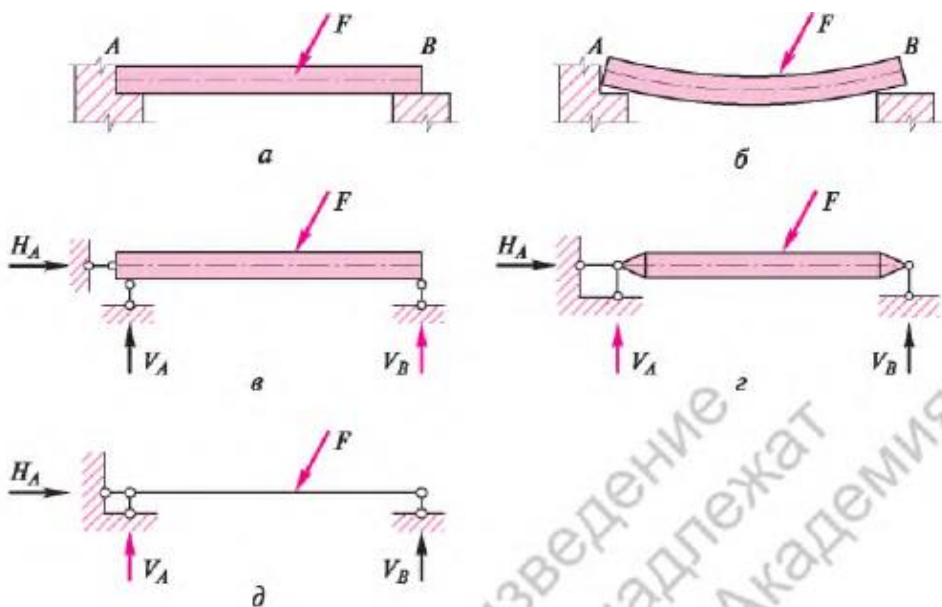
а — тіреуішпен бағана; б — тіреуішпен бағананың идеалды суреті; 1 — бағана; 2 — қапсырма; 3 — тіреуіш; 4 — грунтқа бекітілген тіреуіш бағана; 5 — тік өзек; 6 — топса; 7 — көлденең өзек



1.40 сурет. Накты және идеалды тіреуіш өзектер:

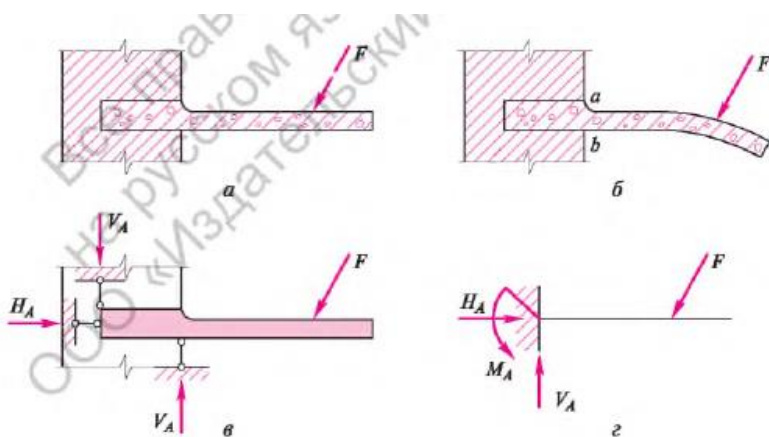
а — қозғалмайтын қабырғаны есікті байланыстыратын есік ілмегі; б — ілмектің идеалды суреті; 1 — қапсырма; 2 — ілмек; 3 — топса; 4 — тіреуіш өзек

Кірпіш қабырғалардағы темір бетонды арқалықты қолдаудың ең қарапайым мысалы қарастырайық (1.41 а сурет). Деформацияланған арқалықтың сызбасынан (1.41 б сурет) арқалық ұштары еркін айналатындығын көруге болады, яғни екі тіреулер топсалы болып табылады. Сол жақ тіреу көлденең және тік қозғалуға кедергі жасайды, сондықтан онда екі реакция ( $H_1$  және  $V_A$ ) болады және ол 1.41 г суретте көрсетілгендей сипатталуы тиіс қозғалмалы емес тіреуге тең (сурет 1.41, с) болып табылады.



1.41 сурет. Қарапайым арқалықтың нақты және идеалды сызбасы:

а — нақты арқалық сызбасы; б — деформацияланған арқалық сызбасы; в — арқалық тіреу реакциялары; г — арқалықпен тіреуіш өзектердің байланысының дұрыс суреті; д — тіреу реакциялармен арқалықтың идеалды суреті



1.42 сурет. Консолдің нақты және идеалды сурет:

а — балкон тақта (арқалық); б — деформацияланған тақта сызбасы (арқалық); в — қатаң тақта реакциялар; г — балкон тақта идеалды суреті

Оң жақ тіреу тек тік қозғалысқа кедергі жасайды және (үйкеліс көп болса) қозғалмалы тіреуге сәйкес келеді. Онда VB бір тік реакциясы пайда болады. Осылайша, арқалық белсенді күштер мен реакциялық тіреудің әсерінен тепе-теңдікке ие. Нақты сызбадан идеалға көшу туралы егжей-тегжейлі және қатаң негіздеумен оның идеалды бейнесі 1.41 д суретінде көрсетілген [2, 4 тарауда].

**Қатаң қозғалыс. Консоль.** Мұндай байланысқа балкон тақта немесе кіру күнқағар толық сәйкес келеді (1.42 а сурет). 1.42, б суретте қабырға шетімен а—b тақта қимасы жүктеуден айналмайтыны көрсетілген, ал 1.42 в тақта VA, Hл және VA үш құрамдас реакция арқылы тепе-теңдікте болатыны көрсетілген. Бұл идеалды қыспаққа сәйкес келеді. Осындай тіреуді Hл, UA және Mл (1.42 г сурет) реакцияларымен жиі бейнелейді.

### 1.1.7. Статикадағы күш жүйелерінің жіктемесі

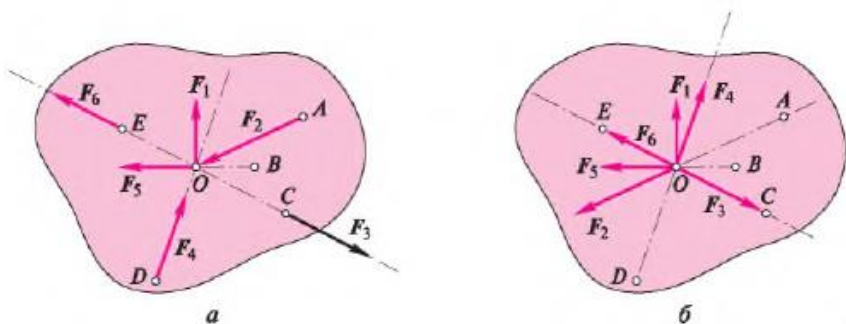
Күштер мен басқа әсерлер, мысалы, моменттік, әдетте, біреуі әрекет етпейді, бірақ жиынтығында белгілі бір жүйені қалыптастырады. Күштер жүйесінің денесіне әсер етуді бағалаудың теориялық тәсілдерінде тоқталмай (мысалы, күштердің әрекет ету тәуелсіздігі қағидаты және басқа да бірқатар әрекеттер), біз күштер жүйесінің денесінде жиі қолданылатын әрекеттерді қарастырамыз.

Күштер жүйесі жіктелетін негізгі ерекшеліктер - бұл жүйелердің кеңістіктегі және бір-біріне қатысты орналасуы. Осы ерекшеліктерге сәйкес келесілерге бөлінеді:

- жазық күш жүйесі, яғни олар жинақты күштер жүйесіне бөлінетін бір жазықтықта орналасқан, яғни бір нүктеде қиылысатын және еркін орналасқан күштер жүйесі;
- кеңістіктік күш жүйелер, яғни жинақты күш және еркін орналасқан күш жүйесіне жіктелетін бір жазықтықта орналаспаған.

Жүйенің әрқайсысын толық сипаттайық.

**Жазық күш жүйесі.** Жинақты күш жүйесі. Атауына сай мұндай жүйенің күштері бір жазықтықта болады, олардың барлығы (немесе олардың әрекет сызығы) бір нүктеде қиылысады (1.43-сурет). Егер күштердің кем дегенде біреуі қаралған жазықтықтағы қалған күштердің қиылысу нүктесінен өтпесе, онда бұл жүйе жинақты күштер жүйесі емес, басқа жүйеге жатады. Жинақты күштер жүйесінің ерекшелігі - онда моменттік және бөлгіш жүктеудің болмауында.



1.43 сурет. Жазық күш жүйесі:  
 а — бір нүктеде жинақталатын; б — бір нүктеде қиылысатын

Бұл күш қозғалысының ең қарапайым және кең таралған жағдайы.

**Еркін орналасқан күш жүйесі.** Берілген жүйеде жинақты күштер жүйесіндегідей, күштер бір жазықтықта болады (орналасады). Олардың арасында бір немесе түрлі нүктелерде қиылысатын күштердің жеке топтары болуы мүмкін, ал кейбіреулері мүлде қиылыспауы мүмкін (1.59 а сурет). Мұндай жүйеде күш сияқты бірнеше бола алатын таратылатын, моменттік жүктеулер болуы мүмкін. Бұл тәжірибелік міндеттерде денеге күштердің (жүктеменің) қолданылуының өте таралған түрі.

**Кеңістіктік күш жүйесі.** Жоғарыда айтылғандай, бұл жүйелер сондай-ақ кеңістікте жинақталатын күштер жүйесіне, яғни бір жазықтықта жатпайды, бірақ бір нүктеде қиылысады (бұдан әрі - 1.125 суретті қараңыз), сондай-ақ кеңістікте еркін орналасқан күш жүйесіне, яғни бір жазықтықта жатпайды және бір нүктеде қиылыспайтын (бұдан әрі - 1.126 суретті қараңыз) бөлінеді. Бұл жүйелер құрылыс тәжірибесінде жиі кездеседі, есептеулерге күрделі болып табылады, сондықтан қысқаша сипатталады.

Әрбір жүйеде күштер саны бір-біріне қатысты орналасуы және басқалары бойынша нақты жағдайлар орын алуы мүмкін. Мысалы, симметриялық жүйе, барлық күштердің шамасы тең немесе барлығы бір бағытта немесе барлығы параллельді және т.б. бағытталған жүйелер. Статиканың негізгі міндеті - күштер қозғалысынан денеде (құрылымда) реакциялар мен күштерді табуға мүмкіндік беретін әрбір жүйе үшін дене тепе-теңдік теңдеулерін жасау. Егер күш белгілі болса, жүктемені анықтау сияқты кері міндетте шешілуі мүмкін.



## БАҚЫЛАУ СУРАҚТАРЫ

---

1. Нақты денелердің механикада қабылданған дененің идеалды моделінен айырмашылығы неде?
2. Абсолютті қатты дененің басты ерекшелігін атаңыз.
3. Қатты дене моделі қандай мақсатпен енгізіледі? Оның қандай қасиеттері бар?
4. Механикада пішіндеріне байланысты денелер қалай жіктеледі?
5. Статикада күшке анықтама беріңіз.
6. Күш түсінігі қандай қасиеттермен сипатталады?
7. Күш графикалық түрде қалай бейнеленеді және мәтінде қалай белгіленеді?
8. Күштің оське проекциясы дегеніміз не және ол қалай анықталады?
9. Егер екі дене механикалық түрде бір-біріне әрекет етсе, не болады?
10. Қандай жағдайда дене екі күш әсерінен тепе-теңдікте болады?
11. Статикада күшті оның қозғалыс сызығы бойымен тасымалдауға болады ма?
12. Статикада екі күштің бірігуі нені білдіреді?
13. Қандай жағдайда күш дененің айналмалы қозғалыс тудыруы мүмкін?
14. Денеге әсер ететін күштің айналмалы әсері дегеніміз не? Ол неліктен туады?
15. Дененің қандай да бір нүктесіне қатысты күш сәтін анықтау үшін формуланы жазыңыз. Оның белгісі қалай анықталады?
16. Күш жұбының анықтамасын беріңіз.
17. Денеге күш пен күш жұбы арқылы әсер ететін айналмалы қозғалыстың ұқсастығы және айырмашылығы қандай?
18. Механикада берілген еркін және еркін емес дененің анықтамасын беріңіз.
19. Механикада байланыс дегеніміз не?
20. Қандай байланыс идеалды деп аталады?
21. Белсенді күштің реакциядан айырмашылығы неде?
22. Идеалды байланысқа мысал келтіріңіз және оны сипаттаңыз.
23. Тіреуіш өзектер санына және өзара орналасуына байланысты дене тіреулері (брус) қалай аталады? Олар қалай белгіленеді?
24. Механикада қабылданған байланыстар мен тәжірибеде көп кездесетін нақты байланыстардың ұқсастығы мен айырмашылығы неде?
25. Қарапайым арқалықтың идеалды топсалы қозғалмалы және топсалы қозғалмалы емес тіреулерді жүзеге асыру жолдарын атаңыз.
26. (Консольді) Қатты өңдеуге қандай нақты конструкциялар келеді?

27. Механикада қабылданған күш жүйелерінің жіктемесін атаңыз: а) бір-біріне қатысты орналасуы бойынша; б) олардың саны бойынша.
28. Жазық және кеңістіктік күш жүйелерінің айырмашылығы неде?
29. Күштерде қандай қозғалыстарды орындауға болады?
30. Қандай әдістермен күштерде қозғалыстарды орындауға болады?

## 1.2. ЖИНАҚАЛАТЫН КҮШТЕРДІҢ ЖАЗЫҚ ЖҮЙЕСІ

Күштер жүйесі – ол, әрекет сызықтары бір жазықтықта орналасқан және бір нүктесінде қиылысатын, жинақталатын күштердің жазықтық жүйесі (сур. 1.43, а). Күшті, оның сызықтарының әрекеті бойынша ауыстыру ережесін қолданып, біз барлық күштерді олардың бастапқы нүктелері О нүктесінде орналасқан етіп ауыстырамыз (1.43- б суретті қараңыз). Нәтижесінде, әртүрлі емес бір нүктеге ғана қатысты күштердің тағы бір жүйесі пайда болады. Бір нүктеге қатысты күштердің жаңа жүйесі денеге әсер ету тұрғысынан жинақталатын күштер жүйесіне эквивалентті немесе балама деп есептелінеді. Ең жалпы жағдайда, мұндай күштер жүйесінде олардың саны шектелмейді, күштер олардың әрекетінің шамасы мен бағыты бойынша әртүрлі болуы мүмкін.

Жинақталатын күштердің жазық жүйесінің жеке жағдайы келесі:

- екі күш жүйесі;
- үш күш жүйесі;
- төрт және одан да көп күштер жүйесі.

Статикада осы келтірілген кез келген жағдайлар үшін келесі есептеулер шешілу мүмкін:

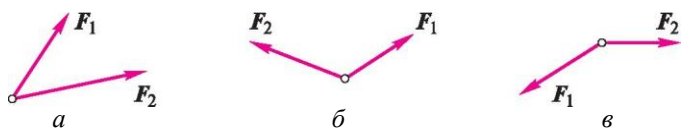
- күштерді қосу немесе азайту;
- күштердің тепе-теңдік жағдайларын табу.

Осы тарауда тепе-теңдік жағдайына көп көңіл бөлінеді. Күштерді қосу сұрақтары олардың теңгеріміне байланысты қарастырылады. Бұл міндеттерді екі жолмен шешуге болады:

- 1) графикалық, мұнда векторларға графикалық әрекеттерді пайдаланылуы қарастырылады;
- 2) аналитикалық, мұнда проекциялар тәсілін қолданылуы қарастырылады.

### 1.2.1. Жинақталатын екі күш жүйесі

Бұл екі күштер жүйесінің әрекеті кезінде дененің тепе-теңдігі тұрғысынан үлкен практикалық қызығушылығы жоқ, қарапайым жағдай. Мұндай жүйе үшін жалпы және жеке жағдайларды қарастыруға болады.



Сур. 1.44. Денеге әрекет етуші екі күш жүйесінің жалпы жағдайына қатысты мысалдар (дененің өзі көрсетілмеген):

*a* — күштер өткір бұрышпен қиылысады; *б, в* — күштер үлкен бұрышпен қиылысады

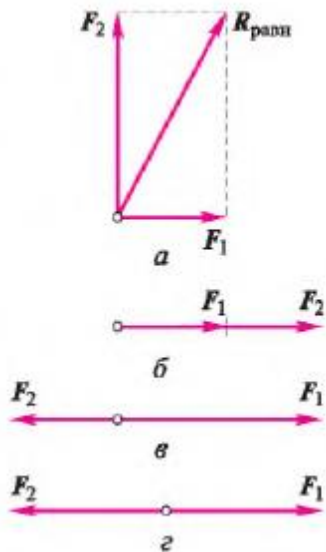
Күштер бір-біріне ерікті бұрыш астында әрекет етуі жалпы жағдай деп есептелінеді (сур.1.44). Жеке жағдайлар: күштер тік бұрышпен бағытталған (сур. 1.45, а), күштер бір сызық бойымен бір жаққа (сур. 1.45, б) немесе әртүрлі жаққа (сур. 1.45, в) бағытталған.

Жалпы жағдайда күштерді қосу параллелограмм әдісімен орындалады (сур. 1.46, а), бірақ жиі күштік үшбұрыш әдісі қолданылады. Екінші әдісте параллелограмм құрылмайды.

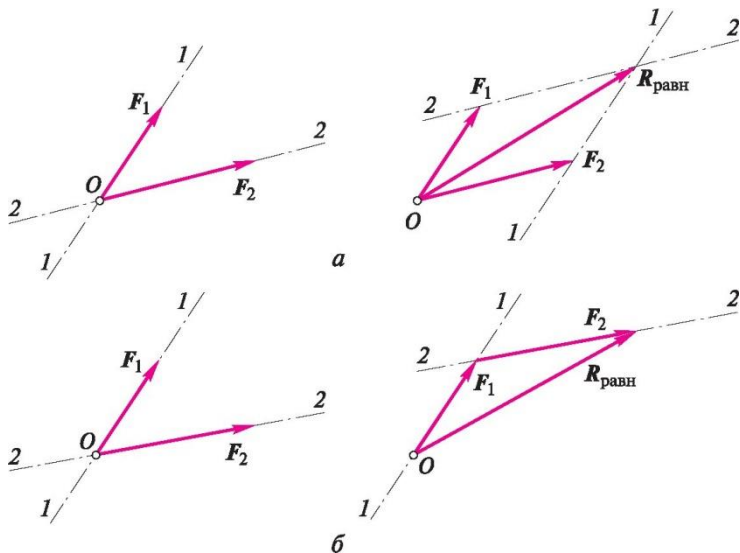
Күштерді қосу -  $L_{\text{равн}}$  тең әрекет етушіні табу. Ол екі күш жүйесі үшін шамасы бойынша параллелограммның диагоналына немесе үшбұрыштың тұйықтайтын үшінші жағына тең, ал оның бағытының соңы екінші күштің соңына (көрсеткі көрсеткіге) сәйкес келеді.

Сонымен қатар,  $L_{\text{равн}}$  үшінші күш ретінде саналмайды (суреттерде солай болып көрінсе де), тек берілген екі күшке эквивалентті болады.

Жеке жағдайларда екі күшті қосу өте қарапайым болғандықтан оны түсіндіру қажет емес. Екі күштің әрекетінен дене тепе-теңдікке ие болуының жалғыз жолы, ол егер күштер шамасы бойынша тең және бір тік бойымен кері жақтарға бағытталған болған жағдай (сур. 1.45, в). Кейде осындай сұлба бойынша белсенді және реактивті күштер бір-бірін теңестіреді.



Сур. 1.45. Екі күш жүйесінің әрекетінің жеке жағдайлары: а — күштер тік бұрышпен бағытталған; б — күштер бір сызық бойымен бір жаққа бағытталған; в — күштер бір сызық бойымен әртүрлі жаққа бағытталған; г — модульдер тең болған жағдайда ( $F_1 = F_2$ ).



Сур. 1.46. Екі күшті қосу:  
*a* — параллелограмм әдісімен; *б* — күштік үшбұрыш әдісімен

### 1.2.2. Жинақталатын үш күш жүйесі

Үш күш жүйесі, дене олардың әрекеті кезінде тепе-теңдікке ие болғанда — ол практикалық есептерде кездесетін ең кең таралған жағдай. Үш күш жүйесінің жалпы және жеке жағдайларын қарастырайық.

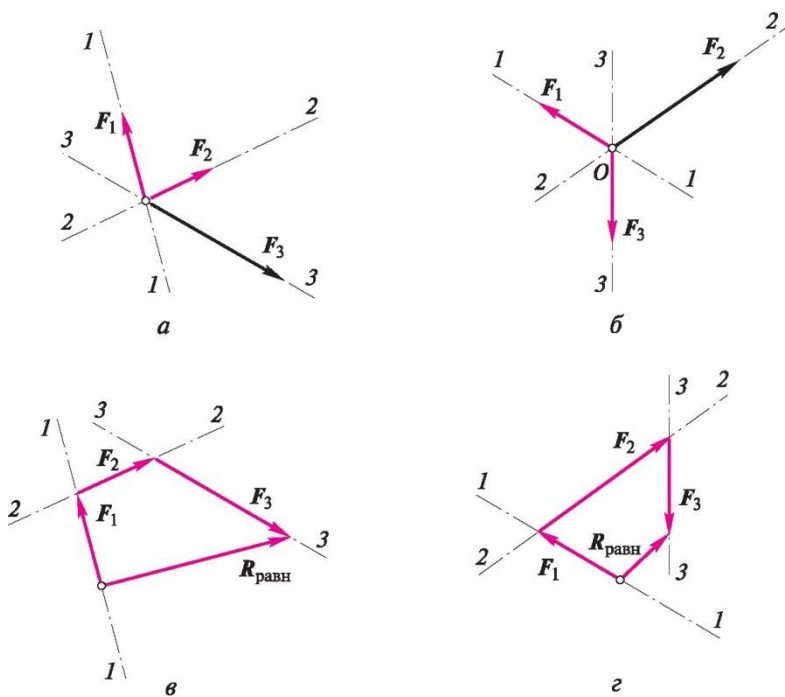
**Жалпы жағдай.** Бұл кезде шамалары бойынша әртүрлі үш күш бір-біріне қатысты әр түрлі бұрыштар бойынша бір нүктеде қиылысады (өздері немесе олардың әрекет сызықтары) (сур. 1.47, *a, б*).

Үш күшті қосу есептерді шешу үшін, яғни, олардың тең әрекеттесушісін табу үшін, барлық күштердің шамалары мен бағыттары белгілі болу қажет. Мақсатты күштік көпбұрыш әдісімен шекені жөн, біздің жағдайда – төртбұрышпен (сур. 1.47, *в, г*). Суреттерден көрінетіні, тең әрекеттесушісінің шамасы (модулі) қосылатын күштердің шамаларының (модульдердің) суммасына тең емес. Одан ары, тең әрекеттесушісі шамасы бойынша қосылатын кезкелген күштен аз болуы мүмкін (сур. 1.47, *г*).

Үш күштің тепе-теңдігі туралы есеп үш күштің тең әрекеттесушісін табу туралы есебінен ерекшеленеді. Жоғарыда айтылғандай, үш күштің  $R_{\text{равн}}$  тең әрекеттесушісі күштік төртбұрыштың төртінші жағы болып есептеледі (сур. 1.47).

Теңестірілмеген  $L_{\text{равн}}$  тең әрекеттесушісі денесі кейбір қозғалысқа келтіреді, бірақ бұл статика міндетіне кірмейді. Үш күш жүйесі тепе-теңдікке ие болу үшін  $L_{\text{равн}}$  нөлге тең болу керек. Осыған орай, тепе-теңдікте болған үш күшті қосу, қосудың ерекше жағдайы болып табылады, өйткені олардың тең әрекеттесушісі нөлге тең, яғни, графикалық сүйемелдеуде ол нүкте болады немесе сызбада мүлдем орын таппайды. Басқа сөзбен айтқанда, күштік төртбұрыш күштік үшбұрышқа ауысады, ал барлық үш күштің көрсеткілері бір жаққа бағытталады.

Үш күш (тек үш емес) жүйесі тепе-теңдікте болу үшін күштерді және олардың бағыттарын ерікті түрде тағайындауға болмайды. Мысалы, екі күшті ерікті түрде таңдап алып, үшінші күштің шамасы мен бағытын күштік үшбұрышты құру арқылы табу керек. Осыдан, үшінші күш шамасы бойынша  $L_{\text{равн}}$  тең болады, бірақ кері бағытталады.



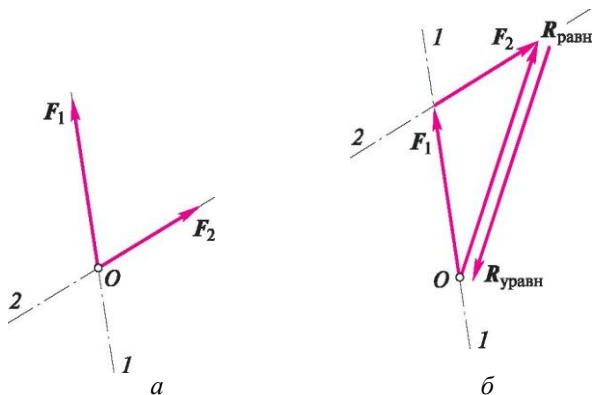
Сур. 1.47. Үш күшті қосу:

$a$ ,  $б$  — үш күш жүйесінің есептері;  $в$ ,  $г$  — осы жүйелердегі күштерді күштік көпбұрыш әдісімен қосу.

Осы күшті теңестіруші  $L_{уравн}$  деп аталады.

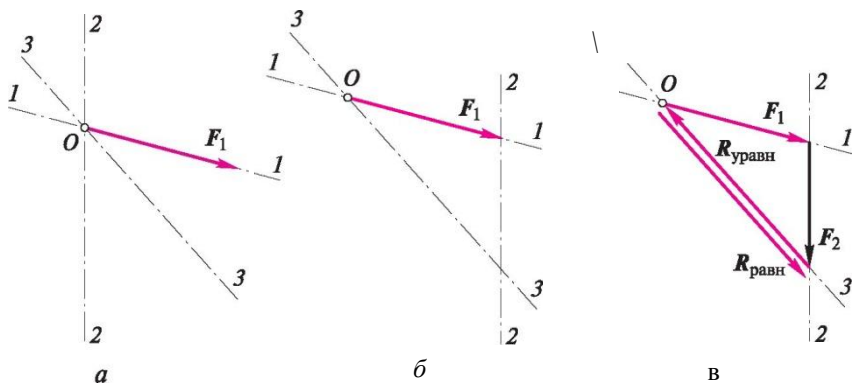
Үш күш жүйесінің (немесе олардың әрекетіндегі дененің) тепе-теңдігі туралы мақсаттарды шешу кезінде екі жағдайды ерекшелендіруге болады:

- екі күштің шамалары мен бағыттары берілген (сур. 1.48, а);
- бір күштің шамалары мен бағыттары берілген, ал басқа екі күш үшін олардың әрекет сызықтары белгілі (сур. 1.49, а).



Сур. 1.48. Екі берілген күш кезінде теңестірушіні табу:

а — берілген жүйе; б — күштік үшбұрышты құру және теңестіруші күшті анықтау



Сур. 1.49. Бір күш пен басқа екеуінің бағыттары берілген кезінде теңестіруші күшті табу:

а — берілген жүйе; б — күштік үшбұрышты құру; в — теңестіруші күшті табу

Осындай мақсаттарды графикалық және аналитикалық әдістермен шешу ретін қарастырайық.

**Үш күштің тепе-теңдігі туралы есептерді графикалық әдіспен шешуінің жалпы реті.** Күштердің масштабын орнықтырады. Әдетте, 1 см - 1 кН, немесе 1 см – 10 кН деп қабылдайды; басқа да масштаб болуы мүмкін. Оны таңдағанда сызба бір табақта немесе табақ бөлігінде орналасуы керек және де жақсы оқылу керек. Мұндайға бірнеше әрекеттен кейін жетуге болады. Қабылданған масштаб бойынша табақтың ерікті нүктесінен берілген екі күшті немесе берілген күшпен басқа екеуінің бағыттарын орнықтырады.

Күштік үшбұрышты құрады. Егер екі күш берілген болса (олардың шамалары мен әрекет бағыттары) үшіншіні – теңестірушіні – екінші күштің векторының соңын бірінші күштің векторының басын қосып табуға болады (сур. 1.48, б). Бірінші күштің векторының басына теңестіруші күштің векторының көрсеткісі бағытталады. Егер бір күш және бірінші күшті теңестіретін екінші күшпен үшінші күштің бағыттары берілген болса, онда бірінші күштің векторының басы мен соңынан берілген бағыттарына параллелді екі сызықты жүргізеді. Олар бір нүктеде қиылысады және нәтижеде үшбұрыш пайда болады (сур. 1.49 б, в). Көбінесе, бұл қадам есептерді шешуде қиындық тудырады, бірақ тәжірибе алғаннан кейін үшбұрышты құру оңайға түседі. Күш масштабы бойынша әрбір алынған бөлікті өлшеп күш шамаларын табады. Алынған бөліктерде көрсеткілерді үшбұрыш бойымен бір бағытта, немесе үшінші күштің векторының соңы бірінші күш векторының басына келетіндей орнатады.

**Үш күштің тепе-теңдігі туралы есептерді аналитикалық әдіспен шешуінің жалпы реті.** Аналитикалық әдістің мәні: тепе-теңдікте болған барлық күштердің  $Ox$  және  $Oy$  координаттар осьтерінің екеуіндегі проекцияларының суммасы нөлге тең болу керек:

(1.1)

$$\sum_1^n F_x = 0; \quad \sum_1^n F_y = 0,$$

мұнда  $n$ — күштер саны.

Кейде қарапайым формула қолданылады. Келешекте соны қолданамыз:

$$\Sigma X = 0; \quad \Sigma Y = 0, \quad (1.2)$$

мұнда  $\Sigma X$  —  $x$  осіне проекциялардың алгебралық суммасы;  $\Sigma Y$  —  $y$  осіне проекциялардың алгебралық суммасы.

Теңдеуді оңайлатып, былай да жазуға болады:

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 0;$$

$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 0, \quad (1.3)$$

мұнда  $x$  осіне —  $F_b$ ,  $F$ ,  $F_3$  күштер проекциялары  $F_{ix}$ ,  $F_{jx}$ ,  $F_{3x}$ ;  $y$  осіне сол күштердің проекциялары  $F_{iy}$ ,  $F_{2y}$ ,  $F_{3y}$ .

Есте болатыны, осьтегі күштің проекция шамасы осы күштің модулінің күштің бағытымен ось арасындағы өткір бұрышының косинусына көбейтіндісімен анықталады. Егер күшпен ось бір жаққа бағытталса «плюс», ал егер теріс бағытталса «минус» деген белгі қойылады.

Есептерді аналитикалық әдіспен шешу үшін күштермен координаттық осьтердің арасындағы бұрыштар белгілі болу қажет.

**Жеке жағдайлары. Үш күш жүйесіндегі** бірнеше ерекшеліктерін бөлуге болады. Оларды жеке жағдайларға жатқызу мүмкін. Мысалға, жүйеде симметрия осі бар немесе олар бір тік бойымен бағытталған.

**Есеп 1.5.**  $F_2$  және  $F_3$  теңестіруші күштердің шамалары мен әрекет бағыттарын графикалық және аналитикалық әдістермен табу.  $F_1$  - 20 кН күшінің шамасы және  $F_2$  мен  $F_3$  күштердің әрекет бағыттары берілген (сур. 1.50).

**Графикалық түрде шығару.**

Күштер масштабы: 1 см - 10 кН. Масштаб бойынша еріктік  $c$  нүктеден  $F_1$  белгілі күшті жүргіземіз, оның векторының ұзындығы  $cb$  бөлігінің ұзындығына тең - 2 см (сур. 1.50, б).

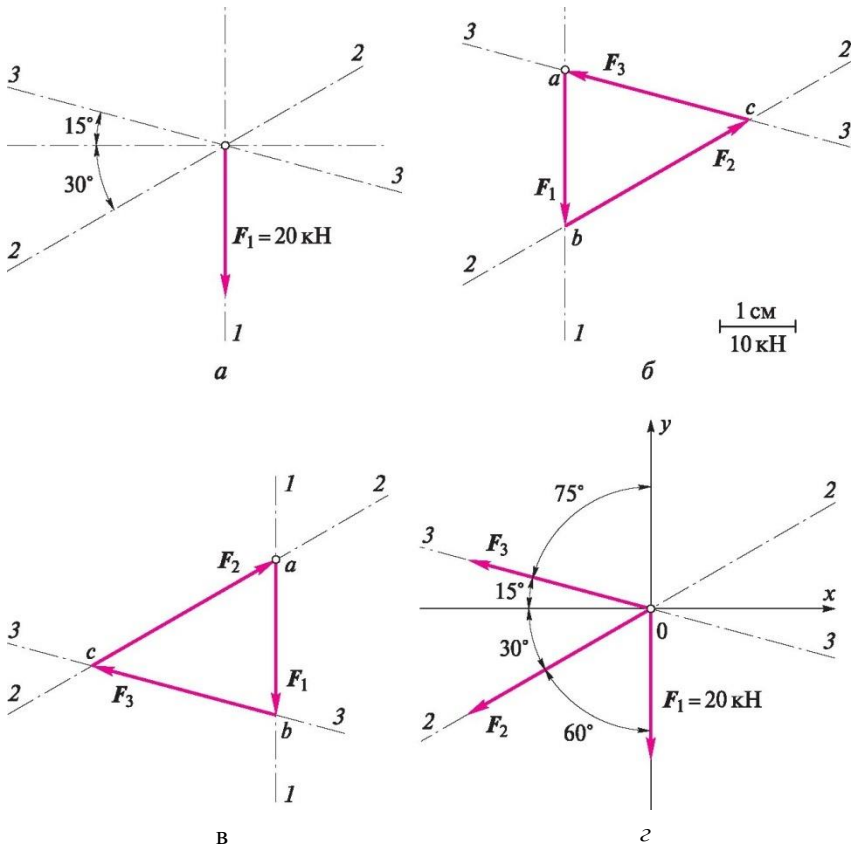
$F_1$  күш векторының басы мен соңы арқылы, яғни,  $c$  және  $b$  нүктелер арқылы  $c$  нүктесінде қиылысатындай қылып  $F_2$  және  $F_3$  күштердің әрекет сызықтарына параллелді сызықтарды жүргіземіз. Осы кезде  $F_2$  және  $F_3$  күштер  $F_1$  күштің оң жағында (сур. 1.50, б) немесе сол жағында (сур. 1.50, в) болуы мүмкін. Бұл құру қатесі деп есептелінбейді, өйткені екі алынған күштік үшбұрыш параллелограммның екі бөлігі болады. Дегенмен, үшбұрышты өткен кезде күштердің саны өсіп келе жатқан ретте болғаны дұрысырақ, яғни,  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  (сур. 1.50, б) вариант  $F_1$ ,  $F_3$ ,  $F_2$  (сур. 1.50, в) вариантынан оңтайлылау болады.  $F_2$  және  $F_3$  күштер  $F_1$  күшті теңестіретін болады.

$Bc$  және  $cc$  бөліктерді өлшеп аламыз:  $Bc$  - 2,8 см,  $cc$  - 2,5 см. 1 см 10 кН сәйкес келетіндіктен,  $F_2$  - 28 кН,  $F_3$  - 25 кН.

$Bc$  және  $cc$  бөліктерінде көрсеткілерді орнатамыз. Үшбұрышты өткен кезде тепе-теңдік шарты бойынша барлық көрсеткілер бір жаққа бағытталу керек.  $F_1$  күштің бағыты берілгендіктен (төмен), қалған күштер сур. 1.50, б, в көрсетілгендей бағытталу керек; сол кезде  $F_3$  күштің векторының соңы  $F_1$  күштің векторының басына сәйкес келеді.

**Жаян:**  $F_2$  - 28 кН,  $F_3$  - 25 кН; осы күштердің бағыттары күштік үшбұрышта көрсетілген.





Сур. 1.50. 1.5 есеп үшін:

$a$  — күштер әрекетінің берілген сұлбасы;  $b, в$  — күштік үшбұрышты тұрғызу варианттары;  $г$  — аналитикалық шешімге арналған күштер сұлбасы

### Аналитикалық әдіспен шешу.

$Ox$  және  $Oy$  осьтерін біріншісін горизонтальды, ал екеншісін тік жүргіземіз. Координаттар басынан күштерді берілген сызықтар 3 - 3 және 2 - 2 бойымен бағыттаймыз. Бағытты ерікті түрде таңдаймыз (мысалы, солға — сур. 1.50, г). Барлық күштермен координаталар осьтерінің арасындағы бұрыштарды орнатамыз.

(1.2) түрде теңдеуді шығарамыз. Біздің жағдайда ол келесі түрде болады:

$$-F_2 \cos 30^\circ - F_3 \cos 15^\circ = 0;$$

$$-F_1 - F_2 \cos 60^\circ + F_3 \cos 75^\circ = 0.$$

Бірінші теңдеуден  $F_2$  үшін:

$$F_2 = -F_3 \frac{\cos 15^\circ}{\cos 30^\circ}.$$

$F_2$  екінші теңдеуге қойып:

$$-F_1 + F_3 \frac{\cos 15^\circ}{\cos 30^\circ} \cos 60^\circ + F_3 \cos 75^\circ = 0.$$

Осыдан

$$F_3 = \frac{F_1}{\frac{\cos 15^\circ}{\cos 30^\circ} \cos 60^\circ + \cos 75^\circ} = \frac{20}{\frac{0,966}{0,866} 0,5 + 0,259} = 24,48 \text{ кН}.$$

$F_3$  анықтап,  $F_2$  табамыз:

$$F_2 = -F_3 \frac{\cos 15^\circ}{\cos 30^\circ} = -24,48 \frac{0,966}{0,866} = -27,31 \text{ кН}.$$

*Жауап:*  $F_2 = 27,31$  кН, осы күш сур. 1.50, г көрсетілген бағытқа кері бағытталған, оған сандық мағынаның алдында тұрған «минус» белгісі дәлел болады;  $F_3 = 24,48$  кН, бұл күш сур. 1.50, г көрсетілгендей бағытталған, өйткені сандық мағынасы «плюс» белгісімен алынды.

Екі әдіспен алынған нәтижелерді салыстырамыз. Аналитикалық әдіс дәлділеу болады, өйткені ол не масштабпен, не параллелді сызықтарды құру дәлділігімен, не өлшеу құралдарымен байланысты емес.

### 1.2.3. Жинақталатын төрт және одан астам күш жүйесі

Бір нүктеде қиылысатын күш жүйесінде күштердің саны үштен астам болуы мүмкін. Практикалық мақсаттарда олардың саны төрттен не бестен аспайды. Бұрын қарастырылған жағдайларға қарағанда бұл жүйе жалпылау жайдайларға жатады. Нақты жалпы жайдайда күштер саны  $n$  – ге тең деп алынады. Шешім әдістерінің тұрғысынан алғанда, мұндай жүйелерге қатысты есептер екі немесе үш күшті жүйелеріне қатысты есептерден айырмашылығы жоқ. Төрт немесе одан да көп жинақталатын күштердің тепе-теңдігі туралы мәселелерді шешу кезінде бір шартты орындау қажет: белгісіз күштер (күш) екіден аспауы керек және олардың әрекеттерінің бағыттары белгілі болуы керек. Қалған күштер шамасы мен бағыты бойынша белгілі болуы керек.

**Есеп 1.6. Белгілі**  $F_1$ ,  $F_2$  және  $F_3$  күштерді теңестіретін  $F_4$  және  $F_5$  күштердің шамалары мен әрекет бағыттарын анықтаңыз (сур. 1.51, а), егер  $F_1 = 40$  кН,  $F_2 = 30$  кН,  $F_3 = 20$  кН.

Аналитикалық әдіспен шешу (сур. 1.51, б).

Координаттар осьтерін бұрыңғыдай орналастырып жүргіземіз.

(1.2) түрде теңдеулерді құраймыз:

$$\begin{aligned} F_2 \cos 30^\circ - F_3 \cos 15^\circ + F_4 \cos 60^\circ + F_5 \cos 45^\circ &= 0; \\ -F_1 + F_2 \cos 60^\circ + F_3 \cos 75^\circ + F_4 \cos 30^\circ - F_5 \cos 45^\circ &= 0. \end{aligned}$$

Есептерді жалпы күйде шешкені дұрыс, бірақ бұл жағдайда белгісіз  $F_4$  және  $F_5$  кезінде бос мүшелермен коэффициенттерді бөліп алу оңайлау:

$$\begin{aligned} 30 \cdot 0,866 - 20 \cdot 0,966 + F_4 \cdot 0,5 + F_5 \cdot 0,707 &= 0; \\ -40 + 30 \cdot 0,5 + 20 \cdot 0,259 + F_4 \cdot 0,866 - F_5 \cdot 0,707 &= 0,4. \end{aligned}$$

Осыдан

$$\begin{aligned} 0,5F_4 + 0,707F_5 &= -6,66; \\ 0,866F_4 - 0,707F_5 &= 19,82. \end{aligned}$$

Мұндай жүйені қосу әдісімен шешкені дұрыстау болады. Бірінші теңдеудің сол жағын екінші теңдеудің сол жағымен, ал оң жағын оң бөлігімен қосып алатынымыз келесі:  $1,366F_4 = 13,16$  кН. Осыдан  $F_4 = 13,16 : 1,366 = 9,63$  кН. Бірінші теңдеуден  $F_5$  алып тастаймыз:

$$F_5 = \frac{-6,66 - 0,5F_4}{0,707} = \frac{-6,66 - 0,5 \cdot 9,63}{0,707} = -16,23 \text{ кН.}$$

*Жауап:*  $F_4 = 9,63$  кН,  $F_5 = -16,23$  кН,  $F_5$  күші сур. 1.51, б көрсетілген бағытқа кері бағытталған.

**Графикалық әдіспен шешу** (сур. 1.51, в).

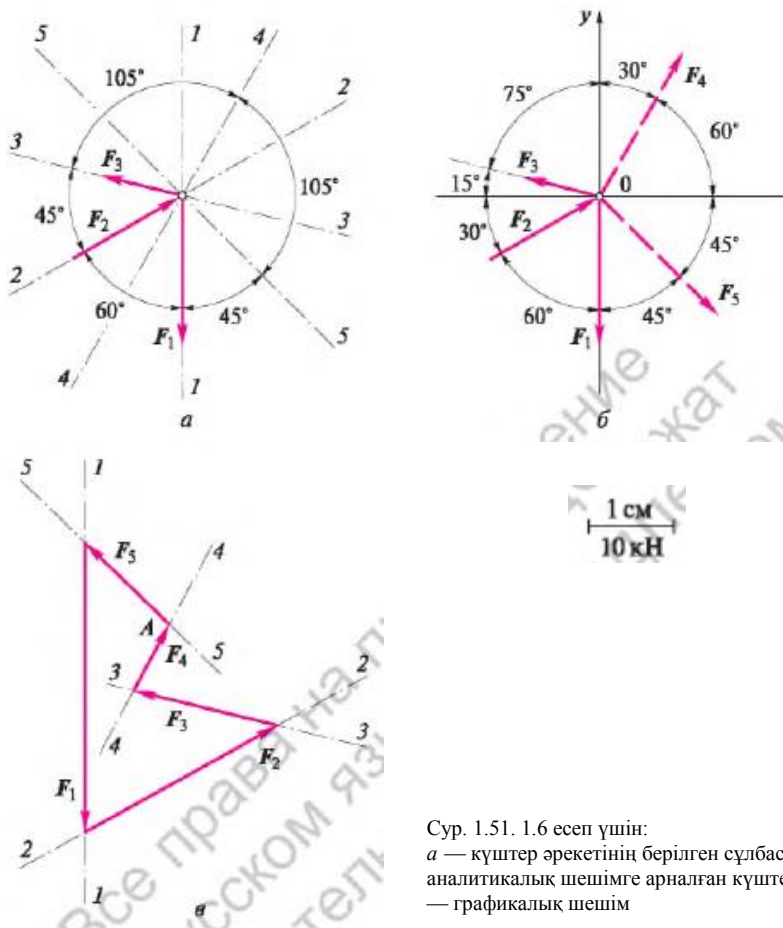
Масштабты 1.5 есепте келтірілгендей қалдырамыз: 1 см — 10 кН.

$F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  күштерді белгіленген бағыттарды сақтай отырып масштаб бойынша жүргіземіз.

$F_1$  күшінің векторының басы мен  $F_3$  күшінің векторының соңынан  $F_4$  және  $F_5$  күштерінің әрекет сызықтарына А нүктесінде қиылысқанша параллелді сызықтарды жүргіземіз. Алынған бөліктерді сантиметрде өлшеп масштабты ескере отырып килоньютондарда  $F_4$  және  $F_5$  күш шамаларын табамыз:  $F_4 = 10$  кН,  $F_5 = 16$  кН.

$F_4$  және  $F_5$  күштердің векторларындағы көрсеткілерді көпбұрышты өткен кезде бір бағытты қылып орнатамыз. Көрсеткілерді орнатқаннан кейін  $F_5$  күші сур. 1.51, б көрсетілген бағытқа кері бағытталғаны көрініп тұр.

*Жауабы:*  $F_4 = 10$  кН,  $F_5 = 16$  кН.



Сур. 1.51. 1.6 есеп үшін:  
*a* — күштер әрекетінің берілген сұлбасы; *b* —  
аналитикалық шешімге арналған күштер сұлбасы; *в*  
— графикалық шешім

Жауаптарды салыстыру арқылы аналитикалық әдіс дәлділеу болғаны көрсетілді.

Егер есепте белгісіздер екіден көп болса, онда ол статиканың тепе-теңдік теңдеулер көмегімен шешілмейді, өйткені бұндай теңдеулер тек екеу ғана ( $\Sigma X = 0$ ;  $\Sigma Y = 0$ ). Егер белгісіздер үшеу болса есеп бір рет статикалық анықталмаған деп есептелінеді. Мұндай жүйеде бір байланыс, яғни, жүйенің өзгертілмеуін қамтамасыз ететін екеуінен артық болғаны. Егер артық байланыстар екеу болса, онда есеп екі рет статикалық анықталмаған деп аталады және т.с.с. Мұндай есептер қатты денелер статикасының теңдеулері көмегімен шешімін таппайды және де 2-ші тарауда қарастырылады.

## БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ

---

1. Үш күштің тең әрекеттесушісін қалай табуға болады?
2. Егер күштердің тең әрекеттесушісі нөлге тең болса күштердің әрекеті туралы не деуге болады?
3. Үш күштің тепе-теңдігі жайлы есептердің графикалық әдісімен шешімінің жалпы ретін баяндаңыз.
4. Тура сол есептердің аналитикалық әдісімен шешімдерінің жалпы реті қандай?
5. Қарастырылған әдістердің қайсысы дәлділеу болады?
6. Үш күш әрекетінің жеке жағдайларының мысалдарын келтіріңіз.

### 1.3.

### 1.3. ЖИНАҚТАЛАТЫН КҮШ ЖҮЙЕЛЕРІНІҢ ТЕПЕ-ТЕНДІК ТЕНДЕУЛЕРІ ҚОЛДАНЫЛАТЫН ПРАКТИКАЛЫҚ ЕСЕПТЕР

---

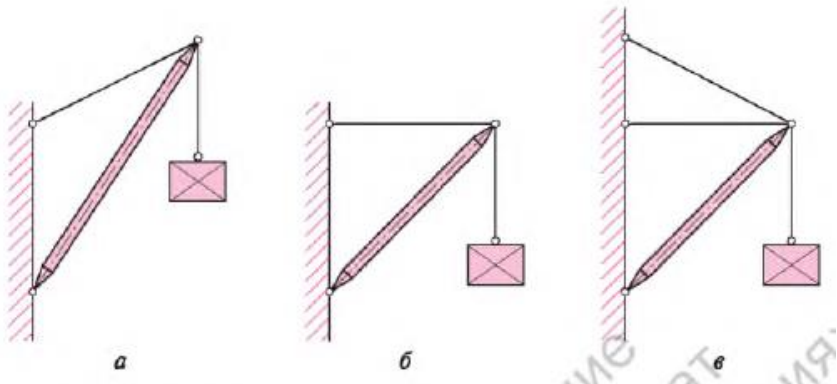
Құрылыс тәжірибесінде, әдетте, біраз ықшамадаулардан кейін есептердің көп саны бір нүктеде қиылысатын жазық күштер жүйесіне келтірілуі мүмкін. Практикалық есептердің алуан түрлілігіне қарамастан, ондай күштер жүйесі анық көрінетін келесі төрт топты бөліп көрсетуге болады:

1. кронштейндер;
2. консолды фермалар;
3. қарапайым арқалық фермалар;
4. құрылыстық итарқа фермалары.

Құрастырмалар немесе құрылыстар деп аталатын осы жүйелердің барлығының бір ортақ белгісі бар – олар біліктерден тұрады, сондықтан *біліктік* деп аталады.

#### 1.3.1. Кронштейндер

**Жалпы мәліметтер.** *Кронштейндер* деп екі біліктен немесе бір білік пен бір иілгіш жіптен тұратын ең қарапайым геометриялық өзгермейтін құрастырманы айтады (1.52, а, б суреті). Әдетте ондай құрастырмаларда қатты білікті *тіреу*, ал иілгіш жіпті *тартқыш* деп атайды. Кейбір жағдайларда құрастырма созылуға жұмыс істейтін екі иілгіш тартқыштан тұруы мүмкін. Оларды ілмектер деп атайды. Есептерді шешкен кезде ондай құрастырмалар кронштейндерге ұқсас келеді.



1.52 суреті. Кронштейндер:  
 а, б – статикалық анықталатын; в – статикалық анықталмайтын

Тіреулер, әдетте, қысылуға жұмыс істейді және жиі құбырлардан тұратын кәдімгідей қатты құрастырмалар болып табылады. Құбырлардың орнына прокат профильдері, көбінесе пісіру профильдері пайдаланылуы мүмкін. Тартқыштар тек созылуға жұмыс істейді. Оларды арқаулықтық біліктерден, арқандардан, ұсақ прокат профильдерден орындайды. Тіреулер мен тартқыштарды көбінесе болаттан жасайды, бірақ олар басқа да материалдардан, мысалы ағаштан орындалуы мүмкін немесе құрамдастырылған болуы мүмкін. Кронштейндер құрылыс құрастырмаларында әдетте 1,5...2,0 метрді құрайтын шағын шығымдары бар консолды біліктік жүйелерге жатады. Механика үшін оның маңызы жоқ, өйткені онда денелер абсолютті берік болып саналады және құрастырмалардың өлшемдері мен пішіні қызығушылық тудырмайды. Кронштейндер мен ілмектердің есептері [7, 4 суретте] кеңінен келтірілген.

### **Кронштейндегі күштерді анықтаудың жалпы тәртібі.**

1. Тепе-теңдігі қаралатын нүктені көрсетеді. Ол барлық біліктер мен жіптердің қиылысу нүктесі.

2. Қарастырылып отырған нүктеге жүктің салмағы болып табылатын белсенді күшті салады (оны әдетте сыртқы жүктеме деп атайды). Өздігінен жүктің салмағы төмен қарай (дұрысырақ – Жер ауырлығының ортасына) бағытталған, бірақ блок болған жағдайда, ол қарастырылып отырған нүктеге жіптің бойымен әрекет етеді. Ол күштің әрекет ету бағытын сызба бойынша белгілейді. Дененің салмағы  $G$  әрпімен белгіленеді.

3. Байланыстардың әсерін байланыстардың реакцияларымен алмастырып, ойша шегереді. Байланыстарды олардың реакцияларымен алмастырған кезде жіп (тартқыш) реакциясының қарастырылып отырған нүктеден немесе денеден бағытталғанын есте сақтаған жөн (жіп үнемі созылады). Тартқыш та, тіреу де бола алатын білік реакциясының бағыты алдын ала белгісіз, сондықтан ол еркін қабылдануы мүмкін. Егер білік

реакциясының бағытын сұлба бойынша анықтау қиын болса, онда білікті созылған деп санайды және реакцияны қарастырылып отырған нүктеден бағыттайды. Нақты бағыты теңдеулер шешілгеннен кейін анықталады. Жіп пен білік реакцияларын *ішкі күштер* деп атайды және N немесе S әріптерімен белгілейді.

Қарастырылып отырған нүктеге байланыстар реакциясын салады. Оны сұлба ретінде орындалған бөлек сызбада жасаған жақсы болады. Нәтижесінде үш қосылатын күштер жүйесін алады. Белсенді күш (жүктің салмағы немесе дененің өзінің салмағы) белгілі, ал байланыстар реакциялары (олар екеу) белгісіз.

4. Тікбұрышты координаттар жүйесінің орналасуын таңдайды. Координаттардың басын тепе-теңдігі қарастылырып отырған нүктемен қосады. Осьтердің орналасуы еркін таңдалады, өйткені ақырғы нәтижесінде дұрыс шешілген жағдайда ол бейнеленбейді. Әдетте координаттар осьтерінің бағыттарын таңдау үшін екі тәсілдің бірін пайдаланады.

3. осьтердің бірін (кез келген) белгісіз реакциялардың бірінші бағытымен қосылатындай етіп, бағыттайды, ал басқа ось бұл ретте біріншіден  $90^\circ$  бұрышты құрауы тиіс.

4.  $y$  осін тігінен, ал  $x$  осін көлденеңінен бағыттайды.

Осьтерді орналастыру үшін тағыда бір тәсіл болуы мүмкін: егер күштер жүйесінде симметрия осі болса, онда координаттар осьтерінің бірін онымен қиыстырады.

Барлық жағдайда белгілі күштердің, белгісіз күштердің және координаталық осьтердің арасындағы бұрыштарды анықтап, оларды сызбада көрсету қажет.

5. Түр тепе-теңдігінің теңдеулерін құрайды:

$$\sum X = 0; \quad \sum Y = 0;$$

Күш шамасының оське проекциясының ол күштің күш пен осьтер бағыттарының арасындағы бұрыштың косинусына модуль (шама) шығаруымен анықталатындығын естеріңізге сала кетейік. Егер күш пен ось бағыттарының арасындағы бұрыш өткір болса, яғни күш пен ось бір жаққа бағытталған болса, онда проекция шамасының алдына «қосу» белгісін қояды; егер де күш пен ось қарама қарсы жаққа бағытталған болса, онда «алу» белгісін қояды.

Екі теңдеудің жүйесін екі белгісізбен шешеді. Бұл ретте осьтердің бірі белгісіз реакциямен сәйкес келсе, онда екі теңдеудің бірі біреуін ғана қамтиды, ол жүйенің шешімін оңайлатады.

Егер жауап «алу» белгісімен алынса, демек сызбадағы реакциялардың бағыты қате таңдалған, яғни тепе-теңдік теңдеулерін құраған кезде білік созылған болып саналған, шын мәнінде ол қысылған, және керісінше. Ондай жауап қате болып табылмайды, өйткені сызба мен жауап

бірге реакцияның нақты бағытын көрсетуге мүмкіндік береді.

Күштерді статикада анықтау есеп деп аталады, алайда ақырғы есеп тұрғысынан күштерді анықтау – ол 3-тарауда қарастырылған есептің бір бөлігі ғана.

**1.7 есебі.**  $F = 20$  Кн,  $\alpha = 30^\circ$  болғанда, 1.53, а суретінде көрсетілген  $AB$  біліктері (тіреулері) мен  $AC$  кронштейніндегі (тартқышындағы) күштерді анықтау.

**Шешімі.**

1.  $A$  нүктесінің тепе-теңдігін қарастырып, оны кронштейннен ойша кесіп аламыз (1.53, б суреті).

2.  $F$  белсенді (сыртқы) күшін саламыз.

3.  $AC$  тартқышын  $N_{AC}$  күшіне,  $AB$  тіреуін  $N_{AB}$  күшіне алмастырып, реактивті күштерді саламыз.  $N_{AC}$  күшінің  $AC$  тартқышының осі бойынша жоғары бағытталуы тиіс екендігі айқын.  $AB$  тіреуіне келер болсақ, оны созылған деп қарап,  $N_{AB}$  күшін солға бағыттайық (1.53, в суреті). Бағыт дұрыс таңдалса, онда  $N_{AB}$  шамасы «қосу» белгісімен, дұрыс таңдалмаса «алу» белгісімен болады.

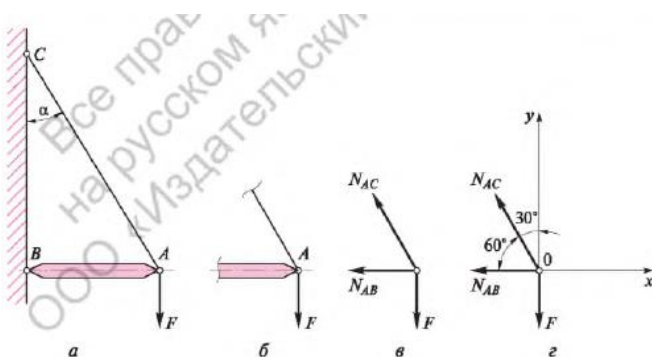
4. Координаттар осьтерінің орналасуын таңдаймыз:  $Ox$  осін көлденеңінен,  $Oy$  осін тігінен бағыттаймыз.  $Ox$  осі  $N_{AB}$  күшімен сәйкес келді, бірақ бағыты қарама-қайшы (153, г суреті).

5. Тепе-теңдік теңдеуін құрамыз:

$$\sum X = 0;$$

$$\sum X = 0;$$

Немесе



1.53 суреті. 1.7 есебіне:

$a$  – кронштейннің берілген сұлбасы;  $b$  – кронштейннің кесілген торабы;  $v$  – тораптағы күштер әрекетінің сұлбасы;  $z$  – күштер мен осьтердің арасындағы координаталық осьтер және бұрыштар көрсетілген күштер сұлбасы.



$$-N_{AC} \cos(90^\circ - a) - N_{AB} = 0;$$

$$-F + N_{AC} \cos a = 0.$$

Екінші теңдеуден

$$N_{AC} = \frac{F}{\cos a} = \frac{20}{\cos 30^\circ} = \frac{20}{0,866} = 23,1 \text{ кН};$$

бірінші теңдеуден

$$N_{AB} = -N_{AC} \cos(90^\circ - a) = -23 \cos 60^\circ = -23,1 \cdot 0,5 = -11,55 \text{ кН}.$$

**Жауабы:**  $N_{AC} = 23,1$  кН,  $N_{AB} = -11,55$  кН. Сандық мәннің алдындағы «алу» белгісі  $N_{AB}$  күші  $A$  торабынан емес, оған бағытталған, яғни біз ойлағандай  $AB$  тіреуі созылмаған, қысылған. Егер де біз  $N_{AB}$  күшін торапқа (оңға) бағыттасак, онда жауап «алу» белгісімен болар еді.

Күрделірек кронштейндерді есептеу мысалдары [7, 9, 10 б.] келтірілген. [7, 11 – 14 б.] келтірілген есептерді шешіп, кронштейндерді есептеу дағдыларын бекітуге болады.

Кронштейндер белгілі бір шарттарда жүйенің өзгеріссіздігін (қимылсыздығын) қамтамасыз ету үшін жеткілікті болатын екі элементтен тұруы тиіс (1.52,  $a$ ,  $b$  суреті). Оларды жеткілікті деп атайық. Кронштейндер үш элементтен тұруы мүмкін (1.53,  $c$  суреті). Бұл жағдайда, айтылып өткендей, олар екі тепе-теңдік теңдеуінің ( $\sum X = 0$ ,  $\sum Y = 0$ .) көмегімен есептелмейді. Үшінші білік – жүйенің өлшемсіздігін қамтамасыз ету үшін қажеті жоқ немесе артық. Статикалық анықталмайтын деп аталатын ондай жүйелер 2-тарауда қаралған.

### 1.3.2 Консолды фермалар

**Жалпы мәлімет.** Консолды фермалар, кронштейндер құрылымының одан әрі дамыған түрі сияқты болып көрінеді. Олар ұшысты 4... 6 м-ге дейін, яғни тіреуден жүк тіркелетін жерге дейінгі қашықтықты ұлғайту қажет болған жағдайларда қолданылады. Әрине, осындай ұшысқан ие кронштейнді де дайындауға болар еді, бірақ бұл арада оның элементтерінің кималарының өлшемі үлкен болып, тіреуіш фермаға қарағанда тым үлкен және үнемсіз болып қалады.

*Консолды фермалар*, бұдан әрі айтылатын басқа фермалардай, топсалардың көмегімен тораптарда біріктірілген тікбұрышты біліктерден құралған, геометриялық өзгермейтін жүйелер болып табылады (1.54-сурет,  $a$ ,  $b$ ). Статика тұрғысынан фермалардың әрбір бұрышы түйісетін күштер

жүйесін білдіреді. Біліктер мен топсаларға қабылданған жеңілдетулерде,



1.54-сурет. Консолды фермалар:

$a$ ,  $b$  — статикалық тұрғыдан анықталады;  $\epsilon$  — статикалық тұрғыдан анықталмайды

---

олардағы күштерді тепе-теңдік теңдеулерінің көмегімен табуға болады. Консолды ферманың шеткі панелі, әдетте, ферманың көршілес панеліне жалғанған кронштейн тектес болып келеді.

**Ең қарапайым консолды ферманың біліктерінде күштерді анықтаудың жалпы тәртібі.** Есепті талдамалы немесе графикалық тәсілмен шешуге болады. Т а л д а м а л ы тәсілмен шешу тәртібін қарастырайық.

1. Ферманың тораптары мен біліктерін білдіреді. Тораптарды әріптермен, ал біліктерді сандармен белгілеуге болады. Белгілеу тәртібі: ерікті.

2. Ферманың геометриялық сызбанұсқасын қолдана отырып, әрбір тораптағы біліктер арасындағы бұрыштарды анықтайды.

3. Екі білік түйісетін торап оймен қиып алынады. Осы біліктердегі күштерді келесі тәртіпке сай анықтайды:

- біліктер ішіндегі күштермен алмастырылады. Күштер, әдетте, күш белгіленетін біліктің нөмірі көрсетілген төменгі әріпмен бірге  $N$  немесе  $S$  әрпімен белгіленеді. Торапты бөлек суретте көрсеткен ыңғайлы;

- координаттар жүйесін таңдайды. Оның басын барлық біліктердің қиылысатын нүктесімен біріктіреді. Өзектердің бірі белгісіз күштердің бірімен біріктіріледі, ал екінші өзек бірінші білікке перпендикуляр болып қойылады. Өзектерді дәстүрлі түрде: біреуін тігінен, екіншісін көлденеңінен қоюға болады;

1. тепе-теңдік теңдеулерін құрастырады

$$\sum X = 0; \sum Y = 0.$$

Оларды шешеді де, белгісіз күштерді табады. Қандай элементтердің (тіреулер мен күштер) созылып, қандай элементтердің қысылғаны көзбен шолу арқылы оңай анықталатын кронштейндерге қарағанда, мұны фермалардың біліктерінде жасау қиынға соғып, кейде мүмкін болмайды.

Ферманың тораптарының көбінде күш белгісін тепе-теңдіктің теңдеуін шешу арқылы ғана анықтауға болады. Сондықтан фермадағы барлық біліктер (қысылған біліктер де, созылған біліктер де), біріншіден, кронштейндерге қарағанда бір сызықпен белгіленеді және екіншіден, олар созылған болып саналады, яғни тепе-теңдіктің теңдеулерін құрастыру кезінде күшті тораптан бағыттайды.

Таңдалған бағыттың дұрыстығын, шешім шығару кезінде алынған сандық мән алдындағы белгі аңғартады.

4. Ферманың барлық бұрыштары рет-ретімен қиып алынады, бұл ретте қиып алынған әрбір бұрыш екіден артық болмайтын белгісіз күшке ие болуы тиіс. Күштерді анықтау тәртібі бірінші торап үшін сияқты.

Шешімді графикалық тәсілмен тексеруге болады. Күштерді осылай анықтаудың жалпы тәртібі [7; 106, 107 бет] құжатында баяндалған.

**1.8-мысал.** 1.55, *a*, суретінде көрсетілген консолды ферманың біліктеріндегі күштерді анықтау, егер  $F_1 = 10$  кН,  $F_2 = 20$  кН,  $\alpha = 15^\circ$  болса.

### **Шешім.**

1. Тораптарды *A, B, C, D, E*, әріптерімен, ал біліктерді *1, 2, 3, 4, 5, 6* сандарымен белгілейміз. Белгілеу тәртібі: ерікті (1.55, *b* суреті).

2. Әрбір тораптағы біліктер арасындағы бұрыштарды анықтаймыз. Ферманың белгіленген сызбанұсқасының оңайлығына байланысты, бұл операцияны оп-оңай орындауға болады. Күрделі сызбанұсқаларда айтарлықтай көп еңбекті қажет етеді.

3. Екі білік түйісетін торапты оймен қиып аламыз. *A* торабын таңдаймыз. *D* және *E* тораптары бұған сай келмейді, себебі олар ферманы қабырға бетіне (қатты негіздемеге) бекітеді және күшті анықтап табу үшін олардың реакцияларын білу керек (реакцияларды анықтау ережелері 1.4-бөлікшесінде баяндалатын болады). Консолды ферманың басқа фермалардан ерекшелігі мынада: оны, тіреу реакцияларын анықтамай есептеуге болады.

Фермадан *A* торабын қиып аламыз,  $N_1$  және  $N_2$  күштерін көрсетеміз, бұрыштарды қоямыз, координаттар жүйесін таңдаймыз (1.55, *b* суреті) және тепе-теңдік теңдеулерін құрастырамыз:

$$\Sigma X = 0;$$

$$\Sigma Y = 0,$$

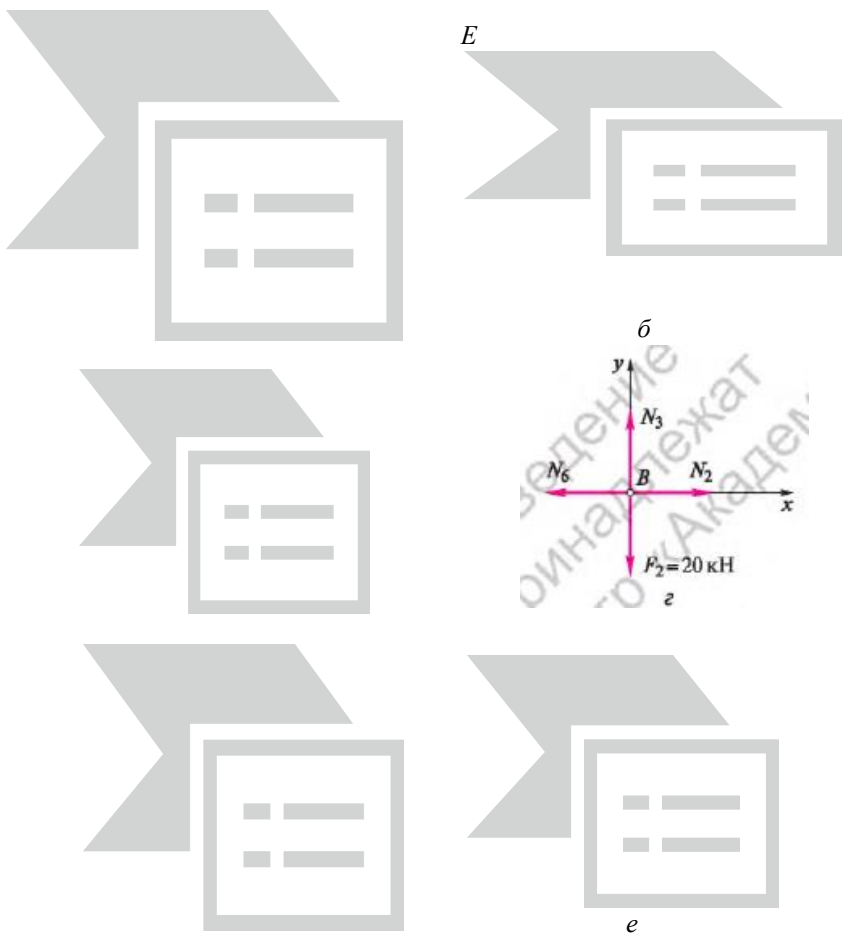
немесе

$$-N_1 \cos 15^\circ - N_2 = 0; -$$

$$F_1 + N_1 \cos 75^\circ = 0.$$

Екінші теңдеуден  $N_1$  табамыз:

Бірінші теңдеуден  $N_2$  табамыз:



1.55-сурет. 1.8 мысалына:

$a$  — консолды ферма сызбанұсқасы;  $b$  — ферманың геометриялық сызбанұсқасы;  $c-d$  — сәйкесінше  $A, B, C$  тораптары;  $e$  —  $C$  торабы үшін өзектердің орналасу нұсқасы;

$$N_2 = -N_1 \cos 15^\circ = -38,61 \cdot 0,966 = -37,3 \text{ кН.}$$

1 өзегі созылған, ал 2 өзегі қысылған, мұны күштердің мәндері алдындағы белгілер аңғартады.

Енді  $B$  торабын қиып аламыз және күштерді де көрсетеміз (1.55, г суреттері). Онда  $N_3$  және  $N_6$  күштері белгісіз. Оларды табу үшін, осы торап үшін тепе-теңдік теңдеулерін құрастырамыз:

$$\sum X = 0; \quad \sum Y = 0,$$

немесе

$$N_2 - N_6 = 0, \text{ бұдан } N_6 = N_2 = -37,3 \text{ кН (білік қысылған);}$$

$$N_3 - F_2 = 0, \text{ бұдан } N_3 = F_2 = 20 \text{ кН (білік созылған).}$$

С торабында (1.55, *д* суреті)  $N_4$  және  $N_5$  күштері белгісіз.  $Ox$  өзегін —  $N_4$  және  $N_1$  күштерімен тұспа-тұс келетіндей, ал  $Oy$  өзегін —  $Ox$  білігіне перпендикуляр түрде бағыттаймыз. С торабы үшін тепе-теңдік теңдеулері:

$$\Sigma X = 0; \quad \Sigma Y = 0,$$

немесе

$$-N_4 + N_1 + N_3 \cos 75^\circ - N_5 \cos 30^\circ = 0;$$

$$-N_3 \cos 15^\circ - N_5 \cos 60^\circ = 0.$$

Екінші теңдеуден  $N_5$  табамыз:

$$N_5 = -\frac{N_3 \cos 15^\circ}{\cos 60^\circ} = -\frac{20 \cdot 0,966}{0,5} = -38,64 \text{ кН.}$$

Бірінші теңдеуден  $N_4$  табамыз:

$$N_4 = N_1 + N_3 \cos 75^\circ - N_5 \cos 30^\circ = 38,61 + 20 \cdot 0,259 - (-38,64) \cdot 0,866 = \\ = 38,61 + 5,18 + 33,46 = 77,25 \text{ кН.}$$

1.55, *е* суретінде дәл сол С торабы көрсетілген, бірақ координаттық өзектер дәстүрлі түрде: біреуі көлденеңінен, екіншісі тігінен жүргізілген. Өзектердің осындай күйінде тепе-теңдіктің теңдеулерін құрастырып, есептеулердің қаншалықты қиындайтынын бағалаңыз. Мұндай тәсіл шешімді тексеру үшін қолданылуы мүмкін.

*В* торабында  $N_2$  және  $N_6$  күштерінің шамасы бірдей екеніне назар аударайық. Біліктердің (және күштердің) бір-біріне қарама-қарсы орналасуының белгілі бір жағдайлары мәлім болса, тепе-теңдіктің теңдеулерін құрастырмастан, белгісіз күштерді жиі табуға болады. Мұндай жағдайлар жекелеген жағдайлар деп аталады. Есептеу бойынша белгілі бір тәжірибе болған кезде, оларды оңай тануға болады. Кейбір оқулықтарда, мысалы [4] оқулығында мұндай жағдайлар әдейі қарастырылады.

Кескін тұрғысынан анағұрлым қиын консолды ферманы есептеудің мысалы [7, 102-бет] құжатында келтірілген. Дәл сонда талдамалы шешімнің график тәсілімен тексерілуі келтірілген. Консолды фермаларды есептеу дағдыларын, [7, 108 — 111 бет] құжатында келтірілген есептерді шығару арқылы бекітуге болады.

Консолды фермалар, кронштейндердей, статикалық тұрғыдан анықталып, статикалық тұрғыдан анықталмауы мүмкін. Осындай бөліністің шегі, дәл солай, екі теңдеудегі белгісіз сан болып табылады. Белгісіз сандар екіден артық болса,

онда ферма статикалық тұрғыдан анықталмайды. 1.54, в суретінде көрсетілген ферманы мысалға келтіруге болады. Оның шеткі оң жақ (еркін) ұшында үш білік түйіскендіктен, күштерді анықтау есебі бір рет статикалық тұрғыдан анықтала алмайды.

### 1.3.3 Ең қарапайым арқалық фермалары

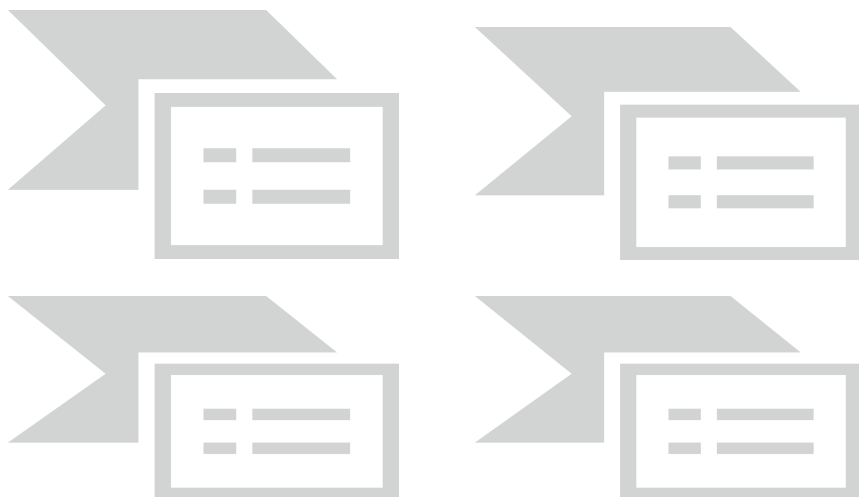
**Жалпы мәлімет.** Консолды фермалар кронштейндерге қарағанда белгілі бір басымдыққа ие, алайда, ережеге сәйкес, шағын аралықтарды жабады және шектеулі күш атқарады. Үлкен күш пен аралықтар болған жағдайда әдетте ұзындығы 12-15 м болатын аралықтарды (1.56) жабатын қарапайым *арқалық фермалары* қолданылады. Үлкен аралықтар кезінде құрылыс фермалары (1.3.4.бөлігін қараңыз) қолданылады. Арқалық фермалары [4] тармақта жіктелген.

Арқалық фермалардың консолды фермалардан негізгі айырмашылығы арқалық фермалар төменгі құрылымдағы екі тіреудің аяғына бекітіледі, яғни олар екі өзек біріктірілетін еркін түйінге ие бола алмайды, ал бұл дегеніміз консолды фермаларға тіреу реакцияларын анықтамай-ақ есептеуге мүмкіндік береді. Ферманың арқалық деп атауының себебі шын мәнінде олардың тіреулері жай арқалықтардағыдай (1.1.5 бөлігін қараңыз) болуында. Бұл дегеніміз құрылыста қолданылатын фермаларға тән.

Көпір фермалары сонымен қатар екі тірекке бекітіледі, олар: топсалы-жылжымайтын және топсалы-жылжымалы, бірақ сындарлы түрде олар басқаша орындалады. Көпір фермалары туралы 4 [8] тарауында айтылады.

Көрсетілген ерекшеліктер бөренелі фермаларды есептеуге септігін тигізеді. Оларға күш салмас бұрын тірек реакцияларын анықтап алу қажет. Еркін күш айналымы кезіндегі тірек реакцияларын анықтау 1.4. тармақшасында қарастырылады. Фермаға әдетте тігінен қуат әрекет етеді, сондықтан олар ережеге сай ортасына қатысты симметриялы болып бекітіледі. Бұл жағдай әрқайсысы барлық қуаттың жартысына тең болатындай тіреу реакцияларын өте қарапайым табуға мүмкіндік береді. Арқалық фермалардың кейбір сызбаларының мысалдары 1.56 суретінде келтіріліген,  $a-v$ , одан да толығырақ сызбалар 24 [7] суретінде көрсетілген.

Арқалық фермаларды есептеу кезінде, оның негізіне тораптарды кесу әдісі жататын аналитикалық және графикалық тәсілдерді қолдануға болады. Алайда тораптардың саны көп болғанда Максвелл–Кремон диаграммасы (осы әдісті ашқан ағылшын және италян ғалымдарының фамилиясы бойынша) деп аталатын графикалық тәсілдердің бірі жиі қолданылады. Ол бұрын қарастырылған әдеттегі графикалық тәсілдің жеңілдетілген нұсқасы болып саналады. Оның мәні мынада, әрбір торапқа арналып құрылған барлық қуаттық көпбұрыштар біріктіріледі және көпбұрыштарда қайталанатын күштер



1.56 суреті. Ең қарапайым арқалық фермалары:

$a, b, в$  — статикалық айқындалған;  $г$  — статикалық айқындалмаған

шығарылады. Симметриялы қуаты бар симметриялық фермалар, әсіресе үлкенаралықтық үшін бұл тәсіл тексеру үшін қолдануға болатын тораптарды кесудің аналитикалық тәсіліне қарағанда барынша қарапайым болады.

### **Максвелл—Кремон диаграмасымен құрылған фермалардың өзегіндегі күшті анықтаудың жалпы тәртібі.**

1. Ферманың геометриялық сызбасы қатаң түрде сызықтың өлшемімен анықталатын ұзындық масштабында салынады. 1:200 немесе 1:100 масштабымен бастау ұсынылады. Егер сызық тым ұсақ немесе парак бетінен шығып кетсе онда оны кішірейтуге немесе үлкейтуге болады. Фермаларды салып болған соң тораптарға сыртқы күштер қосылады.

2. Сыртқы және ішкі өріс деген бар. Сыртқы өріс ферманың сыртқы күштерімен және белдеулерімен шектеледі. Бұл өрістер жабық, оларды ферманы сағат тілімен айналып өтетін  $a, b, c, d \dots$  әріптерімен белгілеу бекітілген. Бірінші өріс, ережеге сай, тірек реакцияларының және бірінші күштердің әрекеттер тізбегімен шектелген. Ол өзімен бірге көрсетілген күштер әрекетінің тізбегінен сол жағында орналасқан жарты жазықтықты көрсетеді. Егер ферма және қуат симметриялы оське ие болса, онда ферманың оң бөлігіндегі симметриялы өріс сол бөлігіндегідей әріптермен белгіленеді, алайда штрихтар қолданылады, мысалы  $a', b', c', d'$  және т.б.

Тіреу реакциялары арасында орналасқан өрістер симметриялы

(ферманың төменгі белдеуі бойынша қуат болмаған жағдайда) болмайды.

Ішкі өріс тек ферманың өзегімен шектеледі. Олар жабық, оларды ферманы оңнан солға, солдан оңға айналып өтетін 1,2,3 сандарымен белгілейді. Ферманың симметриялы сызбасы кезінде оң жартысындағы өрісті сол жақтағыдай сандармен белгілеуге болады, алайда штрих қолданылады, мысалы  $1'$ ,  $2'$ ,  $3'$  және т.б.

3. Ферманың тірек реакцияларын графикалық тәсілмен мына келесідей тәртіпте анықтайды:

- сызба өлшеміне тәуелді болатын күш масштабы таңдалынады;
- қабылданған масштабта барлық сыртқы күштер ферманы сағат тіл бойынша айналғанда кездескен тәртіпте кезектесіп кейінге қалдырылады. Әрбір күш өзі орналасуы арасындағы екі өрісті (әріпті) білдіреді. Жоғарыдан төмен түрде кейінге қалдырылған сыртқы күштер қуаттық тізбек құрайды, олардың ұзындығы күш масштабында фермада әрекет етуші барлық сыртқы күштер сомасына тең;

- ферманың тіреу реакцияларын анықтайды. Нәтижесінде ферма сызбасының симметриясы мен тіреу реакцияларының күштері (сондай-ақ төменгі белдеуі бойынша күш болмаған кезде) өзара тең болады, сонымен қатар олардың әрқайсысы күш тізбегі ұзындығының жартысын құрайды және жоғары бағытталған (күштің қарама-қайшы әрекеті бағытына). Тіреу реакциялары сыртқы күштер сияқты олар жатқан аралықтағы өрістермен білдіреді. Күш тізбегіне тіреу реакциялары арасында орналасқан өрісті білдіретін нүкте қояды. Ол күш тізбегінің ортасында болады. Күш тізбегінің төменгі жартысы оң тіреу реакциялары, ал жоғарғысы – сол жағы болып саналады.

4. Күш диаграммасын іс жүзінде келесідей жағдайда құрады:

- өзекті білдіреді. Есептеудің графикалық тәсілі кезінде әрбір өзек оның жатуына байланысты екі өрісті білдіреді. Өзекті атау сонымен қатар қарастырылатын торапқа байланысты: өзек қарастырылатын торапты сағат тілі бойынша айналу кезінде кездескен тәртіпті көрсететін екі өрісті білдіреді. Өзекті тор элементтері үшін санмен (1-2, 2-3 және т.с.с) және белдеулер мен тіреу бағаналары үшін әріптік-санмен ( $1-a$ ,  $2-b$  және т.с.с) белгілеуі мүмкін;

- ойша тораптарды кесу. Бірінші болып екі өзек қосылған торап кесіледі. Содан бастап есептеу басталады. Бұл торап үш: екі әріптік және бір сандық өрістер арасында орналасқан. Күш тізбегінде әріптік өрістерге сәйкес нүктелер бар. Осы нүктелер арқылы қарастырылатын тораптың параллелді өзегімен тізбек өткізіледі. Осы тізбектердің қиылысуын қарастырылып отырған торапқа жалғасып жатқан өріс сандарына сәйкес сандармен белгілейді.



Өзек және оған параллель күш бірдей мәнге ие болады. Күш масштабында өлшенген диаграммадағы тізбек ұзындығы бойынша сәйкес өзекте күш мөлшерін табады. Күш белгісін келесі түрде анықтайды. Алдымен ферма сызбасы бойынша сағат тілімен торапты айналатын өзек мәнін бекітеді, сонсоң күштің бір нүктеден басқасына өзекті білдіретін тәртіп бағыты бойынша араластырады; сонсоң бұл қозғалыс ферма өзегіне ауысады. Егер қозғалыс тораптан өзек бойынша бағытталған болса, онда өзек созылған деп есептеледі, ал егер торапқа болса – қысылған. Диаграммада қысылған өзек қара (немесе қызыл) сызықпен, ал созылғаны – жіңішке (немесе көкпен) көрсетіледі.

- үш өзек қосылған болса торап кесіледі. Олардың екеуінде күш белгісіз, ал үшіншісінде ол бірінші торапты қарастыру кезінде анықталған. Күш диаграммасында қарастырылатын торапқа жалғасқан екі өңірге сәйкес екі нүкте табылады. Осы нүктелер арқылы өзекке параллель күші белгісіз тізбек өткізіледі. Қиылыу нүктесі күші іздеп табылатын екі өзек арасында жатқан өңір нөмірімен белгіленеді. Күш масштабында өлшенген диаграммадағы тізбек ұзындығы осы өзектердегі күш мөлшеріне тең. Белгісін бірінші торапқа арналған сипатталған ережеге сәйкес анықтайды;

- әрбір келесі қарастырылдымар үшін күші белгісіз болған екі өзек қосылған торап таңдалынады, ал келесі өзектерде күш анықталып қойған. Күштің белгісі мен мөлшерін анықтау тәртібі бірінші торап үшін де, екінші торап үшін де бұрынғыдай қала береді. Симметриялы ферма кезінде күш диаграммасын тек бір жартысы (сол жағы) үшін құруға болады, өйткені оң жақтағы өзек күші симметриялы өзектерде сол жақтағы күшпен тең.

- күшті анықтау күш белгісі мен мөлшерін көрсететін және өзек мәні бар кесте құрумен аяқталады.

**1.9 есебі.**  $a = 3$  м,  $h = 3,5$  м,  $F_1 = 10$  кН,  $F_2 = 20$  Кн деректері бойынша Максвелл— Крмон диаграммасын құру арқылы 1.57, а суретінде келтірілген арқалық фермасының біліктеріндегі күштің түсуін анықтау

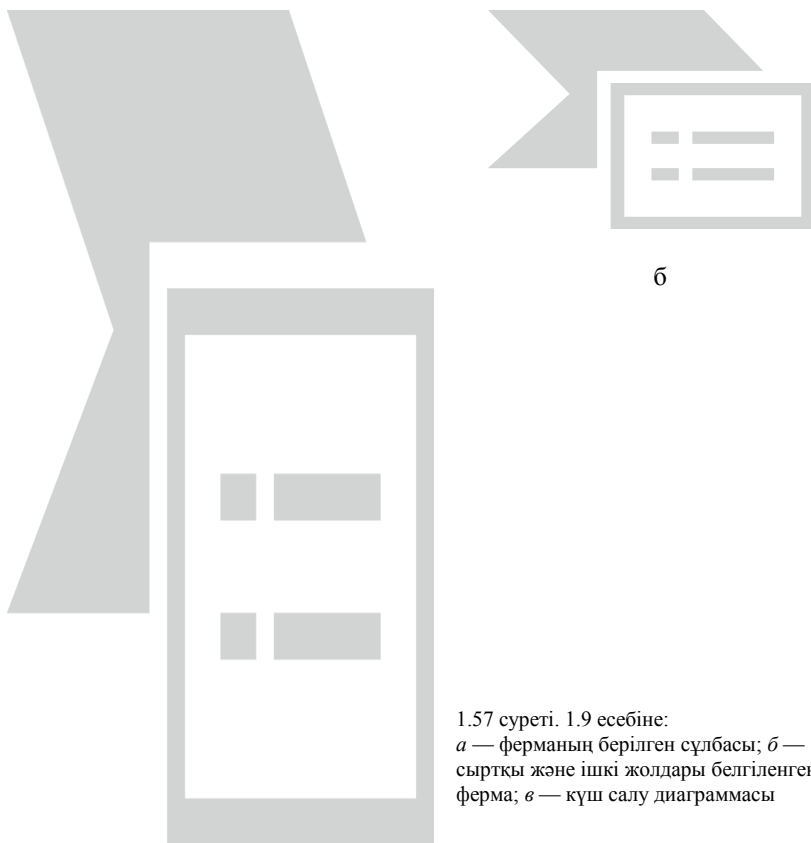
1.8 есебінде қарастырылған консолды ферма (1.55, а суреті) өзінің кескіндері бойынша бұл арқаулық ферманың жартысын құрайды, бірақ бұл фермалар табанға әрқалай бекітілген.

**Шешімі.** 1. Ферманың геометриялық сұлбасын сызып тастаймыз. Мына ауқымды қабылдаймыз: 1 см — 3 м, яғни. 1: 300.

2. Сыртқы жолдарды  $a, b, c, b', a, d$  әріптерімен, ішкілерін —  $1, 2, 3, 3', 2', 1'$  сандарымен белгілейміз (1.57, б суреті).

3. Ферманың тіреу реакцияларын анықтаймыз:

- күштердің ауқымын таңдаймыз: 1 см-де — 10 кН;



1.57 суреті. 1.9 есебіне:  
*a* — ферманың берілген сұлбасы; *б* —  
 сыртқы және ішкі жолдары белгіленген  
 ферма; *в* — күш салу диаграммасы

- сыртқы күштерден *a-b-c-c'-b'-a'* күш желісін құрамыз (1.57, в суреті);
- тіреу реакцияларын анықтаймыз, ол үшін күш желісін *d* нүктесімен теңдей бөлеміз. Күштер ауқымында өлшенген *a'-d* аралығы оң жақ, *d-a* аралығы — сол жақ тіреуіш реакция болып табылады. Олардың әрқайсысы 4 см, яғни 40 кН-ге тең.

4. Күш салу диаграммасын құрамыз:

- *A* фермасының торабын ойша кесеміз, онда екі білік қосылған, енді олар *b-1* және *1-d* деп белгіленеді, өйткені сағат тілімен торапты айналып өткен кезде осы тәртіпте әріптер мен сандар жүреді (*b*, *1*, *d*). Күш желісінде *b* мен *d* нүктелері баяғыдан бар. Төменнен білікке параллельді, *A* торабына жететін сызықтар жүргіземіз. Олар *1* нүктеде қосылады.

Күш салу шамаларын *b-1* және *1-d* біліктерімен анықтаймыз, *b-1* аралық ұзындығы 5,9 см-ге тең, демек, *b-1* білігіндегі күш салу 59 кН-ді құрайды;

*1-d* аралығының ұзындығы 5,0 см-ге тең, демек, күш салу 50 кН болады.

• Күштердің белгілерін анықтаймыз. Күш салу диаграммасында (1.57, в суретін қараңыз) *b* нүктесінің *1* нүктеге жылжуы оңнан солға бағытталған. Ферманың *b-1* білігі үшін бұл бағыт торапқа апарды (1.57, б суретін қараңыз), яғни білік қысылған. Күш салудың сандық мәнінің алдында «алу» белгісі қойылуы тиіс. Диаграммадағы *1* нүктесінен *d* нүктесіне қозғалыс солдан оңға бағытталған. *1-d* білігі үшін бұл бағыт А торабынан басталады, яғни *1-d* білігі созылған. Күш салудың сандық мәнінің алдында «қосу» белгісі тұруы тиіс, оны есептемейміз;

• Ішіндегі күштері белгісіз екі білік қосылатын Е торабын кесеміз. Бұл біліктер *1-2* және *2-d* деп белгіленеді. Күш салу диаграммасында *1* және *d* нүктелері бар. Ферманың *1-2* білігіне (1 нүкте арқылы тік) және *2-d* білігіне (2 нүкте арқылы көлденеңінен) параллельді сызықтар жүргіземіз. Диаграммадағы бұл сызықтар 1 нүктесінде түйіседі, яғни 2 түйісу нүктесі 1 нүктемен сәйкес келеді. Осылайша, диаграммадағы *1-2* сызықтар нүктеге айналады, ал бұл дегеніміз, *1-2* білігіндегі күш салудың нөлге теңдігін білдіреді. *2-d* білігіндегі күш салу шамасы мен белгісі бойынша *1-d* білігіндегі күш салуға тең;

• *C* торабын кесеміз. Онда *1-b*, *c-3*, *3-2* және *2-1* (торапты сағат тілі бойынша айналып өткенде олар осылай белгіленеді) біліктері бар, олардың екеуінің күш салуы белгісіз: *c-3* және *3-2*. Күш салу диаграммасында *b*, *c*, *1* және *2* нүктелері бар. 3 нүктені алу үшін, нүкте арқылы ферманың *c-3* білігіне параллельді *c* сызығын, ал 2 нүктесі арқылы — *3-2* білігіне параллельді сызық жүргіземіз. Бұл желілердің түйісу нүктесі диаграммадағы біз іздеген 3 нүкте болып табылады.

*C-3* аралығының ұзындығы 3,8 см-ге тең, яғни *c-3* білігіндегі күш салу 38 Кн-ды құрайды. *3-2* аралығының ұзындығы 1,9 см-ге тең, яғни *3-2* білігіндегі күш салу 19 кН-ді құрайды.

*C-3* және *3-2* біліктеріндегі күш салу белгілерін анықтаймыз.

Диаграммада *c-3* нүктесінен 3 нүктеге жылжу оңнан солға бағытталған. Ферманың *c-3* білігі үшін *C* торабына апаратын бұл бағыт біліктің қысылғанын («алу» белгісі) білдіреді. Диаграммадағы 3 нүктеден 2 нүктеге жылжу солдан жоғарыға бағытталған. *3-2* білігі үшін бұл торапқа қарай бағытталу, яғни білік қысылған («алу» белгісі);

• *D* торабын кесеміз. Онда күш салулары белгісіз *c'-3'* және *3'-3* біліктері түйіседі. Диаграмманың үстінен *c* нүктесі арқылы *c-3'* білігіне параллельді, ал 3 нүкте арқылы — *3-3'* бірлігіне параллельді сызық жүргіземіз. Бұл сызықтардың қиылысу нүктесі 3 нүктеге симметриялы біз іздеген *3'* нүктесі болып табылады. *3'-3* аралығының ұзындығы 2 см-ге тең, яғни *3'-3* білігіндегі күш салу 20 Кн-ді құрайды. *3'* нүктесінен 3 нүктеге жылжу төмен бағытталған. *3'-3* білігі үшін бұл жылжу *D* торабынан басталады, яғни білік созылған. Күш салу диаграммасындағы *c-3'* аралығы

$c-3$  аралығына симметриялы, ал бұл дегеніміз,  $c'-3'$  білігіндегі күш салу шамасы бойынша  $c-3$  білігіндегі күш салуға тең және тура сондай белгісі бар деген сөз, яғни ол  $-38$  кН ді құрайды.

Осымен шешімді аяқтайды, өйткені ферманың оң бөлігі жағындағы күш салулар сол бөлігіндегі симметриялы күш салуларға тең. Есеп деректері бойынша күш салулар кестесін құрайды:

$b-1$	$1-d$	$1-2$	$c-3$	$3-2$	$2-d$	$3'-3$
<u><math>-59</math> кН</u>	<u><math>50</math> кН</u>	<u><math>0</math></u>	<u><math>-38</math> кН</u>	<u><math>-19</math> кН</u>	<u><math>50</math> кН</u>	<u><math>20</math> кН</u>

Кескіні бойынша күрделірек арқаулық ферманың есебінің мысалы [7, 74 б.] келтірілген. Ондай фермаларды есептеу дағдысын бекіту үшін [7, 78 — 80 б.] келтірілген бірнеше есепті шығаруға болады. Онда фермаларды есептеудің тағыда бір талдамалы тәсілі — тура қималар тәсілі берілген.

Арқаулық фермаларды статикалық анықталынатын және анықталынбайтын болады. Статикалық анықталынбайтын ферманың шектес шарты шеткі тораптардағы (1.56,  $z$  суреті) үш (екі емес) біліктің, сондай-ақ аралық тораптардағы күш салулары белгісіз екіден аса біліктің болуы болып табылады.

### 1.3.4. Құрылыстық итарқа фермалары

Қарапайым арқалық фермалар құрылыс тәжірибесінде жиі кездеспейді. Олар көбінесе оқу міндеттерінде қызығушылық тудырады. Итарқа фермалары өнеркәсіптік ғимараттардың аралықтарын, азаматтық ғимараттардың үлкен залдарын, көпірлердің аралықтарын жабу үшін қолданылады.

Фермалардың кескінін, негізгі өлшемдерін және элементтер конструкциясын олардың маңызды сипаттамалары деп есептеуге болады. Фермалардың негізгі элементтері жоғарғы және төменгі белдеулері, сондай-ақ қиғаштіреулер мен бағаналардан құралған тор болып табылады. Қиғаштіреулер сол жақтан оң жаққа қозғалған кезде, олар жоғарыға көтерілуіне немесе төменге түсуіне байланысты өрлемелі және төмендемелі деп бөлінеді. Шеткі тік бағаналар және шеткі қиғаштіреулер тіреулер деп алады. Ферманың негізгі өлшемдері (1.58-сурет):  $L$  — аралық (аралықтың ұзындығы); — үстіңгі панель (тораптар арасындағы қашықтық);  $d_H$  — төменгі панель;  $h$  — атшадағы ферманың биіктігі;  $h_D$  — тіреулердегі ферманың биіктігі болып табылады.  $d_B$  Тордың тораптары арасындағы қашықтықтар бірдей деп қабылданады және жабын тақталарының өлшеміне байланысты. Көбінесе панельдердің өлшемін  $1,5$  м еселі етіп қабылдайды.

1.58-сурет. Құрылыстық итарқа фермасы және оның геометриялық сипаттамалары:

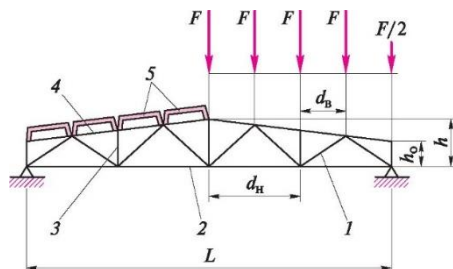
1 — қиғаштіреу; 2 — төменгі белдеу; 3 — бағана; 4 — жоғарғы белдеу; 5 — тақталар

Фермаларды болаттан, ағаштан, темірбетоннан және құрамдастырып дайындайды. Соңғы жағдайда қысуға жұмыс істейтін элементтерді сүректен немесе темірбетоннан, ал созылуға жұмыс істейтін элементтерді болаттан жасайды.

Болат және темірбетон фермаларды аралықтардың 24 м және одан да артық ұзындығында қолданады.

Итарқа фермаларының анағұрлым егжей-тегжейлі сұлбалары 53-суретте ұсынылған [7]. Итарқа фермасын есептеу мысалы [7, 166 — 173 беттерде] көрсетілген. Осындай фермаларға 11-тарау арналған [8].

Н. И.Журавский орыс ғалымы ферманы сынаған кезде келесі өзіндік тәсілді пайдаланған. Ол көпір фермасының макетінде созылған элементтерді ішектерге ауыстырған және макетті артқаннан кейін олардан ысқыны жүргізген. Анағұрлым жоғары дыбыстар оларды шығарып жатқан ішектер, анағұрлым төмен дыбыстар шығарғандарға қарағанда көбірек күшті сезінетіні туралы айтқан. Бұл тәжірибе күштер шамасын сандық анықтауға мүмкіндік бермеген, бірақ ферма ұзындығы бойымен олардың өзгерістерін өте жақсы көрсеткен.



## БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ

1. Кронштейн қандай элементтерден құралған?
2. Статикалық анықталатын кронштейндерге анықтама беріңіз және мысалдар келтіріңіз.
3. Кронштейндегі күштерді талдамалық тәсілмен анықтаудың жалпы тәртібі қандай?
4. Статикалық анықталмайтын кронштейндерге мысалдар келтіріңіз? Неге олар сондай болып табылатынын түсіндіріңіз?
5. Қарапайым статикалық анықталатын консолды фермаларға анықтама беріңіз және мысалдар келтіріңіз.
6. Консолды фермалар кронштейннен немен ерекшеленеді?
7. Консолды фермалар біліктеріндегі күштерді анықтаудың жалпы тәртібін сипаттаңыз.
8. Статикалық анықталмайтын консолды фермаларға мысалдар келтіріңіз. Олар статикалық анықталатындардан немен ерекшеленеді?
9. Статикалық анықталатын арқалық фермаларға анықтама беріңіз және мысалдар келтіріңіз.
10. Арқалық фермалар консолды фермалардан немен ерекшеленеді?
11. Максвелл—Кремон тәсілімен арқалық фермалар біліктеріндегі күштерді анықтаудың жалпы тәртібін сипаттаңыз.
12. Статикалық анықталмайтын арқалық фермаларға мысалдар келтіріңіз.

### 1.4. ЕРКІН ОРНАЛАСҚАН КҮШТЕРДІҢ ЖАЗЫҚ ЖҮЙЕСІ

1.3-бөлімде бір нүктеде қиылысатын күштердің жазық жүйесі қарастырылды. Бірақ барлық күштер немесе олардың әрекеттерінің сызықтары бір нүктеде қиылыспайтын жағдай болуы мүмкін. Мұндай жүйе *еркін орналасқан күштердің жазық жүйесі* деп аталады.

Жалпы жағдайда (1.59, а-сурет) күштер әрекетінің әртүрлі үйлесімдері болуы мүмкін: күштер бір нүктеге салынған ( $F_1$  және  $F_2$ ), күштердің әрекеттерінің сызықтары бір нүктеде қиылысады ( $F_3$  және  $F_4$ ), күштер параллель және бір жаққа ( $F_5$  және  $F_6$ ) немесе жан-жаққа ( $F$  және  $F_8$ ) бағытталған. Жеке күштер өзара тең болуы мүмкін. Мұндай жүйелер шексіз көп болуы мүмкін.

Жекелеген жағдайларда күштердің атап көрсетілген үйлесімдердің кейбіреулері жоқ. Осы жағдайлар туралы 1.4.2-бөлімде айтылады.

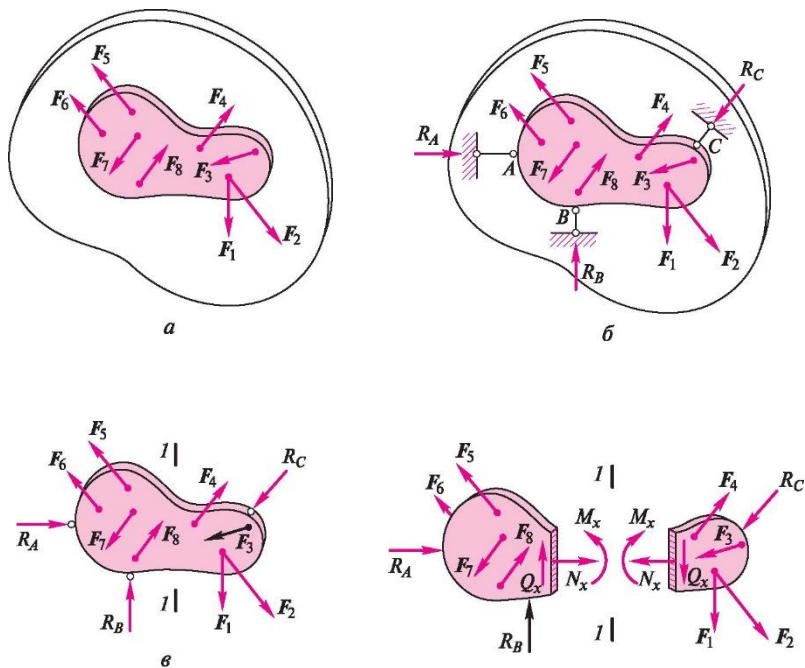
**Еркін орналасқан күштердің жазық жүйелері** жалпы да, жекеленген де жағдайларда тепе-теңдікте орналасуы да, орналаспауы да мүмкін.

Статикада тек тепе-теңдікте орналасқан жүйелер қарастырылады.

Практикалық есептерде көбінесе күштер өзіне еркін салынған жүйенің әсерінен тепе-теңдікте орналасқан жазық дене қарастырылады. Күштердің осындай жүйелерін біз осы бөлімде зерттейміз.

#### 1.4.1. Жалпы жағдай

Күштердің кез келген берілген жүйесі күштердің басқа жүйесінің көмегімен теңдестіріледі. Ол үшін берілген жүйенің күштерін салу нүктелерін, олардың әрекеттерінің бағыттарын және шамаларын көрсету қажет.



1.59-сурет. Еркін орналасқан күштердің жазық жүйесі:

*а, б — күштердің жазық жүйесінің әсеріндегі еркін және еркін емес денелер; в — активті және реактивті күштер әсерінен тепе-теңдікте орналасқан дене; г — сыртқы және ішкі күштер әсерінен тепе-теңдікте орналасқан дененің оң және сол жақтары*

Аталып өткендей, жазық дененің тепе-теңдігін кез келген үш тіреу біліктерінің көмегімен қамтамасыз етуге болады, тек олардың барлығы параллель болмауы немесе бір нүктеде қиылыспауы қажет (1.59, б-сурет). Дененің біртұтас дене ретінде тепе-теңдігі туралы статиканың бірінші міндеті  $R_a, R_b, R_c$  теңестіруші күштері болып табылатын тіреулер немесе тіреу біліктері реакциясының шамасын анықтауға сайып келеді (1.59, в-сурет). Бұл ретте денені және олардың әрекеттерінің сызықтарын салу (бекіту) нүктелері денелердің өзара әрекеттесу сұлбасынан қабылданады.

Іс жүзінде көбінесе жалпы тек бүкіл дененің тепе-теңдігі туралы есептерді ғана емес, сонымен қатар денеде пайда болатын қандай да болмасын ішкі күштермен теңдестірілетін денені ойша екі немесе одан да көп бөліктерге кесу арқылы алынған оның қандай да бір бөлігінің есептерін шешуге тура келеді. Дененің кесілген бөлігінің тепе-теңдігі туралы статиканың екінші міндеті ішкі күштердің, мысалы, сыртқы күштерді (соның ішінде тіреу реакцияларын да) теңдестіретін  $1 - 1$  қимасындағы, шамасын анықтауға мүмкіндік береді.

Оларды  $N$ ,  $Q$  және  $M$  деп белгілейміз (1.59, г-сурет). Олар туралы толығырақ әрі қарай айтылады.

Екі есеп те абсолютті қатты денеге арналған статика тепе-теңдігі теңдеулерінің көмегімен шешіледі. Есептердің екі түрін де күштердің жалпы және жекеленген жағдайларында қарастырамыз. Осы бөлімнің шамасында еркін орналасқан күштердің жазық жүйесін қысқаша еркін жүйе деп атаймыз.

*Жалпы жағдайдағы күштердің еркін жүйесінің әсеріндегі дене тепе-теңдігінің шарттары. Тіреу реакциялары.* Бір нүктеде қиылысатын күштер жүйесінің тепе-теңдік шарттарын еркін орналасқан күштер жүйесімен салыстырып, келесілерді атап өтеміз. Бірінші жүйеде жүк екі байланыстың (жазықтықтардың, біліктердің, жіптердің немесе олардың үйлесімдерінің) көмегімен тепе-теңдікте ұсталып тұрады, сондықтан есептерді шешу үшін тепе-теңдіктің екі теңдеуі жеткілікті:  $\sum X = 0$  және  $\sum Y = 0$ . Шын мәнісінде, мұндай жүйеде нүктенің тепе-теңдігі қарастырылады.

Күштердің еркін жүйесінің тепе-теңдігін зерттеген кезде нүкте емес, тепе-теңдігі бірінші жүйеде көрсетілгендей екі емес, үш байланыстың (тіреу біліктерінің) көмегімен қамтамасыз етілуі мүмкін дене (немесе пішін) қарастырылады. Демек, тепе-теңдік теңдейлері де жалпы жағдайда кем дегенде үшеу болуы керек дегенді білдіреді.

Күштердің еркін жүйесінің тепе-теңдігінің шарттары дәлелдерінің мән-жайына үнілмей, келесі, бір қарағанда айқын, бірақ аса мінсіз емес пікірмен шектелеміз. Жүйеде әрекеттері бір нүктеде қиылысатын, мысалы,  $F_1$  және  $F_2$  немесе  $F_3$  және  $F_4$ , күштер, сызықтар болуы мүмкін (1.59, а-суретті қараңыз). Мұндай күштерді  $\sum X = 0$  және  $\sum Y = 0$  үйлесетін күштері жүйесінің тепе-теңдігі теңдеулерінің көмегімен анықтауға болады. Сонымен қатар, жүйе моменттік жүктемелерді (соның ішінде күштер жұптарын да, мысалы  $F_7$  және  $F_8$ ) қамтуы мүмкін. Оларды дененің ( $A$ ,  $B$  және т.б.) кез келген нүктесіне қатысты барлық күштер моменттерінің алгебралық жиынтығы нөлге тең деп тұжырымдалатын  $\sum M_{A(B)} = 0$  теңдеудің көмегімен табуға болады.

Мұндай тәсілдеме ешбір жағдайда қатаң деп есептеуге болмайтынын тағы да атап өтеміз.  $\sum M_{A(B)} = 0$  теңдеуіне күштер жұптары ғана емес, сонымен қатар денені қарастырылатын нүктеге қатысты бұруға әрекет ететін, денеге әсер ететін шоғырланған және үлестірілген күштер де кіреді.

Ендеше, еркін орналасқан күштердің жазық жүйесінің әсеріндегі жазық дененің тепе-теңдігі туралы есептерді шешу үшін тепе-теңдіктің үш теңдеуі қажет (оларды 1 түрдің теңдеулері деп атаймыз):

$$\sum_1^n F_{xi} = 0; \quad \sum_1^n F_{yi} = 0; \quad \sum_1^n M_{A(B)i} = 0. \quad (1.4)$$



Көбінесе теңдеулерді жазудың ең қарапайым нысаны пайдаланылады:

$$\sum X = 0; \quad \sum Y = 0; \quad \sum M_{A(B)} = 0,$$

мұндағы А және В — тіреу білігі бекітілген дененің кез келген нүктелері. Әдетте мұндай нүктелер арқалықтардың тіреулері болып табылады.

Еркін орналасқан күштер жүйесінің тепе-теңдігі туралы есепті шешу үшін тепе-теңдіктің үш теңдеулерінің басқа тәуелсіз жүйесін пайдалануға болады (оларды 2 түрдің теңдеулері деп атаймыз):

$$\sum M_A = 0; \quad \sum M_B = 0; \quad \sum X = 0 \text{ или } \sum Y = 0. \quad (1.6)$$

2 түрдегі теңдеулер жүйесі көбінесе арқалықтардағы тіреу реакцияларын анықтаған кезде пайдаланылады.

*£ X = 0 және £ Y = 0 тепе-теңдік теңдеулерін құрастырған кездегі белгілер ережесі 1.2.2-бөлімде баяндалған. Моменттер белгісін анықтау үшін келесі ережені қолданады:* егер күш қарастырылатын нүктеге қатысты денені сағат тілімен айналдыруға ұмтылса, онда моментті оң деп есептейді және «плюс» белгісін қояды, ал егер сағат тіліне қарсы айналдыруға ұмтылса теріс деп есептейді және «минус» белгісін қояды.

*Жалпы жағдайдағы күштердің еркін орналасқан күштер жүйесінің әсеріндегі дене бөлшектерінің тепе-теңдік шарттары. Ішкі күштер. Осы жерге дейін тепе-теңдікті зерттеудің объектің ретінде біз денені біртұтас ретінде қарастырдық.* Еркін емес дене салынған күштер жүйесіне арналған тепе-теңдік теңдеулерін шешіп, біз теңдестіруші күштерді немесе тіреу реакцияларын таптық.

Тепе-теңдік теңдеулері тек бүкіл денеге арналған есептерді ғана емес, сонымен қатар денені қандай да болмасын жазықтықпен ойша кесу жолымен алынған оның жеке бөлшектеріне арналған есептерді шешуге мүмкіндік береді. Еркін пішінді денені осындай кесу 1.59, г-суретте көрсетілген. Қима жазықтығы есеп шартына байланысты кез келген жерде және еркін бұрышта өтуі мүмкін. Үлкен қарапайымдылық пен көрнекілік үшін денені екі, яғни оң және сол бөлікке бөлетін 1 — 1тік қимасын қарастырамыз. Екі бөлік те кесуге дейін тепе-теңдікте орналасуы тиіс.

Екі бөліктің де тепе-теңдігі қандай да болмасын ішкі күштер есебінен қамтамасыз етіледі. Физика тұрғысынан бұл молекулалардың жиынтық әсерімен немесе теңдей әсер ететін күштермен ауыстыруға болатын кесілген жазықтықта дененің әрбір бөлшегіне салынған молекула аралық күштер. Қарастырылып жатқан сол (немесе оң) бөлікке жазықтығында еркін орналасқан күштер, сондай-ақ күштер жұптары әсер еткендіктен, олар күштердің екі түрімен: қандай да болмасын теңдей әсер ететін күшпен және күштер моментімен теңдестірілуі мүмкіндігін болжау қиынды. Пайымдау қарапайымдылығы үшін теңдей әсер ететін күшті оның тік және көлденең екі құрамдасымен ауыстырған дұрыс.

Денеге тек күштер (яғни күштер жұбы болмаған жағдайда) әсер еткенде қимада моменттік күштер пайда болатынын атап өткен жөн. Біз бұған кейін көз жеткіземіз.

Сонымен, дене бөліктеріне салынған кез келген сыртқы күштер (жүктеулер) үш ішкі күштердің көмегімен теңдестірілуі мүмкін:

**43.0** дененің көлденең осымен ( $x$  осімен) сәйкес келетін күштерді *бойлық күш* деп атайды және  $N$  әрпімен белгілейді. Біз бұл күшті білікті жүйелерді қарастырған кезде кездестіреміз. Олар қиманың көлденең жылжуларын, дәлірек айтқанда дене осін бойлай жылжуды болдырмайды:

$$N_x = \sum F_{x_i} \quad (1.7)$$

**43.1** қиманың жазықтығында жатқан күштерді (бойлық күшке перпендикуляр) *көлденең күш* деп атайды және  $Q$  әрпімен белгілейді. Бір жазықтықта жатқан күштер әсер еткенде көлденең күш тік болады ( $y$  осімен бағытталған). Ол тік жүйелерді қарастырғанда кездестіреді:

$$Q_x = \sum F_{y_i} \quad (1.8)$$

Көлденең күшімен алдыңғы есептерде біз;

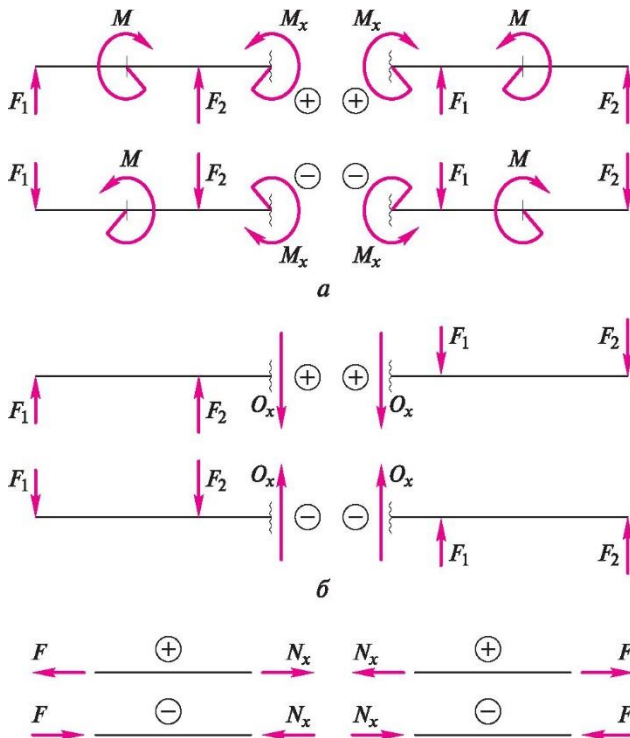
**43.2** қима бұрылуын жоятын (немесе азайтатын) моменттік күшті кездестірмедік. Бұл күшті *игіш моменті* деп атайды және  $M$  әрпімен белгілейді:

$$M_x = \sum M(F_i) \quad (1.9)$$

Тіреу реакциялары табылғаннан, сәйкесінше, күш денесіне қатысты барлық сыртқылар (активті және реактивті) белгілі болғаннан кейін, дене соңының (кез келген) қандай да болмасын  $x$  қашықтығындағы дінгектің әрбір бөлігіне арналған белгісіз ішкі күштердің үшеуі:  $N_x$ ,  $Q_x$  және  $M_x$  екенін көруге болады. Бұл олар 1 түр немесе 2 түр тепе-теңдігінің дәл сол үш теңдеуінен, бірақ бүкіл дене үшін емес, оның кез келген бөлігі үшін құрастырылған теңдеумен табылуы мүмкін дегенді білдіреді. Осылайша,  $N_x$ ,  $Q_x$  және  $M_x$  ішкі күштерін табу туралы есеп статикалық анықталатын болып табылады. Дененің сол жағына әсер ететін күштер оң жаққа әсер ететін күштерге тең болуы, бірақ қарама-қарсы бағытта болуы керектігін есте сақтаған жөн (1.59, г-суретті қараңыз).

Күштер белгілерін анықтаған кезде құрылыс механикасында жалпымен қабылданған келесі ережелерді пайдаланады:

- $M_x$  *игіш моменті* (1.60, а-сурет) дененің сол жағының тепе-теңдігін қарастырған кезде оң деп есептеледі, егер сыртқы күш қарастырылып жатқан дене бөлігін сағат тілімен («плюс» белгісі) бұруға талпынса, және егер сағат тіліне қарсы бұруға талпынса теріс деп есептеледі («минус» белгісі).



1.60-сурет. Игіш моментіне (а), көлденең (б) және бойлық (в) күштерге арналған белгілер ережелері

Оң жақтын тепе-теңдігін қарастырған кезде керісінше: сағат тіліне қарсы – «плюс» белгісі, сағат тілімен – «минус» белгісі;

1662.0  $Q_x$  көлденең күші (1.60, б-сурет) дененің сол жағының тепе-теңдігін қарастырған кезде оң деп есептеледі, егер сыртқы күш жоғарыға бағытталса («плюс» белгісі), және егер төмен бағытталса («минус» белгісі) теріс деп есептеледі. Оң жақтын тепе-теңдігін қарастырған кезде керісінше: жоғарыға бағытталған көлденең күш теріс («минус» белгісі) деп есептеледі, ал төменге бағытталса оң («плюс» белгісі) деп есептеледі.

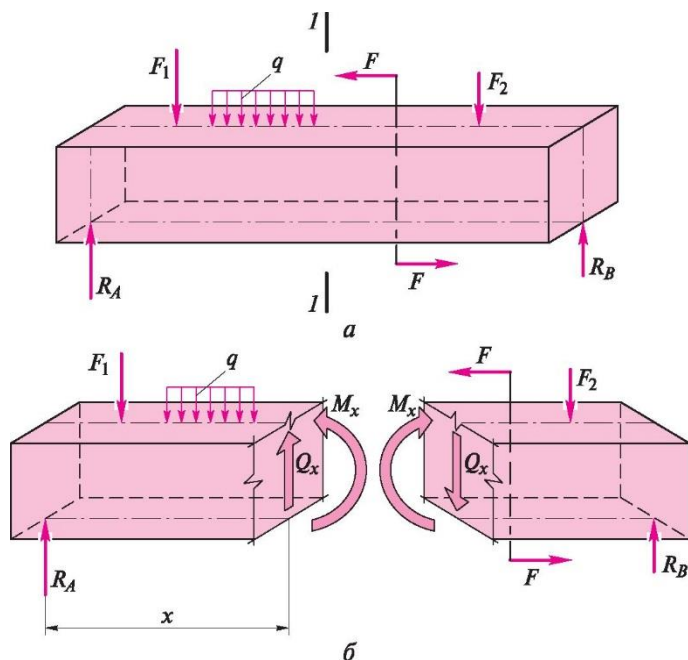
- $N_x$  бойлық күші (1.60, в-сурет) қарастырылып жатқан дене бөлігіне тәуелсіз оң («плюс» белгісі) деп есептеледі, егер күштер проекциясының жиынтығы созылуды тудырса, және теріс («минус» белгісі) деп есептеледі, егер қысылуды тудырса.

$M_x$ ,  $Q_x$  және  $N_x$  белгілерін анықтауға арналған ережелерді көбейту кестесі сияқты білу қажет, әйтпесе көрсетілген күштерді табу әрекеті бекер болып қалады. Күштерді табу –мақсаттың өзі емес, 3-тарауда қарастырылатын төзімділікті өлшеудің құрамдас бөлігі.

### 43.3 Жекелеген жағдайлар

Пішінсіз денеге еркін орналасқан күштердің жазық жүйесі әсер еткен жағдай жалпы деп аталады. Денеге күштердің жазық жүйесі әсерінің жекелеген жағдайлары екі түрге бөлінеді:

- денеде дұрыс геометриялық пішіні, симметрия осі және т.б. болғандағы дене пішінінің тұрғысынан жекеленгендер;
- денеге тек топталған немесе тек үлестірілген және т.б. параллель күштер жүйесі әсер ететін күштер әсерінің тұрғысынан жекеленгендер.



1.61-сурет. Жекеленген жағдай: діңгекке бүтіндей (а) және оның сол және оң бөліктеріне (б) салынған параллель күштер жүйесі

Күштер әсерінің тұрғысынан ең көп таралған жекеленген жағдайлар тік топталған күштер жүйесінің, тік үлестірілген жүктемелердің және күштер жұбының әсерлері болып табылады (1.61-сурет).

Діңгекке бір топталған немесе үлестірілген жүктеме, немесе бір күштер жұбы, немесе діңгек ортасына қатысты симметриялы орналасқан бірнеше күштер және т.б. әсер ететін одан да қарапайым жекелеген жағдайлар болуы мүмкін.

Арқалықты қарастырған кезде оның осіне еңіс күштердің болуы жағдайды жалпы етеді, ал тек арқалық осіне перпендикуляр күштердің және күштер жұбының әсері жекеленген жағдай етеді деп есептейміз. Мұндай тәсілдеме жалпымен қабылданған болып табылмайды, бірақ біздің оқулықта біз оны пайдаланамыз, себебі ол тіреу реакцияларын және ішкі күштерді анықтаған кезде күштер әсерінің бір-бірінен едәуір ерекшеленетін екі жағдайын оңай ажыратуға мүмкіндік береді.

Тік жүктемелер жүйесі, соның ішінде үлестірілген және топталған моменттер әсер еткенде, ол тепе-теңдіктің екі теңдеулерінен табылуы мүмкін екі реакциямен теңдестірілуі мүмкін:

$$\sum M_A = 0; \quad \sum M_B = 0.$$

Бірінші теңдеуден  $R_B$  реакциясын, ал екіншісінен  $R_A$  реакциясын анықтайды (1.61, б-сурет). Тексеру үшін үшінші теңдеу пайдаланылуы мүмкін:  $\sum Y = 0$ .

Симметриялы жүктемелер әсер еткенде теңдестіруші күштерді немесе реакцияларды одан да жеңіл табады. Бұл жағдайда бұл күштер өзара тең, және әрқайсысы бүкіл жүктеменің жартысын құрайды және  $I Y = 0$  теңдеуінен шығатын бағытына қарама-қарсы жаққа бағытталған.

Көрсетілген жекеленген жағдайларда діңгектің кез келген қимасында тек екі ішкі күш пайда болады: көлденең күш  $Q_x$  және игіш моменті  $M_x$ , ал бойлық күш  $N_x = 0$  (1.61, б-суретті қараңыз).  $Q_x$  және  $M_x$  арналған белгілер ережесі жалпы жағдайдағыдай болып қалады.

## БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ

**2472.0** Статиканың қандай екі бөлігін еркін орналасқан күштердің жазық жүйесінің тепе-теңдік теңдеулерін пайдаланып шешуге болады?

**2472.1** Жалпы жағдайда қарапайым діңгектердің тіреу реакцияларын анықтауға арналған тепе-теңдік теңдеулерін жазыңыз.

**2472.2** Дәл сол теңдеулерді жеке жағдай үшін де жазыңыз.

**2472.3** Күштер әсерінің жалпы жағдайында денеде (діңгекте) қандай ішкі күштер пайда болады?

**2472.4** Ішкі күштердің әрқайсысы үшін белгілерді қалай анықтайды?

## 1.5. ЕРКІН ОРНАЛАСҚАН КҮШ ЖҮЙЕЛЕРІНІҢ ТЕПЕ-ТЕНДІК ТЕҢДЕУЛЕРІ ҚОЛДАНЫЛАТЫН ПРАКТИКАЛЫҚ ЕСЕПТЕР

Статика тепе-тендік теңдеулерінің теориялықтан басқа елеулі қолданбалы маңызы бар, себебі көптеген практикалық есептерді шешуге мүмкіндік береді. Мысалы, олардың көмегімен дiңгектi (1.5.1-бөлiмдi қараңыз), жиектемелi (1.5.2-бөлiмдi қараңыз) және аркалы (1.5.3-бөлiмдi қараңыз) жүйелер есептеледi.

### 1. Аркалықтар және арқалықтар жүйесі

Аркалықтар қарапайым жүйелерінің ең көп таралғандары қарапайым арқалықтар (1.5.1.1-бөлiмдi қараңыз), аспалардағы және тіреулердегі арқалықтар (1.5.1.2-бөлiмдi қараңыз), консолдер (1.5.1.3-бөлiмдi қараңыз), топсалы-консолдық (1.5.1.4-бөлiмдi қараңыз) және кесілмеген (1.5.1.5-бөлiмдi қараңыз) арқалықтар.

#### 1. Екі тіреулі қарапайым арқалықтар

Қарапайым арқалық — бұл негізге біреуі топсалы-жылжымайтын, ал екіншісі топсалы-жылжымалы екі тіреудің көмегімен бекітілген тік дiңгек.

Қатты дене статикасында арқалықты есептеу  $R_A$ ,  $R_B$  тіреу реакцияларын және  $Q_x$ ,  $M_x$  ішкі күштерін анықтаудан құралған.

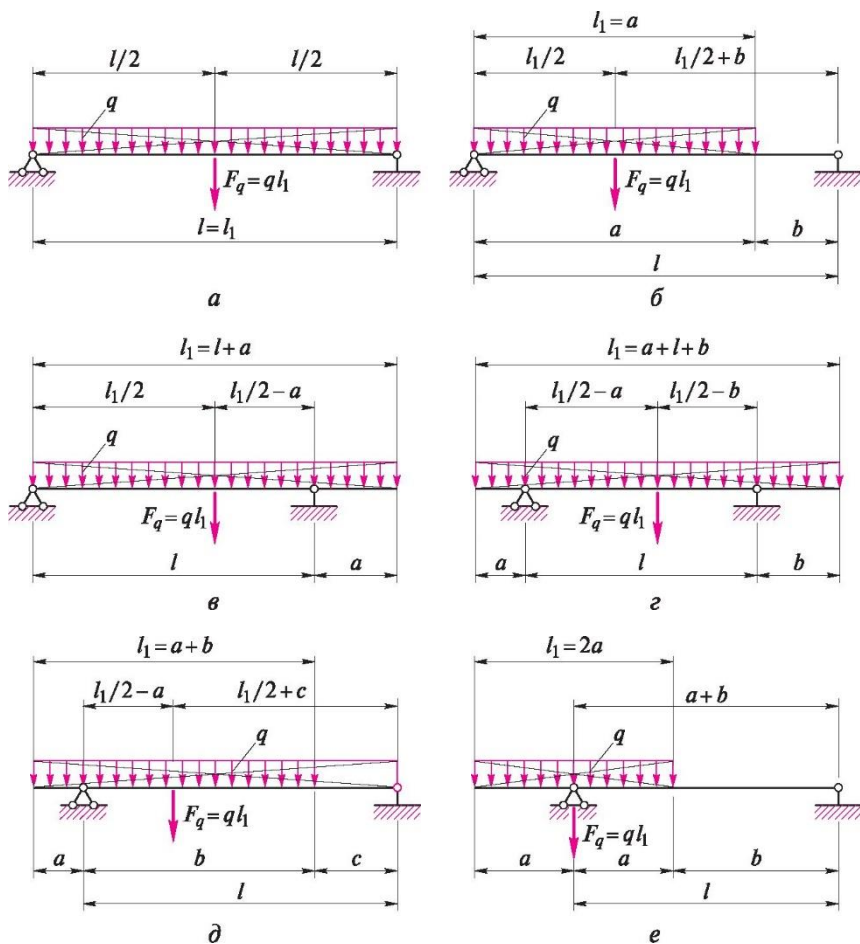
Тік жүктемелер әсерімен екі тіреулі арқалықтардың тіреу реакцияларын анықтаудың жалпы тәртібі.

1. Үлестірілген жүктемені (егер ол болса) топталған күш болып табылатын оның тең әдеттегісімен ауыстырады. Тендей үлестірілген жүктеме үшін тендей әрекет етушінің шамасы  $q$  жүктеме қарқындылығының өзі әсер етіп тұрған  $l_1$  телім ұзындығының көбейтіндісіне:  $F_q = ql_1$  (1.62-сурет).

2. Тіреулерді белгілейді. Оларды  $A$  және  $B$  әріптермен белгілеу жалпымен қабылданған. Қарапайым арқалықтың, жоғарыда атап өтілгендей, бір топсалы-жылжымайтын және бір топсалы-жылжымалы тіреулері бар.

3. Тілеулерден босатылады және олардың әсерін реакцияларымен дiңгектерге ауыстырады. Тіреулер реакциялары тек тік болады. Әдетте оларды жоғарыға (негізгі жүктеме әсеріне қарсы) бағыттайды.  $A$  тіреуінің реакциясын  $R_A$  деп,  $B$  тіреуінің реакциясын  $R_B$  деп белгілейді.

4. Түр тең  $\sum M_A = 0$ ;  $\sum M_B = 0$  астырады



1.62-сурет. Үлестірілген жүктеменің арқалыққа әсерінің нұсқалары

*a* — жүктеме арқалықтың бүкіл ұзындығында; *б* — арқалықтың бөліктеріне; *в* — бір консолды телімдерімен арқалықтың бүкіл ұзындығында; *г* — екі консолды телімдерімен арқалықтың бүкіл ұзындығында; *д* — бүкіл консолды телімде және тіреулер арасындағы арқалық бөліктеріне; *е* — бүкіл консолды телімде және консолды телімге тең тіреулер арасындағы арқалық бөліктеріне әсер етеді

Осы теңдеулерді шешеді және  $R_A$  және  $R_B$  реакцияларын.

5. Шешімді тексеруді орындайды. Ол үшін  $\sum Y = 0$  тепе-теңдік теңдеуін құрастырады. Егер ол әділ болса, демек реакциялар дұрыс табылған, ал егер әділ болмаса, шешімде қате кеткен.

Тепе-теңдік теңдеулерін құрастырған кезде тіреулерге қатысты күйі

Үлестірілген жүктеменің әсер ету жағдайларының әртүрлілігіне қармастан, оларды 1.62, а—е-суретте көрсетілген алты түрге қысқартуға болады, ондағы  $l$  — А және В тіреулері арасындағы қашықтық;  $l_1$  — үлестірілген жүктемемен жүктелген телім ұзындығы,  $a$ ,  $b$  және  $c$  — өзге өлшемдер. Алты жағдайдың (а—е) әрқайсысы үшін үлестірілген жүктеме әсеріндегі тепе-теңдік тендеулерін құрастырамыз:

$$a) M_A^q = ql \frac{l}{2} = \frac{ql^2}{2}; \quad M_B^q = -ql \frac{l}{2} = -\frac{ql^2}{2};$$

$$б) M_A^q = qa \frac{a}{2} = \frac{qa^2}{2}; \quad M_B^q = -\frac{qa}{2} \left( b + \frac{a}{2} \right);$$

$$в) M_A^q = q(l+a) \frac{l+a}{2} = \frac{q(l+a)^2}{2}; \quad M_B^q = -q(l+a) \left( \frac{l+a}{2} - a \right);$$

$$г) M_A^q = q(a+l+b) \left( \frac{a+l+b}{2} - a \right);$$

$$M_B^q = -q(a+l+b) \left( \frac{a+l+b}{2} - b \right);$$

$$д) M_A^q = q(a+b) \left( \frac{a+b}{2} - a \right); \quad M_B^q = -q(a+l+b) \left( \frac{a+b}{2} + c \right);$$

$$е) M_A^q = 0; \quad M_B^q = -2qal.$$

Арқалық қималарындағы ішкі күштерді анықтау. тіреу реакцияларын анықтағаннан кейін арқалық қималарындағы  $Q_x$  және  $M_x$  ішкі күштерін табады.

[6] көрсетілген дәлелдерге тоқтамай, игіш моменті  $M_x$ , көлденең күш  $Q_x$  және үлестірілген жүктеме  $q$  арасында келесі дифференциалдық тәуелділіктер бар деп көрсетеміз:

$$dM_x / dx = Q_x,$$

яғни арқалықтың кез келген қимасындағы игіш моментінің бірінші туындысы осы қимадағы көлденең күшке тең;

$$dQ_x / dx = q,$$

яғни арқалықтың кез келген қимасындағы көлденең күш теңдеуінің бірінші туындысы арқалық осіне перпендикуляр әсер ететін үлестірілген жүктемеге тең.

Келтірілген тәуелділіктерден үлестірілген жүктеме игіш моменті теңдеуінің екінші туындысына теңдігі шығады:

$$q = d^2 M_x / dx^2.$$



Кері есеп үлкен қызығушылық тудырады Б: белгілі  $q$  бойынша  $Q_x$  және  $M_x$  табу. Ол көрсетілген дифференциалдық тәуелділіктер негізінде интегралдау көмегімен шешіледі:

$$Q_x = \int q \, dx + Q;$$

$$M_x = \int Q_x \, dx + C_2 -$$

Көптеген жағдайларда қималардың бірінде ішкі күшті анықтау келесі есептеулер үшін жеткіліксіз болып табылады. Әдетте ең көп ішкі күштер пайда болатын қималар қызығушылық тудырады. Егер осы қималарда беріктік қамтамасыз етілсе, демек ол ішкі күштері аз дененің барлық қалған жерлерінде де қамтамасыз етіледі.

Осы мақсаттарда күштердің әрқайсысының қандай мәндері дененің кез келген қимасында пайда болатынын көруге мүмкіндік беретін күштердің дене ұзындығы бойынша өзгеруінің сәйкес графиктерін тұрғызады. Осындай графикті тұрғызудың басты мақсаты қандай да болмасын күштің ең көп (максималды) мәні пайда болатын қиманы анықтау болып табылады.  $M_x$  және  $Q_x$  ішкі күштерінің ең көп мәндері арқалықтың бір қимасында емес, әдетте, ұзындығы бойынша әртүрлілерде пайда болғандықтан, графиктерді күштердің әрқайсысы үшін бөлек, яғни  $M_x$  үшін өзінің және  $Q_x$  үшін өзінің графикін тұрғызу қажет.  $M_x$  және  $Q_x$  күштерінің арқалық ұзындығы бойынша өзгеру графиктері сәйкесінше  $M_x$  және  $Q_x$  эпюрлері деп аталады.

Осындай графиктерді (эпюрлерді) тұрғызуға әртүрлі тәсілдемелер бар. Мысалы, арқалықты телімдерге бөлуге (0,5 немесе 1 м кейін немесе басқаша), әр қимадағы күштерді анықтауға, оларды осьтен белгілі масштабта салуға және алынған нүктелерді қосуға болады. Мұндай тәсіл күштерді конструкция ұзындығы бойынша үлестіру сипаты туралы түсінік береді, бірақ жеткілікті дәл болып табылмайды, себебі ең көп мән тандалған нүктелер арасында (телімнің ішінде) болып шығуы мүмкін.

Сондықтан эпюрлерді тұрғызудың келесі екі тәсілін пайдаланады:

- телімдер бойынша;
- сипатты нүктелер бойынша.

Сипатты нүктелер (қималар) арқалықтың соңғы қималары (ұштары), тіреу реакциялары салынған тіреулер, топталған күштерді салу нүктелері, үлестірілген жүктеменің әрекеті басының және соңының нүктелері болып табылады.

**$Q_x$  және  $M_x$  эпюрлерін «телімдер бойынша» тәсілімен тұрғызудың жалпы тәртібі.**

1. Тіреу реакциясын анықтайды.
2. Шектері сипатты нүктелер болып табылатын арқалықтарды телімдерге бөлшектейді, және осындай телімдер санын анықтайды.
3. Телімдерді нөмірлейді. Егер жүктеме күрделі болмаса, онда оларды солдан оңға қарай тәртібі бойынша, яғни арқалық соңының сол жағынан оң жағына дейін, нөмірлеуге болады.

Егер телімдер көп болса, онда олардың бір бөлігін арқалықтың оң ұшынан бастап нөмірлеуге болады. Осының арқасында тепе-теңдік теңдеулерін қарау жеңіл болады.

4. Әрбір телім шеңберінде 1 — 1, 2—2 және т.б. қималар жүргізеді. Әрбір қиманы арқалықтың сол немесе оң ұшына сәйкесінше  $x_1$ ,  $x_2$  және т.б. координаттармен «байлайды»;

5.  $x_1$ ,  $x_2$  және т.б. координаттардың әрқайсысының шекті мәндерін анықтайды.

6.  $x_1$ ,  $x_2$  және т.б. координаттарына сандық мәндер беріп, алдымен жалпы түрде қималардың әрқайсысында, содан кейін шекті нүктелердегі  $Q_x$  мәндерін анықтайды.  $Q_x$  эпюрасын белгілі масштабта арқалық осінен табылған көлденең күштердің мәндерін салып тұрғызады және алынған кесінділердің ұштарын біріктіреді.

7.  $x_1$ ,  $x_2$  және т.б. координаттарына сандық мәндер беріп, алдымен жалпы түрде қималардың әрқайсысында, содан кейін шекті нүктелердегі  $M_x$  мәндерін анықтайды.  $M_x$  эпюрасын белгілі масштабта арқалық осінен табылған игіш моменттер мәндерін салып тұрғызады және алынған кесінділердің ұштарын біріктіреді.

Үлестірілген жүктеме болмаған жағдайда  $M_x$  өзгеруінің (эпюрінің) графигі соңғы болып табылады, ал үлестірілген жүктеме болған жағдайда осы телімдегі  $M_x$  шұғыл мәнін табу қажет, ол үшін үлестірілген жүктеменің әсерінің басталу нүктесінен  $M_x$  шұғыл мәнімен қимасы қандай қашықтықта орналасқанын білу тиіс. Бұл қашықтықты екі тәсілмен анықтайды:

• момент өрнегінен бірінші туындыны табады және оны нөлге теңестіреді:

$$\frac{dM_x}{dx} = 0;$$

• үшбұрыштар ұқсастарын қарастырып,  $Q_x$  эпюрі бойынша анықтайды.

$Q_x$  және  $M_x$  эпюрлерін «сипатты нүктелер» тәсілімен тұрғызу тәртібі эпюрлерді тұрғызу үшін «телімдер бойынша» тәсілін қолданатын 1.10—1.18 мысалдарынан кейін баяндалған.

1.10 мысал. Тіректі қарсы әсерлерді анықтау және 1.63, а сур. келтірілген арқалықтарға арналған  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларын сызу, егер  $F = 10$  кН,  $l = 4$  м болса.

Шешім.

1. Тіректі қарсы әсерлерді анықтаймыз. Арқалық симметрия өсіне ие болатындықтан және  $F$  күші тірекке қатысты симметриялы берілетіндіктен, онда, тіректі қарсы әсерлер -  $R_A = R_B = F/2 = 5$  кН болса керек.

2. Арқалықты екі учаскеге бөлеміз (I және II).

3. Әрбір учаскеде  $Q_x$  көлденең күшін анықтаймыз.

I ( $0 < x_1 < l/2$ ) учаскесі:

$Q_{x1} = R_a = F/2 = 5 \text{ кН}$  — барлық I учаскесінде тұрақты, яғни,  $x_1$  тәуелді болмайтын шама.

II ( $l/2 < x_2 < l$ ) учаскесі:

$Q_{x2} = R_a - F = F/2 - F = -5 \text{ кН}$  — барлық II учаскесінде тұрақты шама.

Арқалықтың оң жақ бөлігін, оң жақ ұшынан (тіреуден) II учаскесі үшін  $x_2$  есептей отырып, қарастыруға болады, яғни,  $0 < x_2 < l/2$ . Онда  $Q_{x2} = -F/2 = -5 \text{ кН}$ , яғни, нәтиже арқалықтың сол жақ бөлігін қарастыру кезіндегідей болады.

Табылған мәндер бойынша арқалық ұзындығы немесе  $Q_x$  эпюрасы (1.63, б сур.) бойынша  $Q_x$  өзгеріс кестесін құрамыз.

Әрбір учаскеде  $M_x$  иілу сәттерін анықтаймыз. I ( $0 < x_1 < l/2$ ) учаскесі:

$$M_{x1} = R_a x_1 = F/2 x_1;$$

•  $x_1$  кезінде  $= 0 \quad M_{x1} = 0;$

•  $x_1$  кезінде  $= l/2$

$$M_{x1} = \frac{F l}{2 \cdot 2} = \frac{Fl}{4} = 10 \frac{4}{4} = 10 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

II учаскесі үшін сол жақ және оң жақ бөліктерді қарастыруға болады. Бұл ретте белгілердің ережелерін қадағалау қажет. Оң жақ бөлікті қарастыру оңайырақ болады.

II ( $0 < x_2 < l/2$ ) учаскесі:

$$M_{x2} = R_b x_2 = F/2 \cdot x_2;$$

•  $x_2$  кезінде  $= 0 \quad M_{x2} = 0;$

•  $x_2$  кезінде  $= l/2 \quad M_{x2} =$

$$M_{x2} = \frac{F l}{2 \cdot 2} = \frac{Fl}{4} = 10 \text{ кН} \cdot \text{м,}$$

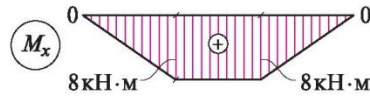
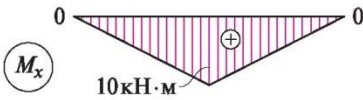
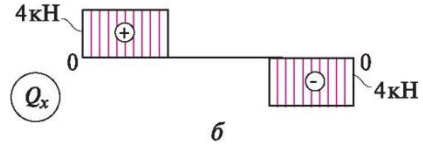
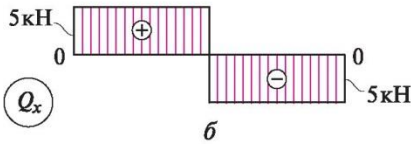
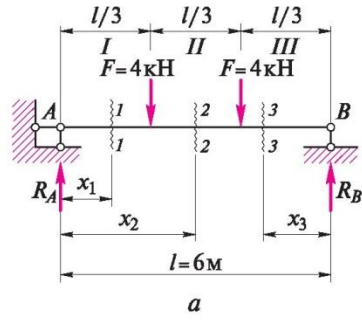
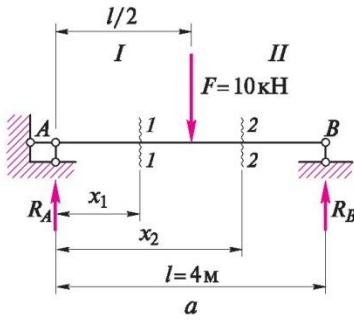
яғни  $M_{x2} = M_{x1}.$

Табылған мәндер бойынша арқалық ұзындығы немесе  $M_x$  эпюрасы (1.63, в сур.) бойынша  $M_x$  өзгеріс кестесін құрамыз.

**1.11 мысал.** Тіректі қарсы әсерлерді анықтау және 1.64, а сур. келтірілген арқалықтарға арналған  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларын сызу, егер  $F = 4 \text{ кН}$ ,  $l = 6 \text{ м}$  болса.

**Шешім.**

1. Тіректі қарсы әсерлерді анықтаймыз. 1.10 мысалдағыдай, арқалық пен жүктемелер өс симметрия өсіне ие болады. Бұл қасиетті қолдана отырып,  $F + F R_a = R_b =$  ^  
 $= F = 4 \text{ кН}$  аламыз. Осылайша, шама бойынша әрбір реакция  $F$  күшіне тең болады, бұл қандай да болмасын есептеулерсіз де анық болады.



1.63 сурет. 1.10 мысалға  
а — берілген сызба; б —  $Q_x$   
эпюрасы; в —  $M_x$  эпюрасы

1.64 сур. 1.11 Мысалға  
а — арқалықтың берілген  
сызбасы; б —  $Q_x$  эпюрасы; в —  $M_x$   
эпюрасы

2. Арқалықты үш учаскеге бөлеміз (I— III).

3. Әрбір учаскеде  $Q_x$  көлденең күштерін анықтаймыз. I ( $0 < x_1 < l/3$ ) учаскесі:

$Q_{x1} = R_a = F = 4$  кН — барлық учаскедегі тұрақты шама.

II учаскесі:  $(\frac{l}{3} \leq x_2 \leq \frac{2}{3}l)$ :

$Q_{x2} = R_a - F = F - F = 0$ , яғни, аталған учаскеде арқалықтың көлденең күштердің әрбір кимасы (нүктесі) нөлге тең болады.

III учаскесі үшін арқалықтың оң жақ бөлігін қарастырған дұрыс.

III учаскесі ( $0 < x_3 < l/3$ ):

$Q_{x3} = -R_b = -F = -4$  кН — барлық учаскедегі тұрақты шама. Табылған мәндер бойынша арқалық ұзындығы немесе  $Q_x$  эпюрасы (1.64, б сур.) бойынша  $Q_x$  өзгеріс кестесін құрамыз.

1. 4. Әрбір учаскеде  $M_x$  иілу сәттерді анықтаймыз.

I ( $0 < x_1 < l/3$ ) учаскесі:

$$M_{x1} = RaXi = Fxi;$$

$$x_1 \text{ кезінде} = 0 \quad M_{x1} = 0;$$

$$x_1 = 1/3 \text{ кезінде } M_{x_1} = F \frac{l}{3} = 4 \frac{6}{3} = 8 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

$$\left( \frac{l}{3} \leq x_2 \leq \frac{2}{3}l \right);$$

II Учаскі

$$M_{x_2} = R_A x_2 - F(x_2 - l/3);$$

егер  $x_2 = l/3$   $M_{x_2} = R_A \frac{l}{3} - F \cdot 0 = 4 \frac{6}{3} = 8 \text{ кН} \cdot \text{м};$

егер  $x_2 = \frac{2}{3}l$   $M_{x_2} = R_A \frac{2}{3}l - F\left(\frac{2}{3}l - \frac{l}{3}\right) = F \frac{2}{3}l - F \frac{l}{3} = F \frac{l}{3} = 4 \frac{6}{3} = 8 \text{ кН} \cdot \text{м.}$

III учаскі ( $0 < x_3 < l/3$  — арқалықтың оң жақ бөлігін қарастырамыз):

$$M_{x_3} = R_B x_3;$$

егер  $x_3 = 0$   $M_{x_3} = 0;$

егер  $x_3 = l/3$   $M_{x_3} = R_B \frac{l}{3} = F \frac{l}{3} = 4 \frac{6}{3} = 8 \text{ кН} \cdot \text{м.}$

Табылған мәндер бойынша арқалық ұзындығы немесе  $M_x$  эпюрасы (1.64, в сур.) бойынша  $M_x$  өзгеріс кестесін құрамыз.

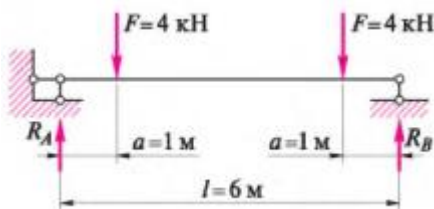
1.6 тапсырма. 1.11 мысалда I— III учаскелері өз араларында тең болатын дара оқиға қарастырылған. Тіректі қарсы әсерлері анықтаңыз және I және III учаскелерінің өз араларында тең, бірақ II учаскесіне (1.65 сур.) тең болмайтын ең жалпы оқиғалары үшін  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларын сызыңыз,  $F = 4 \text{ кН}$ ,  $l = 6 \text{ м}$ ,  $a = 1 \text{ м}$ .

1.12 мысал. Тіректі қарсы әсерлерді анықтау және 1.66 сур. келтірілген арқалық үшін  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларын құру, егер  $F = 3 \text{ кН}$ ,  $l = 6 \text{ м}$  болса.

Шешім.

1. Тіректі қарсы әсерлерді анықтаймыз. 1.10 және 1.11 мысалдарында көрсетілгендей, арқалық пен жүктеме симметрия өсіне ие болады, сондықтан әрбір тіректі қарсы әсер барлық жүктеменің жартысына тең болады:  $R_A = R_B = 3F/2 = 1,5F = 4,5 \text{ кН}$ .

1.65 сур. 1.6 тапсырмаға



2. Арқалықты төрт учаскеге бөлеміз. *I* және *II* учаскелері үшін арқалықтың сол жақ бөлігін, ал *III* және *IV* учаскелері үшін — оң жақ бөлігін қарастыратын боламыз, бұл ретте оларды тиісті тірекке байланысты тәртіпте нөмірлейтін боламыз.

3. Әрбір учаскеде  $Q_x$  көлденең күштерін анықтаймыз.

*I* ( $0 < x_1 < l/4$ ) учаске:

$Q_{x1} = R_a = 1,5F = 4,5 \text{ кН}$  — барлық учаскеде.

*II* ( $l/4 < x_2 < l/2$ ) учаске:

$Q_{x2} = R_a = F = 1,5F - F = 0,5F = 0,5 \cdot 3 = 1,5 \text{ кН}$  — барлық учаскеде.

*III* ( $0 < x_3 < l/4$ ) учаске:

$Q_{x3} = -R_b = -1,5F = -4,5 \text{ кН}$  — барлық учаскеде.

*IV* ( $l/4 < x_4 < l/2$ ) учаске:

$Q_{x4} = -R_b + F = -1,5F + F = -0,5F = -1,5 \text{ кН}$  — барлық учаскеде.

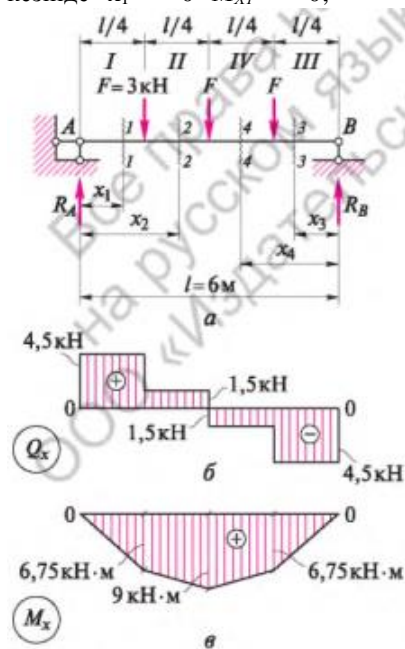
Табылған мәндер бойынша арқалық ұзындығы немесе  $Q_x$  эпюрасы (1.66, б сур.) бойынша  $Q_x$  өзгеріс кестесін құрамыз.

4. Әрбір учаскеде  $M_x$  иілуші сәттерді анықтаймыз.

*I* ( $0 < x_1 < l/4$ ) учаске:

$M_{x1} = R_a x_1$

кезінде  $x_1 = 0$   $M_{x1} = 0$ ;



1.66 сур. 1.12 мысалға:

*a* — арқалықтың берілген сызбасы; *б* — эпюра  $Q_x$ ; *в* — эпюра  $M_x$ .

егер  $x_1 = l/4$   $M_{x_1} = R_A \frac{l}{4} = 1,5F \frac{l}{4} = \frac{1,5 \cdot 3 \cdot 6}{4} = 6,75 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

Участок II ( $l/4 \leq x_2 \leq l/2$ ):

$$M_{x_2} = R_A x_2 - F(x_2 - l/4);$$

• егер  $x_2 = l/4$   $M_{x_2} = R_A \frac{l}{4} - F\left(\frac{l}{4} - \frac{l}{4}\right) = 1,5F \frac{l}{4} = \frac{1,5 \cdot 3 \cdot 6}{4} = 6,75 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ;

• егер  $x_2 = l/2$   $M_{x_2} = R_A \frac{l}{2} - F\left(\frac{l}{2} - \frac{l}{4}\right) = 1,5F \frac{l}{2} - F \frac{l}{4} = \frac{1,5 \cdot 3 \cdot 6}{2} - \frac{3 \cdot 6}{4} = 13,5 - 4,5 = 9 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

Участок III ( $0 \leq x_3 \leq l/4$ ):

$$M_{x_3} = R_B x_3;$$

• егер  $x_3 = 0$   $M_{x_3} = 0$ ;

• егер  $x_3 = l/4$   $M_{x_3} = R_B \frac{l}{4} = 1,5F \frac{l}{4} = \frac{1,5 \cdot 3 \cdot 6}{4} = 6,75 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

Участок IV ( $l/4 \leq x_4 \leq l/2$ ):

$$M_{x_4} = R_B x_4 - F(x_4 - l/4);$$

• егер  $x_4 = l/4$   $M_{x_4} = R_B \frac{l}{4} - F\left(\frac{l}{4} - \frac{l}{4}\right) = 1,5F \frac{l}{4} = \frac{1,5 \cdot 3 \cdot 6}{4} = 6,75 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ;

• егер  $x_4 = l/2$   $M_{x_4} = R_B \frac{l}{2} - F\left(\frac{l}{2} - \frac{l}{4}\right) = 1,5F \frac{l}{2} - F \frac{l}{4} = \frac{1,5 \cdot 3 \cdot 6}{2} - \frac{3 \cdot 6}{4} = 9 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

1. 1.13 мысал. Тіректі қарсы әсерлерді анықтаймыз және 1.67, а, сур. келтірілген арқалықтар үшін  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларын құраймыз, егер  $F = 6 \text{ кН}$ ,  $l = 5 \text{ м}$ ,  $a = 2 \text{ м}$ ,  $b = 3 \text{ м}$  болса.

**Шешім.** 1.10 – 1.12 мысалдарына қарағанда  $F$  жүктемесі арқалықтың орталығына қатысты симметриялы емес қоса берілген, сондықтан тіректі қарсы әсерлерді табу үшін тепе-теңдік теңдеуін қолдану керек болады

1. Тіректі қарсы әсерлерді анықтаймыз. Аталған ең қарапайым жағдайда оларды интірек ережесін қолдана отырып табуға болады, бірақ статика теңдеуінің екі тепе-теңдігін қолданған дұрыс болады:  $\Sigma M_L = 0$ ;  $\Sigma M_B = 0$ .

Аталған мысал үшін бірінші теңдеу келесі түрді қабылдайды

$$R_B - R_B l = 0,$$

мұнда

$$R_B = F \frac{a}{l} = 6 \frac{2}{5} = 2,4 \text{ кН}.$$

Екінші теңдеу келесі түрді қабылдайды

$$R_A l - F b = 0,$$

мұнда

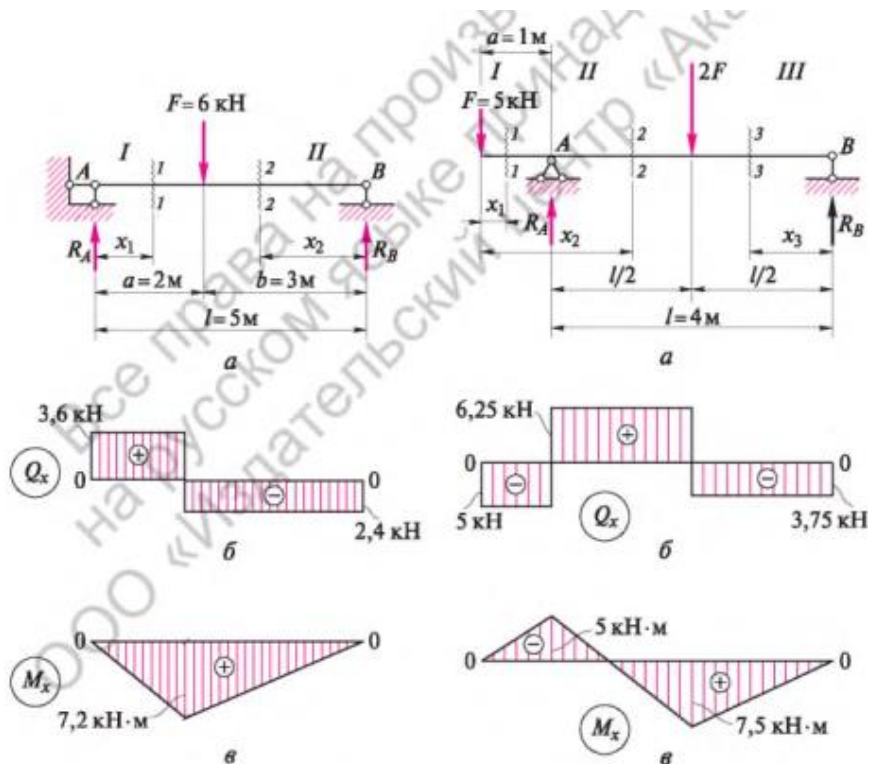
$$R_A = F \frac{b}{l} = 6 \frac{3}{5} = 3,6 \text{ кН}.$$

1.67 сур. 1.13 мысалға:

$a$  — арқалықтың берілген сызбасы;  $b$  — эюра  $Q_x$ ;  $в$  — эюра  $M_x$

1.68 сур. 1.14 мысалға:

$a$  — берілген сызба;  $b$  — эюра  $Q_x$ ;  $в$  — эюра  $M_x$





Үшінші тендеу  $X \cdot Y = 0$  алынған нәтижелердің дұрыстығын тексеру үшін қолдануға болады:  $R_A - F + R_B = 0$ ;  $2,4 - 6 + 3,6 = 0$ ;  $0 = 0$ . Тіректі қарсы әсерлер дұрыс табылды.

2. Арқалықты екі учаскеге (I және II) бөлеміз: біріншісі — A тіреуінен, екіншісі — B тіреуінен.

3. Әрбір учаскеде  $Q_x$  көлденең күштерін анықтаймыз.

I учаске ( $0 < x_1 < a$ ):

$Q_{x1} = R_a = 3,6$  кН — барлық учаскеде.

II учаске (0

$Q_{x2} = -R_B = -2,4$  кН — барлық учаскеде.

Арқалық немесе  $Q_x$  (1.67, б сур.) эпюра ұзындығы бойынша  $Q_x$  өзгеріс кестесін құрамыз.

3. Әрбір учаскеде  $M_x$  иілгіш сәттерді анықтаймыз.

I учаске ( $0 < x_1 < a$ ):

$$M_{x1} = R_A x_1;$$

•  $x_1$  кезінде  $= 0$   $M_{x1} = 0$ ;

•  $x_1$  кезінде  $= a$   $M_{x1} = R_A a = 3,6 \cdot 2 = 7,2$  кН • м.

II учаске ( $0 < x_2 < b$ ):

$$M_{x2} = R_B x_2;$$

•  $x_2$  кезінде  $= 0$   $M_{x2} = 0$ ;

•  $x_2$  кезінде  $= b$   $M_{x2} = R_B b = 2,4 \cdot 3 = 7,2$  кН • м.

Арқалық немесе  $M_x$  (1.67, в сур.) эпюра ұзындығы бойынша  $M_x$  өзгеріс кестесін құрамыз.

1.14 мысал. Тіректі қарсы әсерлерді анықтаймыз және 1.68, а, сур. келтірілген арқалықтар үшін  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларын құраймыз, егер  $F = 5$  кН,  $l = 4$  м,  $a = 1$  м болса.

Шешім.

1. Тіректі қарсы әсерлерді анықтаймыз. Арқалық та, жүктеме де симметрия өсіне ие емес, сондықтан тепе-теңдік тендеуін жасаймыз:

$$\sum M_A = 0, \text{ или } -Fa + 2Fl/2 - R_B l = 0,$$

мұнда  $R_B = \frac{-Fa + 2Fl/2}{l} = \frac{-5 \cdot 1 + 2 \cdot 5 \cdot 2}{4} = \frac{15}{4} = 3,75$  кН;

$$\sum M_B = 0, \text{ или } -F(l+a) + R_A l - 2Fl/2 = 0,$$

мұнда  $R_A = \frac{F(l+a) + 2Fl/2}{l} = \frac{5(4+1) + 2 \cdot 5 \cdot 2}{4} = \frac{45}{4} = 11,25$  кН.

Тексеріс:  $X \cdot Y = 0$ ;  $-F + R_A - 2F + R_B = 0$ ;  $-5 + 11,25 - 2 \cdot 5 + 3,75 = 0$ ;  $0 = 0$ .

Тіректі қарсы әсерлер дұрыс табылған.

2. Арқалықты үш учаскеге (I— III) бөлеміз. Үшінші учаске үшін арқалықтың оң жақ бөлігін қарастырған дұрысырақ болады. Әрбір учаскеде  $Q_x$  көлденең күштерін анықтаймыз.

I учаске ( $0 < x_1 < a$ ):

$Q_{x1} = -F = -5 \text{ кН}$  — барлық учаскеде.

II учаске ( $a < x_2 < a + l/2$ ):

$Q_{x2} = -F + R_a = -5 + 11,25 = 6,25 \text{ кН}$  — барлық учаскеде.

III учаске ( $0 < x_3 < l/2$ ):

$Q_{x3} = -R_b = -3,75 \text{ кН}$  — барлық учаскеде.

Табылған мәндер бойынша  $Q_x$  (1.68, б сур.) эпюрасын құраймыз. Әрбір учаскеде  $M_x$  иілгіш сәттерін анықтаймыз. I учаске ( $0 < X_1 < a$ ):

$$M_x = -Fx_1;$$

- $x$  кезінде,  $= 0$   $M_{x1} = 0$ ;
  - $x$  кезінде,  $= a$   $M_{x1} = -Fa = -5 \cdot 1 = -5 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .
- II учаске ( $a < x_2 < a + l/2$ ):

$$M_{x2} = -Fx_2 + Ra(x_2 - a);$$

- $x_2$  кезінде  $= a$   $M_{x2} = -Fa + Ra(a - a) = -5 \cdot 1 + 11,25 \cdot 0 = -5 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ;
- $x_2$  кезінде  $= a + l/2$   $M_{x2} = -F(a + l/2) + Ra \cdot l/2 = -5(1 + 2) + 11,25 \cdot 2 = -15 + 22,5 = 7,5 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

III учаске ( $0 < x_3 < l/2$ ):

$$M_{x3} = R_b x_3;$$

- $x_3$  кезінде  $= 0$   $M_{x3} = 0$ ;
- $x_3$  кезінде  $= l/2$   $M_{x3} = R_b l/2 = 3,75 \cdot 2 = 7,5 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

Табылған мәндер бойынша  $M_x$  (1.68, в сур.) эпюрасын құраңыздар.

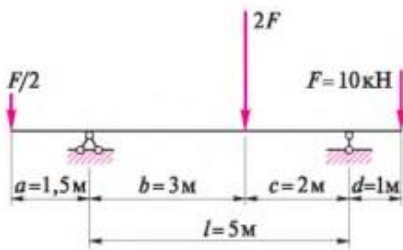
1.7 тапсырма. Тіректі қарсы әсерлерді анықтаңыз және 1.69 сур. келтірілген арқалықтар үшін  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларын құраңыз, егер  $F = 10 \text{ кН}$ ,  $a = 1,5 \text{ м}$ ,  $b = 3 \text{ м}$ ,  $c = 2 \text{ м}$ ,  $d = 1 \text{ м}$  болса.

1.15 мысал. Тіректі қарсы әсерлерді анықтаймыз және 1.70, а, сур. келтірілген арқалықтар үшін  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларын құраймыз, егер  $l = 3,5 \text{ м}$ ,  $M = 7 \text{ кН} \cdot \text{м}$  болса.

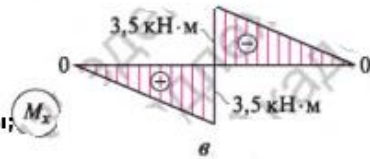
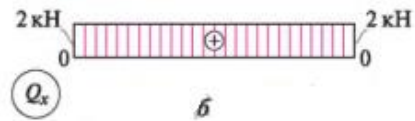
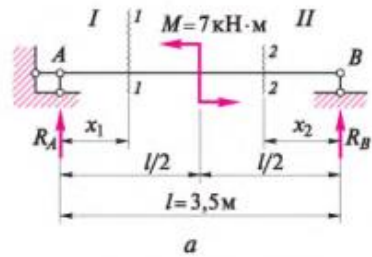
Шешім.

1. Тіректі қарсы әсерлерді анықтаймыз.  $M$  сәті арқалықтың аралығында берілген болса да, бұл жағдайды шешулер кезінде симметрия қасиеті қолданылатын тапсырмаларға жатқызуға болмайды, үйткені бұл сәт тіреулерге қос тіреуді бірдей қысатын арқалықтың орталығына қоса берілген күшке қарағанда түрлі әрекеттермен ықпал жасайды (біреуін қысады, ал екіншісін «жұлады»). Сондықтан тіректі қарсы әсерлерді анықтау үшін тепе-теңдік теңдеуін жасаймыз:

$$\sum M_A = 0, \text{ или } -M - R_B l = 0,$$



1.69 сурет, 1.7 есепке



1.70 сурет, 1.15 мысалға

**а** – арқылықтың берілген сызбасы;  
**б** – эпюра  $Q_x$ ; **в** – эпюра  $M_x$

$$\text{мұнда } R_B = -\frac{M}{l} = -\frac{7}{3.5} = -2 \text{ кН.}$$

$$\sum M_B = 0, \text{ яғни } -M + R_A l = 0,$$

$$\text{мұнда } R_A = \frac{M}{l} = \frac{7}{3.5} = 2 \text{ кН.}$$

Осылайша, тіректі қарсы әсерлер шамасы бойынша тең болады, бірақ түрлі бағыттарға бағытталған. Олар сыртқы сәтті теңестіруші күштер жұбын (кН 2 күш модулімен және 1 иінімен) құрайды.

$R_A + R_B = 0$  түрін қабылдайтын  $\sum Y = 0$  теңдеуін қолдана отырып, тексерісті орындаймыз. Тіректі қарсы әсерлердің табылған мәндерін қоя отырып,  $2 - 2 = 0$ , немесе  $0 = 0$  аламыз. М сәтті өсте проекцияланбайды.

2. Арқалықты 1.70, а сур. көрсетілгендей екі учаскеге (I және II) бөлеміз.

Әрбір учаскеде  $Q_x$  көлденең күштерді анықтаймыз. I учаске ( $0 < x_1 < l/2$ ):  $Q_{x1} = R_A = 2 \text{ кН}$  — барлық учаскеде. II учаске ( $0 < x_2 < l/2$ ):  $Q_{x2} = -R_B = 2 \text{ кН}$  — барлық учаскеде. Арқалықтың ұзындығы бойынша  $Q_x$  — шама тұрақты екендігі көрінетін  $Q_x$  (1.70, б сур.) эпюрасын құрамыз.

Әрбір учаскеде  $M_x$  иілгіш сәттерін анықтаймыз. I учаске ( $0 < x_1 < l/2$ )

$$M_{x1} = R_a x_1$$

- $x_1$  кезінде  $= 0$   $M_{x1} = 0$ ;
- $x_1$  кезінде  $= 1/2$   $M_{x1} = R_a l / 2 = 2 \cdot 1,75 = 3,5 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

II учаске ( $0 < x_2 < l/2$ ):

$$M_{x2} = R_B x_2$$

- $x_2$  кезінде  $= 0$   $M_{x2} = 0$ ;
- $x_2$  кезінде  $= 1/2$   $M_{x2} = R_B l / 2 = -2 \cdot 1,75 = 3,5 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

$M_x$  (1.70 сур. в) эпюрасын құрамыз. М сәтінің қосымша нүктесінде М шамасына тең «кенет өзгеру» болады.

1.8 тапсырма. Тіректі қарсы әсерлерді анықтаңыз және 1.71 сур. келтірілген арқалықтар үшін  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларын құраңыз, егер  $M = 8 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $a = 3 \text{ м}$ ,  $b = 2 \text{ м}$  болса.

1.16 мысал. Тіректі қарсы әсерлерді анықтаңыз және 1.72, сур.а, келтірілген арқалықтар үшін  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларын құраңыз, егер  $q = 3 \text{ кН/м}$ ,  $l = 4 \text{ м}$  болса.

Шешім.

1. Тіректі қарсы әсерлерді анықтаймыз. Арқалық симметриялы болады, сондықтан оның тіректі қарсы әсерлері де симметриялы, яғни, өз араларында тең болады. Демек, олардың әрқайсысы барлық жүктеменің жартысы ретінде анықтала алады:

$$R_A = R_B = q \frac{l}{2} = 3 \frac{4}{2} = 6 \text{ кН}.$$

2. Арқалықтың учаскелерге бөлеміз. Аталған мысалда тек бір ғана учаске болады.

3.  $Q_x$  көлденең күштерін анықтаймыз.

I учаске ( $0 < x < l$ ):

$$Q_x = R_a - qx$$

- $x$  кезінде  $= 0$   $Q_x = R_a = 6 \text{ кН}$ ;
- $x$  кезінде  $= l$   $Q_x = R_a - ql = 6 - 3 \cdot 4 = -6 \text{ кН}$ .

$Q_x$  эпюрасын алынған мәндерге сәйкес болатын нүктелерді қоса отырып, құрамыз (1.72, б сур.).  $Q_x$  эпюрасы арқалықтың нөлдік сызықпен қиылысатын тура көлбеу сызықты білдіреді, яғни,  $x$  кезінде  $= 1/2$   $Q_x = 0$ .

4.  $M_x$  иілгіш сәттерін анықтаймыз

I учаске ( $0 < x < l$ ):

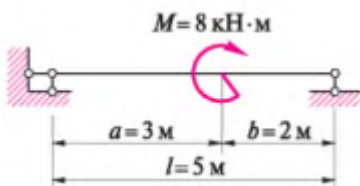
$$M_x = R_a x - qx \frac{x}{2}$$

- $x$  кезінде  $= 0$
- 

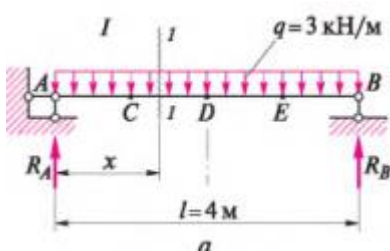
$$M_x = 0;$$

$$M_x = R_a l - \frac{ql^2}{2} = \frac{ql}{2} l - \frac{ql^2}{2} = 0.$$

1



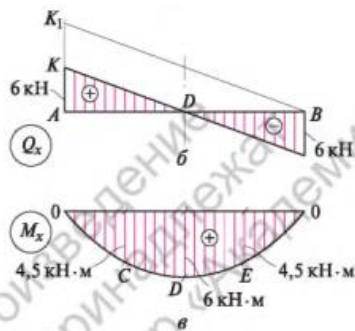
1.71 сур. 1.8 тапсырмаға



1.72 сур. 1.16 мысалға:

*a* — арқалықтың берілген сызбасы;

*б* — эюра  $Q_x$ ; *в* — эюра  $M_x$



Осылайша, тіреулердегі сәттер нөлге тең болады. Эпюраларды құру үшін бірнеше нүктелерді анықтау қажет, мәселен  $x$  кезінде  $= l/4$  (1.72, а сур. С нүктесі),  $x = l/2$  (D нүктесі) және  $x = 3l/4$  (E нүктесі).

егер  $x = l/4$

$$M_x = R_A \frac{l}{4} - q \frac{1}{4} \frac{1}{8} = \frac{q l^2}{2 \cdot 4} - q \frac{1}{4} \frac{1}{8} = \frac{q l^2}{8} - \frac{q l^2}{32} = \frac{3}{32} q l^2 = \frac{3}{32} \cdot 3 \cdot 4^2 = 4,5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

егер  $x = l/2$

$$M_x = R_A \frac{l}{2} - q \frac{1}{2} \frac{1}{4} = \frac{q l^2}{2 \cdot 2} - q \frac{1}{2} \frac{1}{4} = \frac{q l^2}{4} - \frac{q l^2}{8} = \frac{q l^2}{8} = \frac{3 \cdot 4^2}{8} = 6 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

егер  $x = 3l/4$

$$M_x = R_A \frac{3}{4} l - q \frac{3}{4} l \frac{3}{8} = \frac{q l^2}{2 \cdot 4} \cdot \frac{3}{4} - q \frac{3}{4} l \frac{3}{8} = \frac{3}{8} q l^2 - \frac{9}{32} q l^2 = \frac{12 - 9}{32} q l^2 = \frac{3}{32} q l^2 = \frac{3}{32} \cdot 3 \cdot 4^2 = 4,5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$M_x$  эпюрасын  $C$ ,  $D$  және  $E$  нүктелеріне табылған мәндерді қоя отырып, құрамыз. Нәтижесінде шамасы  $D$  нүктесінде — аркалықтың орталығында (1.72 в, сур.) жататын параболаны аламыз. Егер көптеу нүктелерді алатын болсақ, онда парабола құрылысының дәлдігі жоғарылау болады. Егер  $M_x$  өзгеріс сипатын көрсету талап етілсе,  $A$ ,  $D$  және  $B$  нүктелерінен сәттерді анықтау және оларды бірқалыпты қисық қосу жеткілікті болады.

Келтірілген  $M_x$  эпюрасы құрылысының тәсілі жеткіліксіз дәлдік болып табылады. Сондықтан біркелкі жүктемемен учаскеде иілгіш сәтті анықтау үшін келесі екі тәсіл қолданылады.

*Бірінші тәсіл:* иілгіш сәттің өзгерісін сипаттайтын, өрнектен бірінші туындыны табамыз және оны нөлге теңестіреміз. Алынған теңдеуден тіреуден қимаға дейінгі  $x_0$  қашықтықты анықтаймыз, онда иілгіш сәт аталған учаскеде экстремалдық (максималды немесе минималды) мәнді қабылдайды.

Қарастырылушы мысал үшін бұл теңдеу келесі түрге ие болады

$$\frac{dM_x}{dx} = \frac{d\left(R_A x - \frac{qx^2}{2}\right)}{dx} = R_A - qx = 0, \quad x = x_0 = \frac{R_A}{q} = \frac{6}{3} = 2 \text{ м.}$$

мұнда

Ізделетін қима тіреуден 2 м қашықтықта орналасады, яғни, аркалықтың ортасында.

Бұл қимадағы иілгіш сәт

$$M_{x_0} = R_A x_0 - \frac{qx_0^2}{2} = 6 \cdot 2 - \frac{3 \cdot 2^2}{2} = 6 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Мұнда көрінгендей, нәтиже басқа жолмен алынғанға сәйкес болады.

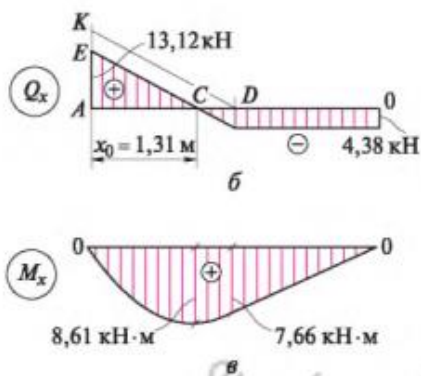
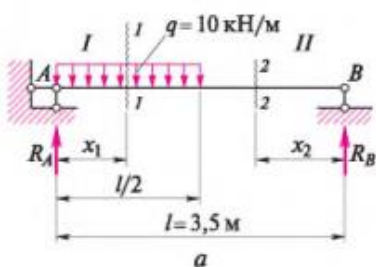
Екінші тәсіл:  $Q_x$  эпюрасында (1.72, б сур. қар.)  $ADK$  және  $ABK_I$  секілді үшбұрыштарды қолдана отырып, оң жақтағы тіреуден эпюраның нөлдік сызықпен қиылысатын нүктеге дейінгі қашықтықты табамыз:  $x_0/4 = 6/12$ , мұнда  $x = 2$  м, бұл алдындағы шешімдерге сәйкес болады.

1.16 **мысал** бөлінген жүктеменің қарапайым аркалыққа әрекетінің ең қарапайым мысалы болып табылады.  $D$  нүктесінің орналасуы, оны табу жалпы тәсілдемені мысалмен сипаттау үшін ғана келтірілген. Келесі осындай мысалдарда көрсетілген тәуелділіктер қолданылатын болады.

1.17 **мысал.** Тіректі қарсы әсерлерді анықтаңыз және 1.73, а сур. келтірілген аркалықтар үшін  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларын құраңыз, егер  $l = 3,5$  м,  $q = 10$  кН/м.

Шешім.

1. Тіректі қарсы әсерлерді анықтаймыз. Жүктеме орталыққа қатысты симметриялы емес, сондықтан тепе-теңдік теңдеуін жасау қажет болады.



1.73 сур. 1.17 мысалға:

*a* — арқалықтың берілген сызбасы; *б* — эюра  $Q_x$ ; *в* — эюра  $M_x$

Тіректі қарсы әсерлерді анықтау кезінде бөлінген жүктемені шамасы  $q$  жүктемесінің қарқынды туындыларының учаске ұзындығына және оның қосымшасына тең шоғырланғанмен ауыстыру қолайлырақ болады (қарастырылатын жағдайда  $l/2$ ). Тепе-теңдік теңдеуін жасаймыз:

$$\Sigma M_A = 0, \text{ немесе } q \frac{l}{2} \frac{l}{4} - R_B l = 0,$$

мұнда 
$$R_B = \frac{q \frac{l}{2} \frac{l}{4}}{l} = \frac{ql}{8} = \frac{10 \cdot 3,5}{8} = 4,375 \text{ кН} = 4,38 \text{ кН};$$

$$\Sigma M_A \equiv 0, \text{ немесе } -q \frac{l}{2} \left( \frac{l}{2} + \frac{l}{4} \right) + R_A l = 0,$$

мұнда 
$$R_A = \frac{q \frac{l}{2} \left( \frac{l}{2} + \frac{l}{4} \right)}{l} = \frac{q \frac{l}{2} \frac{3}{4} l}{l} = \frac{3ql}{8} = \frac{3 \cdot 10 \cdot 3,5}{8} = 13,125 \text{ кН} = 13,12 \text{ кН}$$

$$R_A - q \frac{l}{2} + R_B = 0.$$

*түрін қабылдайтын*  $\Sigma$ теңдеуді қолдана отырып, тексерісті орындаймыз. – Тіректі қарсы әрекеттерді қоя отырып  $13,12 - 10 \cdot 1,75 + 4,38 = 0$ ,  $17,5 - 17,5 = 0$ ,  $0 = 0$  аламыз. Тіректі қарсы әсерлер дұрыс табылған.

Кей кезде тіректі қарсы әсерлердің шамаларын дөңгелектеуге тура келеді. Аталған мысалда мұны жасамауға да болады. Мұнда көрінгендей, тексерісте  $R_A$  және  $R_B$  дөңгелектеудің анықталу дұрыстығы байқалмайды.

тексерісте  $R_A$  және  $R_B$  дөңгелектеудің анықталу дұрыстығы байқалмайды.

2. Арқалықты 1.73, а сур. көрсетілгендей екі учаскеге (I және

II) бөлеміз

Әрбір учаскеде  $Q_x$  көлденең күштерді анықтаймыз. I учаске ( $0 < x_1 < l/2$ ):

$$Q_{x1} = R_A - qx_1;$$

$x_1$  кезінде  $= 0 \quad Q_{x1} = R_A = 13,12 \text{ кН};$

$x_1$  кезінде  $= l/2 \quad Q_{x1} = R_A - ql/2 = 13,12 - 10 \cdot 1,75 = -4,38 \text{ кН}.$

II учаске ( $0 < x_2 < l/2$ ):  $Q_{x2} = -R_B = -4,38 \text{ кН}$  — барлық учаскеде.

$Q_x$  эпюрасын құрамыз (1.73, б сур.). Сол жақ жартысында 13,12 кН және -4,38 кН мәндеріне сәйкес болатын нүктелерді қосамыз. Эпюра C нүктесінде нөлдік сызықпен қиылысады, оның оң жақтағы тіреуден оған дейінгі қашықтықты ACE және ADK секілді үшбұрыштардан табамыз:

$\frac{AC}{AD} = \frac{AE}{AK}$ , где  $AD = l/2 = 1,75 \text{ м}; AE = 13,12 \text{ кН}; AK = 13,12 + 4,38 = 17,5 \text{ кН};$

$$AC = \frac{AD \cdot AE}{AK} = \frac{1,75 \cdot 13,12}{17,5} = 1,312 \text{ м} \approx 1,31 \text{ м}.$$

Бұл қашықтық,

1.16 мысалда айтылғандай,  $x_0$  таңбалау қабылданған.

Әрбір учаскеде  $M_x$  иілгіш сәттерді анықтаймыз. I учаске ( $0 < x_1 < l/2$ ):

$$M_{x1} = R_A x_1 - q \frac{x_1^2}{2};$$

• егер  $x_1 = 0 \quad M_{x1} = 0;$

• егер  $x_1 = l/2 \quad M_{x1} = R_A l/2 - q \frac{(l/2)^2}{2} = 13,12 \cdot 1,75 - \frac{10 \cdot 1,75^2}{2} = 22,96 - 15,31 = 7,65 \text{ кН} \cdot \text{м};$

• егер  $x_1 = x_0 = 1,31 \text{ м} \quad M_{x0} = R_A x_0 - \frac{qx_0^2}{2} = 13,12 \cdot 1,31 - \frac{10 \cdot 1,31^2}{2} = 17,9 - 8,58 = 8,61 \text{ кН} \cdot \text{м}.$

Учаске II ( $0 \leq x_2 \leq l/2$ ):

$$M_{x2} = R_B x_2;$$

• егер  $x_2 = 0 \quad M_{x2} = 0;$

• егер  $x_2 = l/2 \quad M_{x2} = R_B \frac{l}{2} = 4,38 \cdot 1,75 = 7,66 \text{ кН} \cdot \text{м}.$



Барлық күштер сәттерінің қосындылары оң жақта және сол жақта шамамен бірдей шықты — 7,65 и 7,66 кН • м. Аздаған айырмашылық тіректі қарсы әсерлер мәндерінің дөңгелектеуінен орын алды.

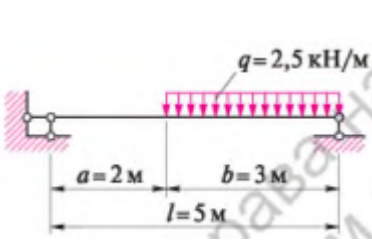
$M_x$  эпюрасын құрамыз: алынған мәндерді арқалықтың  $A$ ,  $C$ ,  $D$  және  $B$  нүктелеріне қоямыз, 0, 8,61 кН • м, 7,66 кН • м және 0 бірқалыпты қисық мәндеріне сәйкес болатын нүктелерді қосамыз және  $AD$  учаскесінен дөңестігі төмен параболаны аламыз (1.73, в сур.).

1.9 тапсырма. Тіректі қарсы әсерлерді анықтаңыз және 1.74 сур. келтірілген арқалықтар үшін  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларын құраңыз, егер  $q = 2,5$  кН/м,  $a = 2$  м,  $b = 3$  м.

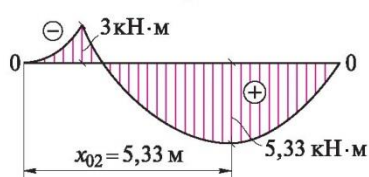
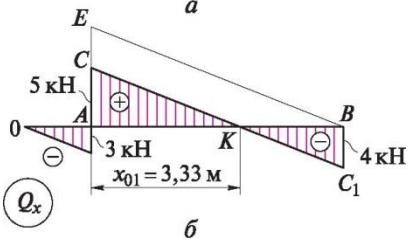
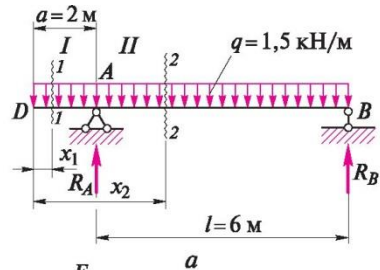
1.18 мысал. Тіректі қарсы әсерлерді анықтаңыз және 1.75, а сур. келтірілген арқалықтар үшін  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларын құраңыз, егер  $q = 1,5$  кН/м,  $a = 2$  м,  $l = 6$  м.

Шешім.

1. Тіректі қарсы әсерлерді анықтаймыз. Арқалық симметрия өсіне ие емес, демек, тепе-теңдік теңдеуін жасау қажет болады. Тіректі қарсы әсерлерді табу үшін, 1.62, д сур. қолдануға және бөлінген жүктемені шоғырланғанмен ауыстыруға болады.



1.74 сур. 1.9 тапсырмасына



1.75 сур. 1.18 мысалға:

$a$  — арқалықтың берілген сызбасы;  $б$  — эпюра  $Q_x$ ;  $в$  — эпюра  $M_x$

Сонымен бірге бөлінген жүктемені екі учаскеге бөлуге болады: А тіреуінен оң жақта және сол жақта. Бөлінген жүктемелерді шоғырландандарға ауыстыру тек тіректі қарсы әсерлерді анықтауға ғана рұқсат етіледі және  $Q_x$  және  $M_x$  белгілі шарттарында жасалмайды.

Тепе-теңдік теңдеуін құраймыз:

$$\sum M_A = 0, \text{H-се} -qa \frac{a}{2} + ql \frac{l}{2} - R_B l = 0,$$

**мұнда**

$$R_B = \frac{-qa \frac{a}{2} + ql \frac{l}{2}}{l} = \frac{-q \frac{a^2}{2} + q \frac{l^2}{2}}{l} = \frac{-1,5 \frac{2^2}{2} + 1,5 \frac{6^2}{2}}{6} = \frac{-3 + 27}{6} = \frac{24}{6} = 4 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = 0, \text{H-се} -qa \left( l + \frac{a}{2} \right) - ql \frac{l}{2} + R_A l = 0,$$

**мұнда**

$$R_A = \frac{qa \left( l + \frac{a}{2} \right) + ql \frac{l}{2}}{l} = \frac{1,5 \cdot 2 \left( 6 + \frac{2}{2} \right) + 1,5 \cdot 6 \frac{6}{2}}{6} = \frac{21 + 27}{6} = 8 \text{ кН}.$$

$-qa + R_a - ql + R_b = 0$  түрін қабылдайтын  $\sum Y = 0$  теңдеуін қолдана отырып, тексерісті орындаймыз. Тіректі қарсы әсерлердің табылған мәндерін қоя отырып,  $-1,5 \cdot 2 + 8 - 1,5 \cdot 6 + 4 = 0$ ,  $-12 + 8 + 12 = 0$ ,  $0 = 0$  аламыз. Тіректі қарсы әсерлер дұрыс табылған.

2. Аркалықты 1.75, а сур. көрсетілгендей етіп екі учаскеге (I және II) бөлеміз.

3. Әрбір учаскеде  $Q_x$  көлденең күштерді анықтаймыз.

I учаске ( $0 < x_1 < a$ ):

$$Q_{x1} = -qx_1;$$

1.  $x_1$  кезінде  $= 0$   $Q_{x1} = 0$ ;

2.  $x_1$  кезінде  $= a$   $Q_{x1} = -qa = -1,5 \cdot 2 = -3$  кН.

II учаске ( $a < x_2 < l + a$ ):

$$Q_{x2} = -qx_2 + Ra,$$

3.  $x_2$  кезінде  $= a$   $Q_{x2} = -qa + R_a = -1,5 \cdot 2 + 8 = 5$  кН;

4.  $x_2$  кезінде  $= l + a$   $Q_{x2} = -q(l + a) + R_a = -1,5(6 + 2) + 8 = -12 + 8 = -4$  кН.

5 және - 4 кН көлденең күштердің мәндеріне сәйкес болатын нүктелерді қосамыз және К нүктесінде (1.75, 6 сур.) нөлдік сызықпен қиылысатын  $Q_x$  эпюрасын аламыз. Бұл нүктенің орналасуын  $AKC$  және  $ABE$  секілді үшбұрыштарынан табамыз:

$AK/AB = AC/AE$ , мұнда  $AK = AC/AE \cdot AB$ , мұнда  $AC = 5$  кН;  $AE = 9$  кН;  $AB = 6$

$AK/AB = AC/AE$ , мұнда  $AK = AC/AE \cdot AB$ , мұнда  $AC = 5$  кН;  $AE = 9$  кН;  $AB = 6$

Осы мәндерді қоя отырып,

$$AK = \frac{5}{9} \cdot 6 =$$

3,33 м аламыз.

Біз эпюраның А тіреуінен нөлдік сызықпен қиылысатын нүктесіне дейінгі қашықтықты таптық. Оны  $x_{01}$  таңбалаймыз. Арқалықтың сол жақ ұшынан осы нүктеге дейінгі арақашықтық  $x_{02} = 3,33 + 2 = 5,33$  м.

Әрбір учаскеде  $M_x$  иілгіш сәттерді анықтаймыз. I учаске ( $0 < x_1 < a$ ):

$$M_{x_1} = -qx_1 \frac{x_1}{2} = -q \frac{x_1^2}{2};$$

6.  $x_1$  кезінде  $= 0$   $M_{x1} = 0$ ;

7.  $x_1$  кезінде  $= a$   $M_{x_1} = -q \frac{a^2}{2} = -1,5 \frac{2^2}{2} = -3$  кН·м.

II учаскесі үшін арқалықтың кез келген бөлігін (сол жақ немесе оң жақ) қарастыруға болады. Сол жақ бөлікті қарастырайық.

III учаске ( $a < x_2 < l + a$ ):

$$M_{x_2} = -qx_2 \frac{x_2}{2} + R_A(x_2 - a);$$

8.  $x_2$  кезінде  $= a$   $M_{x_2} = -qa \frac{a}{2} + R_A(a - a) = -q \frac{a^2}{2} = -1,5 \frac{2^2}{2} = -3$  кН·м;

9.  $x_2$  кезінде  $= l + a$   $M_{x_2} = -q(l+a) \frac{l+a}{2} + R_A(l+a-a) = -q \frac{(l+a)^2}{2} + R_A l =$   
 $= -1,5 \frac{(6+2)^2}{2} + 8 \cdot 6 = -48 + 48 = 0.$

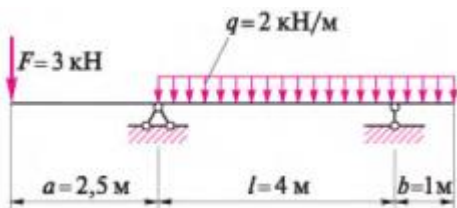
Арқалықтың оң жақ бөлігін қарастыру кезінде есептеу қарапайымдау болып шығатын еді. Бұған өздігінен көз жеткізіңіз.

Бізде  $M_x$  эпюрасын құруға арналған тек екі ғана мән бар:  $M_A = -3$  кН·м және  $M_B = 0$ . А тіреуінен  $x_2 = x_{01} = 3,33$  м қашықтықта қимасында үшінші мәнді та

$$M_{x_2} = M_{x_{01}} = -\frac{qx_{02}^2}{2} + R_A x_{01} = -\frac{1,5 \cdot 5,33^2}{2} + 8 \cdot 3,33 =$$

$$= -21,31 + 26,64 = 5,33 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$M_{x2}$  сәтінің сандық  $= 5,33$  кН·м және  $x_{02}$  қашықтық  $= 5,33$  м мәндері айна қатесіз сай келді. Мұндай сәйкестіктер кей кезде тапсырмаларды шешу кезінде кездеседі, бірақ бұл толықтай кездейсоқ оқиға болып саналады.  $M_x$  эпюрасын жасаймыз (1.75, в, сур.).



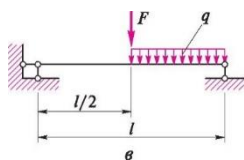
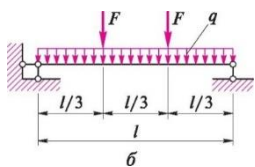
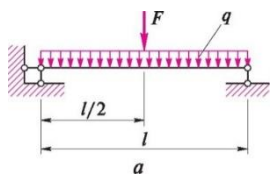
1.76 сурет 1.10 есепке

1.10 тапсырма. Тіректі қарсы әсерлерді анықтаңыз және 1.76 сур. келтірілген арқалықтар үшін  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларын құраңыз, егер  $F = 3$  кН,  $q = 2$  кН/м,  $a = 2,5$  м,  $l = 4$  м,  $b = 1$  м.

Бұрынырақ қарастырылған мысалдар мен тапсырмаларда бір типтік жүктемелердің әрекеттері келтірілген: шоғырланған күштер (1.10-1.14 мысалдар), шоғырланған сәттер (1.15 мысал), бөлінген жүктемелер (1.16-1.18 мысалдар).

Бұл ең қарапайым және жиі кездесетін оқиғалар. Бірақ кей кезде көрсетілген жүктемелер арқалыққа түрлі үйлестіктермен бірлесіп әрекет ете алады, мәселен, 1.77 сур. көрсетілгендей.

1.11 тапсырма. Тіректі қарсы әсерлерді анықтаңыз және 1.77 сур. келтірілген арқалықтар үшін  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларын құраңыз. Барлық үш сызбалар үшін (а—в)  $F = 1$  кН,  $q = 2$  кН/м,  $l = 6$  м. Шешу кезінде III қосымшасын немесе 1.10 — 1.18 мысалдарын қолдануға болады.



Кейбір жағдайларда арқалықтардың жүктелу сызбалары бұрынырақ қарастырылған сызбалардың комбинациясы ретінде берілуі мүмкін, бірақ көп жағдайда оларды стандартты сызбаларға қиюластыру мүмкін болмайды. Сондықтан әрбір тапсырма үшін жеке тәсілдеме табуға тура келеді.

$Q_x$  және  $M_x$  (1.10—1.18 мысалдарын қар.) эпюраларына арқалықтың ұзындығы бойынша олардың өзгерістері жайғасымдарынан талдау жасай отырып, келесідей қорытындылар жасауға болады.

1.77 Сурет 1.11 есепке

1.  $F$  шоғырланған күштерінің және шын мәнінде шоғырланған күштер болып табылатын (1.10-1.14 мысалдарын қар.) тіректі қарсы әсерлер  $R_A$  және  $R_B$ , қосымшаларының орындарында,  $Q_x$  эпюрасында оның эпюра бойынша солға және оңға қозғалыстары кезінде әрекеттері бағыттарында мұндай күштің шамасында тік «кенет өзгеру» байқалуда.

Қарастырылған мысалдарда  $F_1, F_2, \dots$  күштері төмен бағытталған, бұл арқалыққа жүктемелерге арналған орынға ие болады, ал тіректі қарсы әсерлер  $R_A$  және  $R_B$  — жоғары бағытталған. Жалпы жағдайда күш пен әсерлердің басқа да әрекеттері мүмкін болады. Эпюра бойынша оңға және солға қозғалыстар кезінде кенет өзгерулер қарама-қарсыға өзгереді.

$M_x$  эпюрасында көрсетілген орындарда (арқалықтар қималарында) егер шоғырланған күштің қосымша нүктесінен сол жақта және оң жақта бөлінген жүктеме жоқ болса, тура сызықтың сынығы байқалады. Сызықтардың көлбеулері күштердің шамаларына байланысты болады, олардың арасындағы қашықтық есептеулердің көмегімен ғана орнатыла алуы мүмкін.

2. Сыртқы шоғырланған  $M$  сәт қосымшасының орнында (1.15 мысалын қар.)  $Q_x$  эпюрасында ешқандай өзгерістер орын алмайды, яғни, сәт көлденең күштердің мәнінен әсер етпейді.

$M_x$  эпюрасында сәттің шамасына кенет өзгеру байқалуда. Кенет өзгерудің бағыты (төмен немесе жоғары) сәттің белгісіне байланысты болады, арқалықтың сол жақ бөлігін қарастыру кезінде сағат тілі бойынша әрекет ететін сәт төменге кенет өзгеруді береді, ал оң жақты қарастыру кезінде – керісінше болады.

3. Егер учаскеде екі сипаттамалық нүктелердің арасында бөлінген жүктемелер болмаса (1.10-1.15 мысалдарын қар.),  $Q_x$  эпюрасы нөлге параллел болатын тура сызықты білдерді. Оның нөлдік сызықтан басталған арақашықтығы күштер мен әсерлердің шамаларына байланысты болады. Дара оқиғада  $Q_x$  эпюрасы жеке учаскелердегі (1.11 мысалын қар.) нөлдік сызықтарға немесе арқалықтың барлық ұзындығы бойынша байланысты болады.

$Q_x$  эпюрасы нөлдікке көлбеуленген тура сызықты білдіреді. Сызықтардың нақты орналасуы есептеулердің көмегімен анықталады.

4. Егер учаскелерде екі сипаттамалық нүктелердің арасында біркелкі бөлінген жүктеме әрекет етсе (1.16 – 1.18 мысалдарын қар.),  $Q_x$  эпюрасы қыли көлбеуленген (нөлдік сызық) тура сызықты білдіреді.

$Q_x$  эпюрасы қисық сызықты білдіреді, нақты айтар болсақ, жүктеменің әрекет ету жағына парабола дөңестікпен төмен бағытталған. Бұл ретте парабола қарастырылатын учаскеде жоғарыға немесе төменге дөңестік экстремумға (максималды немесе минималды мән, яғни, шыңға) ие болады, немесе ие бола алмайды.

Жоғарыда айтылғандай,  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларының арасында дифференциалды тәуелділіктен шығатын байланыс болады. Арқалықтың сол нүктесінде,  $Q_x$  эпюрасы нөлдік сызықпен қиылысатын жерде,  $M_x$  эпюрасында экстремалдық мән орналасқан, және мұндай эпюра үш нүктелер бойынша (1.16 - 1.18 мысалдарын қар.) құрылады. Егер  $Q_x$  эпюрасы нөлдік сызықпен қиылыспайтын болса (1.75 сур.  $DA$  учаскесін қар.), онда  $M_x$  эпюрасы қисық сызықты болады, бірақ экстремумға ие бола алмайды және екі нүктелер бойынша құрыла алады.

Жүктемелер мен  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларының арасындағы аталған тәуелділіктерді «учаскелер бойынша» эпюралардың жасалу тәсілінің дұрыстығын тексеру үшін қолдануға болады. Бұл тәуелділіктерді сонымен бірге есептеуші операцияларды айтарлықтай қысқартуға мүмкіндік беретін «сипатты нүктелер бойынша» тәсілімен эпюралардың жасалу дұрыстығын тексеру үшін де қолдануға болады.

**«Сипатты нүктелер бойынша» тәсілімен эпюралардың жалпы жасалу тәртібі.**

1. Тіректі қарсы әсерлерді анықтайды, бұл барлық жағдайларда міндетті болып табылады.
2. Сипатты нүктелерді таңбалайды.
3. Сипатты нүктелерде  $Q_x$  и  $M_x$  мәндерін анықтайды.
4. Алынған мәндерге сәйкес болатын нүктелер өз араларында қосылады. Бұл ретте келесіні ескеру қажет болады. Шоғырланған күштердің қосымша орындарында бір-бірін шоғырланған күштің шамасына ерекшелейтін  $Q_x$  ( $Q^{\text{сол}}$  және  $Q^{\text{оң}}$ ) көлденең күштерінің екі мәнін іздеу керек болады. Сыртқы шоғырландырғыш сәт қоса берілген аналогтік түрде иілгіш сәттердің эпюраларын нүктеге құру кезінде, бір-бірінен сыртқы сәттің шамасына ерекшелейтін екі мәнді  $M_x$  ( $M^{\text{сол}}$  және  $M^{\text{оң}}$ ) табу қажет. Қос мән ( $Q^{\text{сол}}$  және  $Q^{\text{оң}}$  немесе  $M^{\text{сол}}$  және  $M^{\text{оң}}$ ) арқалықтың сол жақ бөлігін қарастыру кезінде табылуы мүмкін немесе мәндердің бірін арқалықтың сол жақ бөлігін, екіншісін – оң жақ бөлігін қарастыра отырып, табады.

*1.19 мысал.* Тіректі қарсы әсерлерді анықтау және 1.78, а сур. келтірілген арқалықтар үшін «сипатты нүктелер бойынша» тәсілімен  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларын жасау, егер  $a = 1,5$  м,  $b = 0,5$  м,  $c = 3$  м,  $d = 1$  м,  $e = 2$  м,  $F = 40$  кН,  $q = 20$  кН/м,  $M = 25$  кН • м болса.

**Шешім**

1. Тепе-теңдік теңдеуін құра отырып, тіректі қарсы әсерлерді анықтаймыз:

$$\sum M_A = 0; \quad \sum M_B = 0,$$

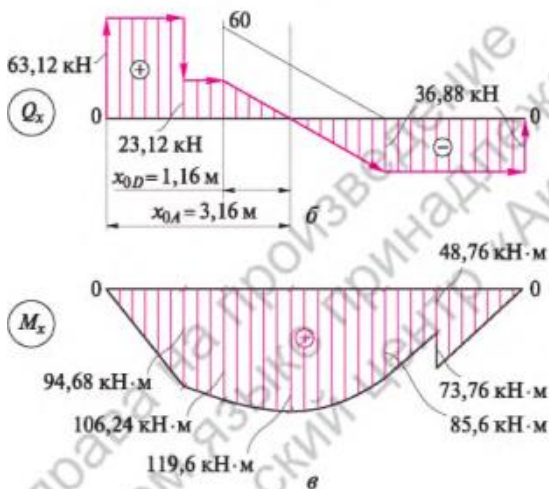
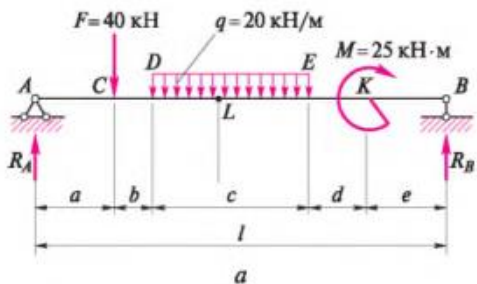
Олар қарастырылушы арқалықтар үшін келесі түрді қабылдайды:

$$Fa + qc(a + b + c/2) + M - R_B(a + b + c + d + e) = 0;$$

$$R_A(a + b + c + d + e) - F(b + c + d + e) - qc(e + d + c/2) + M = 0.$$

Бұдан

$$\begin{aligned} R_B &= \frac{Fa + qc(a + b + c/2) + M}{a + b + c + d + e} = \frac{40 \cdot 1,5 + 20 \cdot 3(1,5 + 0,5 + 3/2) + 25}{1,5 + 0,5 + 3 + 1 + 2} = \\ &= \frac{60 + 210 + 25}{8} = \frac{295}{8} = 36,88 \text{ кН}; \end{aligned}$$



1.78 сур. 1.19 мысалға:

*a* — арқалықтың берілген сызбасы; *б* — эюра  $Q_x$ ; *в* эюра  $M_x$

$$R_A = \frac{F(b+c+d+e) + qc(e+d+c/2) - M}{a+b+c+d+e} =$$

$$= \frac{40(0,5+3+1+2) + 20 \cdot 3(2+1+3/2) - 25}{1,5+0,5+3+1+2} =$$

$$= \frac{260 + 270 - 25}{8} = \frac{505}{8} = 63,12 \text{ кН.}$$

Қарастырылушы арқалық үшін  $R_a - F - qс + R_b = 0$  түрін қабылдайтын  $\wedge Y = 0$  теңдеуін қолдана отырып, тексерісті орындаймыз. Табылған мәнді қой отырып,  $63,12 - 40 - 20 \cdot 3 + + 36,88 = 0, 100 - 100 = 0, 0 = 0$  аламыз. Тіректі қарсы әсерлер дұрыс табылған.

2, Сипатты нүктелерде  $Q_x$  көлденең күштерін анықтаймыз және бұрынырақ қарастырылған жүктеме мен көлденең күштердің арасындағы тәуелділіктерді есепке ала отырып  $Q_x$  (1.78, б сур.) эпюрасын құрамыз.

А нүктесі: жоғарыға бағытталған  $R_a = 63,12$  кН тіректі қарсы әсері қоса берілген, демек, бұл нүктеде  $Q_x$  эпюрасында  $63,12$  кН жоғары кенет өзгеру болу керек. Ұзындығы көрсетілген мәннің ауқымына сәйкес болатын кесіндіні өстен жоғары (нөлдік сызықтар) қоямыз.

АС учаскесі: жүктемелер жоқ, сондықтан  $Q_x$  эпюрасы – нөлдікпен параллелді,  $63,12$  кН ординатасымен сызықтар болып табылады.

С нүктесі: төменге бағытталған  $F = 40$  кН тіректі қарсы әсері қоса берілген, демек, бұл эпюрада  $40$  кН төмен кенет өзгеру болу керек, яғни,  $63,12 - 40 = 23,12$  кН мәніне дейін.

CD учаскесі: бөлінген жүктеме жоқ, сондықтан  $Q_x$  эпюрасы – нөлдікпен параллелді,  $23,12$  кН ординатасымен сызықтар болып табылады.

D нүктесі: шоғырланған күштер жоқ, демек, эпюрада кенеттен өзгерулер де жоқ деген сөз, алайда мұнда бөлінген жүктеменің әрекеті басталады, яғни эпюрада өстерге көлбеу сызықтар басталады.

DE учаскесі: эпюра  $23,12$  кН мәнінен бастап  $23,12 - 20 \cdot 3 = -36,88$  мәніне дейін кН өске көлбеуленуді білдіреді.

E нүктесі: шоғырланған күштер жоқ, көлденең күш  $36,88$  кН тең.

EK учаскесі: жүктеме жоқ,  $Q_x$  эпюрасы – нөлдікпен параллелді,  $36,88$  кН ординатасымен сызықтар болып табылады.

K нүктесі: ертеректе айтылғандай  $Q_x$  эпюрасында еш байқалмайтын  $M = 25$  кН сыртқы сәті қоса берілген.

KB учаскесі:  $Q_x$  эпюрасы EK учаскесінде  $Q_x$  эпюраларының жалғасуын білдіреді.

B нүктесі: жоғарыға бағытталған  $R_B = 36,88$  кН тіректі қарсы әсерлері қоса берілген, яғни, эпюрада көрсетілген шамаға жоғарыға кенеттен өзгеру болу керек, соның нәтижесінде ол нөлдік нүктеге қайтып оралады.  $Q_x$  эпюрасының нөлдік нүктеге келуі орындалған құрылулардың дұрыстығына дәлел болады.  $Q_x$  эпюрасын құру кезінде үлкен қолайлылық үшін көрсеткілерді әрбір учаскеге қоюға болады.

3. Сипатты нүктелерде  $M_x$  иілгіш сәттерін анықтаймыз және  $M_x$  (1.78, в, сур.) эпюрасын құраймыз.

А нүктесі:  $M_A = 0$ , сондықтан бұл ұштық топсалық қима және оның сол жағында күштер жоқ.

С нүктесі:  $M_C = R_{Aa} = 63,12 \cdot 1,5 = 94,68$  кН • м.

АС учаскесі: тура сызық, 0 бастап  $94,68$  кН • м дейінгі мәндерде, өске көлбеулі.

D нүктесі:  $M_D = R_A(a + b) - Fb = 63,12 (1,5 + 0,5) - 40 \cdot 0,5 = 126,24 - 20 = 106,24$  кН • м.

CD учаскесі: тура сызық,  $94,68$  кН бастап  $106,24$  кН • м дейінгі мәндерде, өске көлбеулі.



Е нүктесі:  $M_E = R_A(a + b + c) - F(b + c) - qc^2 = 63,12(1,5 + 0,5 + 3) - 40(0,5 + 3) - 20 \cdot 3 \cdot 1,5 = 315,6 - 140 - 90 = 85,6 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

DE учаскесі: бөлінген жүктеме әрекет етеді, сондықтан  $M_x$  эпюрасы екі нүктесі ( $M_D = 106,24 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $M_E = 85,6 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ) белгілі параболаны білдіреді. Парабола  $Q_x$  эпюрасы нөлдік сызықпен қиылысатын орында экстремумға ие болады. D эпюрасының нүктеден нүктеге дейінгі  $Q_x$  эпюрасысымен қиылысатын нүктеге дейінгі үшбұрыштар секілді нөлдік сызықтардың қашықтығын анықтаймыз:

$$\frac{x_{0D}}{c} = \frac{23,12}{23,12 + 36,88},$$

мұнда

$$x_{0D} = \frac{23,12 \cdot 3}{60} = 1,16 \text{ м}.$$

D нүктесінен 1,16 м қашықтықта орналасқан L нүктесіндегі сәтті, ал A нүктесінен  $x_{0A} = x_{0D} + a + b = 1,16 + 0,5 + 1,5 = 3,16 \text{ м}$  қашықтықты анықтаймыз:

$$M_L = 63,12 \cdot 3,16 - 40(3,16 - 1,5) - 20 \cdot 1,16/2 = 199,46 - 66,4 - 13,46 = 119,6 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

L нүктесі параболааның үшінші нүктесі, оның шыңы болып табылады.

K нүктесі:  $M = 25 \text{ кН}$  шоғырландырушы сәті қоса берілген, сондықтан K нүктесінде екі мәнді анықтау қажет болады: одан солырақ және оңырақ. Ол үшін арқалықтың (KB) оң жақ бөлігін қарастырған жеңілдеу болады:

$$M_K^{\text{оң}} = R_{Be} = 36,88 \cdot 2 = 73,76 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_K^{\text{сол}} = R_{Be} - M = 73,76 - 25 = 48,76 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

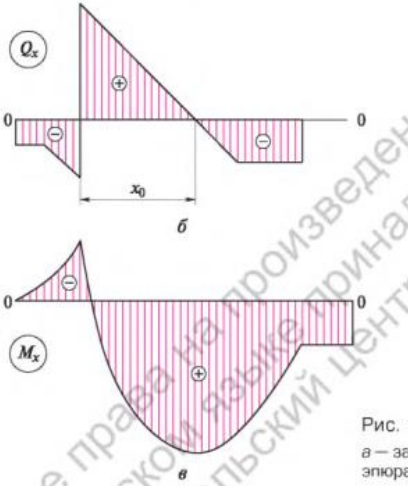
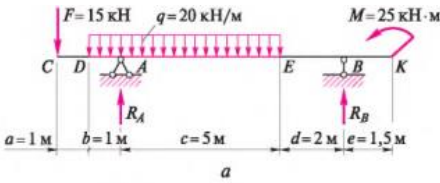
EK учаскесі:  $M_x$  эпюрасы — тура сызықтар,  $M_E = 85,6 \text{ кН} \cdot \text{м}$  и  $M_K = 48,76 \text{ кН} \cdot \text{м}$  мәндеріне сәйкес болатын қосушы нүктелері.

Қарастырылған тәсілдің «учаскелер бойынша» эпюралардың жасау тәсіліне қарағанда қиынырақ екенін жеңіл аңғаруға болады. Одан басқа, ол тексеруші болып табылмайды, бірақ  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларының жасалу процесіне көз салуға мүмкіндік береді.

**1.12 тапсырма.** 1.79, а сур. көрсетілген арқалықтар үшін, «соқыр» (мәндерсіз)  $Q_x$  (1.79, б сур.) және  $M_x$  (1.79, в сур.) эпюралары келтірілген.

Тіректі қарсы әрекеттерді анықтаңыз және сипатты нүктелерде көлденең күштер мен иілгіш сәттердің мәндерін қойыңыз.

Эпюраларды «сипатты нүктелер бойынша» құру мысалдары [1, 42 б.] келтірілген. Арқалықтардың сызбалары мен оларға әсер етуші жүктемелердің 1.19 мысалында және 1.12 тапсырмасында



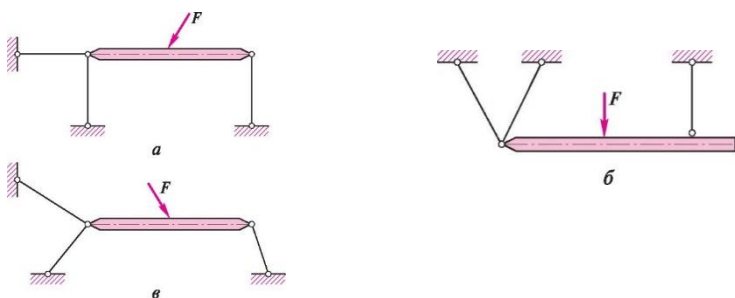
1.79 сур. 1.12 тапсырмаға:  
 а—арқалықтың берілген  
 сызбасы;  
 б—в —эюра  
 $Q_x$ ; в — эюра  $M_x$

құрылыс тәжірибесіне тән еместің атап өту керек болады және арқалықтардың есептеу дағдыларын бекіту мақсатында берілген.

### 1. Бағаналы және ілмекті арқалықтар

Тәжірибеде, әсіресе құрылыс арқалықтарында (тақталар, ) қысымды табанға (тіреулер, беларқалар және т.б.) тікелей емес береді, ал аралық конструкциялар арқылы – бағаналар мен ілмектерді береді (1.80 сур.). Егер мүқият қарайтын болсақ, мұндай жүйелердің тіреулер мен аспалар деп атау қабылданған ұзартылған тіреулі желіні қолдайтын қарапайым арқалықты білдіретіндігін байқауға болады.

Әсіресе бұл қарапайым арқалықтың екі тіреулерде, немесе үш ұзартылған желілерде қарапайым арқалық бейнеленген 1.80, а сур. айқын қарастырылады.



**1.80 сур. Бағаналармен және ілмектермен қолдалатын арқалықтардың сызбалары:**

*а — бағаналардағы арқалық; б — ілмектердегі арқалық; в — бағанадағы және ілмектегі Арқалық*

Бұндай жүйелердің ең әр түрлі амалдары мүмкін болады. Олардың кейбіреулері 12 в [7] сур. көрсетілген. Әдебиетте мұндай конструкцияларды сипаттау кезінде «арқалық» сөзінің орнына «үлкен қаттылықтағы дінгек» термині жиірек қолданылады, бұл дұрысырақ болады, бірақ біз «арқалық» деп атайтын боламыз, себебі бұл ұғым біз арқылы қарастырылушы арқалық жүйелеріне жақынырақ.

Бұндай жүйелердің есептелуі қарапайым арқалықтардың есептеулерінен ерекшеленбейді. Қарапайым арқалықтарға арналған секілді тепе-теңдік теңдеуін құрайды, тек күш бағаналар мен ілмектердің өстері бойынша бағытталады. Содан кейін қажет болған жағдайда арқалықта  $M$ ,  $Q$  және  $N$  эпюраларын құрады. Тәжірибелік тапсырмаларда жиі тек желілердегі күштерді эпюраларды құрусыз анықтаумен ғана шектеледі. Бұл есептеу бөлігі арқылы біз де аталған бөліктің мысалдарында шектелетін боламыз. Кей кезде есептеулер кезінде күштің қызығушылығын барлық элементтерге емес, тек жеке бағанға немесе ілмекке аударады, бұл шешімді жеңілдетеді. Мұндай есептеудің соңғы мақсаты болып бағандарда немесе ілмектерде күштерді анықтаудан кейін олардың қималарын таңдау табылады, бұл 3 тар. қарастырылады. Ілмектер әдетте арматуралық желілерден, сымарқандардан, жеке бұрыштардан, ал бағандар – прокаттың (швеллерлер, қоставрлар) қуаттырақ профилдерінен немесе олардың құрамдас қималарынан орындалады. Бұны беріктікке есептеу кезінде білу маңызды болады, ал тепе-теңдік теңдеулерінен күштерді анықтау үшін бағандар мен ілмектердің қатты денесі материалының статикасы еш мәнге ие болмайды.

*1.20 мысал.* 1.81, а сур. бейнеленген арқалық жүйесінің күштерін  $AD$ ,  $AE$  ілмектерінде және  $BK$  бағанында анықтау, егер  $l = 4$  м,  $a = 1,5$  м,  $q = 30$  кН/м,  $F = 50$  кН болса.

**Шешім.** Шешімді екі бөлікке бөлеміз. Алдымен оны қамтамасыз ететін  $ABC$  арқалығының тепе-теңдігін қарастырамыз (1.81, б сур.).

Тіректі қарсы әсерлерді анықтау үшін тепе-теңдік теңдеуін құраймыз:

$$\sum M_A = 0, \text{ или } q(l+a) \frac{l+a}{2} + F(l+a) - R_B l = 0,$$

бұдан

$$R_B = \frac{q(l+a) \frac{l+a}{2} + F(l+a)}{l} = \frac{30(4+1,5) \frac{4+1,5}{2} + 50(4+1,5)}{4} =$$

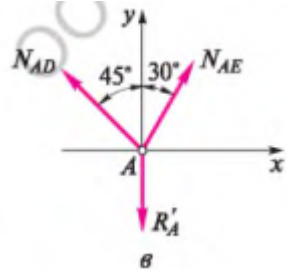
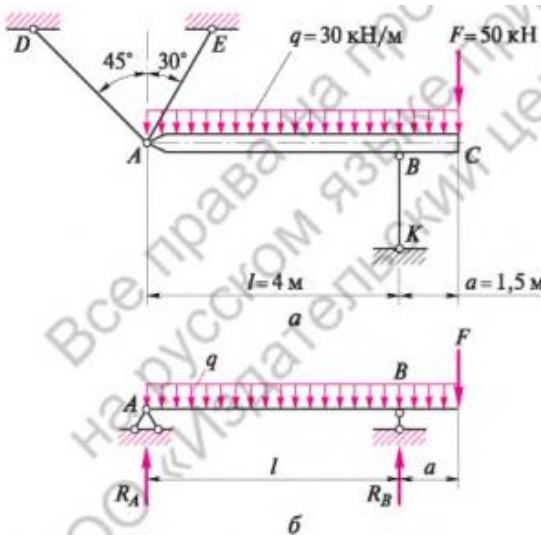
$$= \frac{453,75 + 275}{4} = 182,19 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = 0, \text{ или } R_A l - q(l+a) \left( \frac{l+a}{2} - a \right) + Fa = 0,$$

бұдан

1.81 сур. 1.20 мысалға:

$a$  — арқалықтың берілген сызбасы;  $b$  — арқалыққа әсер ету әрекетінің сызбасы;  $v$  — күштердің  $A$  торабына әрекет ету сызбасы



$$R_A = \frac{q(l+a)\left(\frac{l+a}{2} - a\right) - Fa}{l} = \frac{30(4+1,5)\left(\frac{4+1,5}{2} - 1,5\right) - 50 \cdot 1,5}{4}$$

$$= \frac{206,25 - 75}{4} = \frac{131,25}{4} = 32,81 \text{ кН.}$$

Қарастырылатын аркалық үшін  $R_a - q(l+a) + R_b - F = 0$  түрін қабылдайтын  $\sum Y = 0$  теңдеуін қолдана отырып, тексерісті орындаймыз.

Табылған мәндерді қоя отырып,  $32,81 - 30 \cdot 5,5 + 182,19 - 50 = 0$ ;  $215 - 215 = 0$ ;  $0 = 0$  аламыз. Тіректі қарсы әсерлер дұрыс табылған.

ВК( $N_{BK}$ ) бағанындағы күш  $R_b$  әсеріне тең болады және бағандарды қысуды шақырады, яғни,  $N_{BK} = -R_b = -182,19$  кН.

AD және AF ілмектерінен күшті табу үшін  $N_{E}N_{ADI}$   $R'_a$  қосылатын күштер жүйесін қарастыру қажет болады. Шамасы бойынша соңғысы  $R_a$  тең болады, бірақ төмен бағытталған (1.81, в сур.), Құраймыз тепе-теңдік теңдеуі:

$$\sum X = 0, \text{ немесе } -N_{ad}\cos 45^\circ + N_{ae}\cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum Y = 0, \text{ немесе } N_{ad}\cos 45^\circ + N_{ae}\cos 30^\circ - R'_a = 0,$$

Бірінші теңдеуден  $N_{AE} = N_{ad}\cos 45^\circ / \cos 60^\circ$

Соңғысы екінші теңдеуден алынған сөйлемді қоя отырып, аламыз

$$N_{ad}\cos 45^\circ + N_{ad}\cos 45^\circ / \cos 30^\circ - R'_a = 0,$$

бұдан

$$N_{AD} = \frac{R'_a}{\cos 45^\circ + \frac{\cos 45^\circ}{\cos 60^\circ} \cos 30^\circ} = \frac{32,81}{0,707 + \frac{0,707}{0,5} \cdot 0,866} = \frac{32,81}{1,93} = 17 \text{ кН};$$

$$N_{AE} = \frac{N_{AD} \cos 45^\circ}{\cos 60^\circ} = \frac{17 \cdot 0,707}{0,5} = 24,04 \text{ кН.}$$

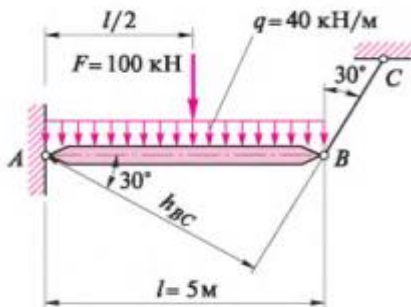
Жауап:  $N_{AD} = 17$  кН, ілмек тартылған;  $N_{AE} = 24,04$ кН, ілмек тартылған;  $N_{BK} = -182,19$  кН, баған қысылған,

1.21 мысал. BC (1,82 сур.) ілмегінен Ашаирлік-жылжымайтын тіреуді санай отырып, күшті анықтау (тіреулерінің әсерлерін қарастыру), егер  $q = 40$  кН/м,  $F = 100$  кН,  $l = 5$  м болса,

**Шешім.** Тек ілмекте ғана күшті анықтау талап етілетіндіктен, тек бір ғана тепе-теңдік теңдеуін құрау жеткілікті болады.

$$\sum M_A = 0, \text{ или } ql \frac{l}{2} + F \frac{l}{2} - N_{BC} h_{BC} = 0,$$

мұнда  $h_{BC} = l \cos 30^\circ$ ,



1.82 сурет. 1.21 мысалға

Бұдан

$$N_{BC} = \frac{ql \frac{l}{2} + F \frac{l}{2}}{l \cos 30^\circ} = \frac{40 \cdot 5 \cdot \frac{5}{2} + 100 \cdot \frac{5}{2}}{5 \cdot 0,866} = \frac{500 + 250}{5 \cdot 0,866} = \frac{750}{4,33} = 173,21 \text{ кН.}$$

Жауап:  $N_{BC} = 173,21$  кН, ілмек тартылған.

### 1.5.1.3. Консолдар

Консоль, 1.1.5 бөлімшесінде көрсетілгендей табанға бір ұшпен қатты бекітілген түзу сызықты тура дінгекті білдіреді. Консолдарда өңдеулерден тыс жалғасатын учаске болады. Өңдеулердің рөлі тәжірибеде кірпіш қалауды, моноклиттік бетонды немесе статика үшін маңызды емес басқаны да орындай алады, сондықтан консул механикада 1.42, г сур. көрсетілгендей бір сызықпен таңбалау қабылданған. Барлық статикадағы барлық дене секілді консоль абсолютті қатты дене немесе дінгек болып саналады, әйтсе де әркімге шынайы шарттарда оның екі тіреудегі қарапайым арқалыққа қарағанда одан да көптеу иілетіндігі түсінікті.

Консолдардың статикалық есептеулерімен байланысты, яғни ішкі күштердің тіректі қарсы әсерлерін анықтаумен және эпюраларды осы шарттарда құрумен шешімдерді шешу екі тіреулердегі арқалықтарға қарағанда айтарлықтай қарапайымдау болады. Себебі,  $M_x$ ,  $Q_x$  және  $N_x$  ішкі күштерді анықтау үшін, ал тік жүктеме кезінде тек  $M_x$  және  $Q_x$  тіректі қарсы әсерлерді табу міндетті емес. Ол үшін әрбір ретте қыстырылған ұштан емес, арқалықтың еркін бөлігінің тепе-теңдігін қарастыру жеткілікті болады. Арқалықтың қыстырылған ұшымен бөліктерін қарастыруға болады, бірақ онда тіректі қарсы әсерлерді А қыстырылуымен анықтау қажет болады. Олар жалпы жағдайда үшеу:  $V_A$ ,  $H_A$  және  $M_A$ . Бұл айтарлықтай болмаса да, тапсырмаларды шешуді қиындатады.

Консолдарда, консолдық фермалар секілді (1.3.2 бөл.қар.), тіректі қарсы әсерлерді анықтамауға да болады. Оның қасиетінің деректерін қолданамыз және консолдардың еркін (қыстырылмаған) бөлігін қарастыратын боламыз. Бұл жағдайда консолдарды статикалық есептеу екі кезеңге бөлінеді:

2.  $M_x$  және  $Q_x$  күштерін анықтау;
3.  $M_x$  және  $Q_x$  эпюраларын құрау.

Арқалықтар секілді тек тік күштердің, сонымен қатар шоғырланған сәттердің әрекеттерін ғана қарастыратын боламыз. Таңбалардың ережесі бұл ретте қарапайым арқалықтардағыдай болып қала береді (1.4.1 бөл.қар.).

Консолдар құрылыс тәжірибесінде жеткілікті кең таралуға ие. Оларға арқалықты тақталар, ғимараттардың ернеулері, ғимаратқа немесе дүкен сөрелерінің кірістеріне тіреусіз күнқағарлар және т.б. жатады.

Консолдарды жүктеудің ең кең таралған және қарапайым оқиғаларын қарастырамыз.

1.22 мысал. 1.83, а сур. келтірілген консолдар үшін  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларын құрау, егер  $F = 10 \text{ кН}$ ,  $l = 2 \text{ м}$  болса.

Шешім. Тіректі қарсы әсерлерді анықтамау үшін, арқалықтың еркін ұшынан тепе-тендік бөліктерін қарастырамыз. Келтірілген сызба бойынша бір (I) учаскені белгілеуге болады.

1. Кез келген қимада  $Q_x$  иілгіш сәтін анықтаймыз.

I учаске ( $0 < x_1 < l$ ):

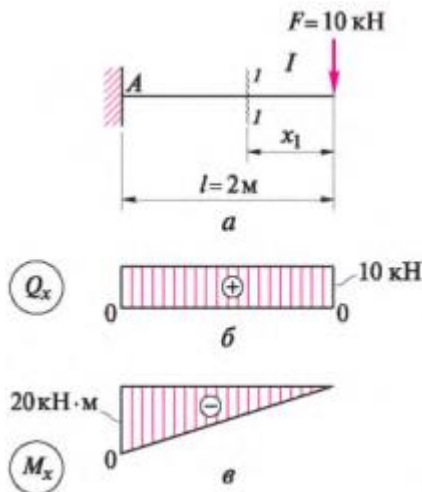
$Q_{x1} = F = 10 \text{ кН}$  — консолдың барлық ұзындығы бойынша.

$Q_x$  (1.83, б сур.) эпюрасын құраймыз.

2. Кез келген қимада  $M_x$  иілгіш сәтін анықтаймыз.

1.83 сур. 1.22 мысалға:

а — консолдардың берілген сызбасы; б — эпюра  $Q_x$ ; в — эпюра  $M_x$



I учаске ( $0 < x_1 < l$ ):

$$M_{x1} = -F_{x1}$$

3.  $x_1$  кезінде  $= 0$   $M_{x1} = 0$ ;  
 4.  $x_1$  кезінде  $= l$   $M_{x1} = -Fl = -10 \cdot 2 = -20 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

$M_x$  (1.83, в, сур.) эпюрасын құраңыз.

1.13 тапсырма. 1.84 сур. келтірілген арқалықтары үшін  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларын құраңыз, егер  $F = 20 \text{ кН}$ ,  $l = 3 \text{ м}$ .

1.23 мысал. 1.85, а сур. келтірілген консолдар үшін  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларын құраңыз, егер  $l = 2,5 \text{ м}$ ,  $M = 15 \text{ кН} \cdot \text{м}$  болса.

Шешім. Консоль бір АВ учаскеге ие болады.

1. Кез келген қимада  $Q_x$  көлденең күшін анықтаймыз. I учаске ( $0 < x_1 < l$ ):  $Q_{x1} = 0$ , күштік жүктемелер жоқ болады, ал көлденең күштердің сәттік тағайындалуы әсер етпейді.

$Q_x$  эпюрасы нөлдік сызыққа сай болады (1.85, б сур.).

Кез келген қимада  $M_x$  иілгіш сәтін анықтаймыз. I учаске ( $0 < x_1 < l$ ):  $M_{x1} = M = 15 \text{ кН} \cdot \text{м}$  — консолдардың барлық ұзындығы бойынша.  $M_x$  (1.85, в сур.) эпюрасын құрамыз.

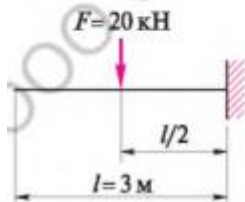
1.14 тапсырма. 1.86 сур. келтірілген консолдар үшін  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларын құраңыз, егер  $l = 3,0 \text{ м}$ ,  $M = 15 \text{ кН} \cdot \text{м}$  болса.

1.24 мысал. 1.87, а сур. келтірілген консолдар үшін  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларын құраңыз, егер  $q = 30 \text{ кН/м}$ ,  $l = 1,5 \text{ м}$  болса.

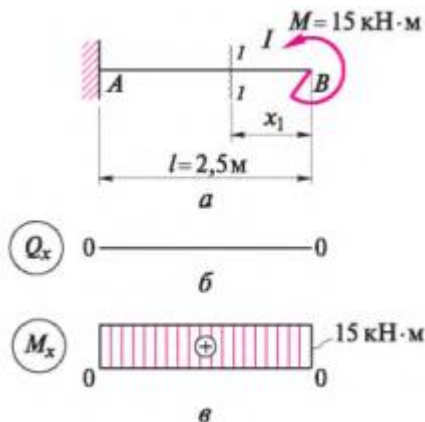
Шешім. Консолдар үшін АВ бір учаскесін белгілеуге болады.

1. Кез келген қимада  $Q_x$  көлденең күшін анықтаймыз.

I учаске ( $0 < x_1 < l$ ):



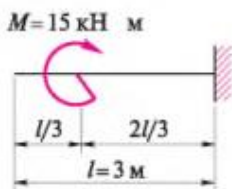
1.84 сур. 1.13 тапсырмаға



1.85 сур. 1.23 мысалға:

а — консолдардың берілген сызбасы б — эпюра  $Q_x$ ; в — эпюра  $M_x$





1.86 сур. 1.14 тапсырмаға

3.  $X_1$  кезінде  $= 0$   $Q_{X1} = 0$ ;

4.  $X_1$  кезінде  $= l$   $Q_{X1} = -q l = -30 \cdot 1,5 = -45$  кН.

$Q_x$  (1.87, б сур.) эпюрасын құраймыз.

2. Кез келген қимадағы  $M_x$  иілгіш сәтін анықтаймыз.

1 учаске ( $0 < X_1 < l$ ):

$$M_{x_1} = -qx_1 \frac{x_1}{2} = -q \frac{x_1^2}{2};$$

5. кезінде  $= 0$   $M_{X1} = 0$ ;

6.  $x_1$  кезінде  $= l$

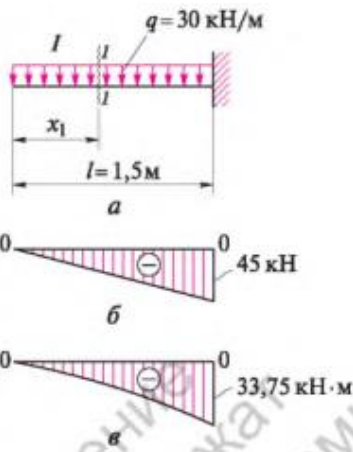
$$M_{x_1} = -\frac{ql^2}{2} = -\frac{30 \cdot 1,5^2}{2} = -33,75 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$M_x$  (1.87, в сур.) эпюрасын құраймыз. Ол экстремумға ие емес параболаны білдіреді, себебі  $Q_x$  эпюрасы нөлдік сызықтардан аспайды. Параболаның дөңес немесе ойыс екендігін анықтау үшін, консолдардың ортасынан  $M_x$  мәнін табыңыз ( $x = l/2$ ).

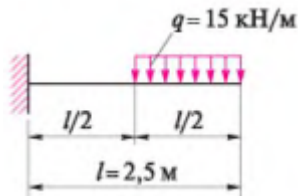
1.15 тапсырма. 1.88 сур. келтірілген консолдар үшін  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраларын құраңыз, егер  $q = 15$  кН/м,  $l = 2,5$  м болса.

1.16 тапсырма. Есептеулер жасамай 1.89 сур. келтірілген деректер бойынша консолдарға арналған эпюраларды құраңыз

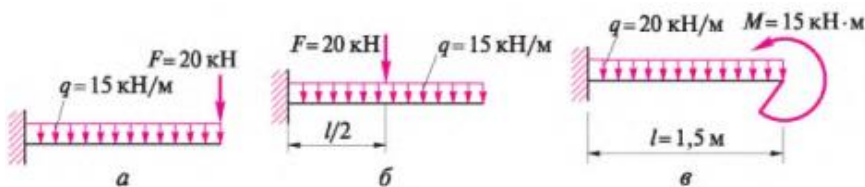
1.22 - 1.24 мысалдарын шешу кезінде қолданыңыз.  $q = m$



1.87 сур. 1.24 мысалға:  
а — консолдардың берілген сызбасы; б — эпюра  $Q_x$ ; в — эпюра  $M_x$



1.88 сур. 1.15 тапсырмаға



1.89 сур. 1.16 тапсырмаға:

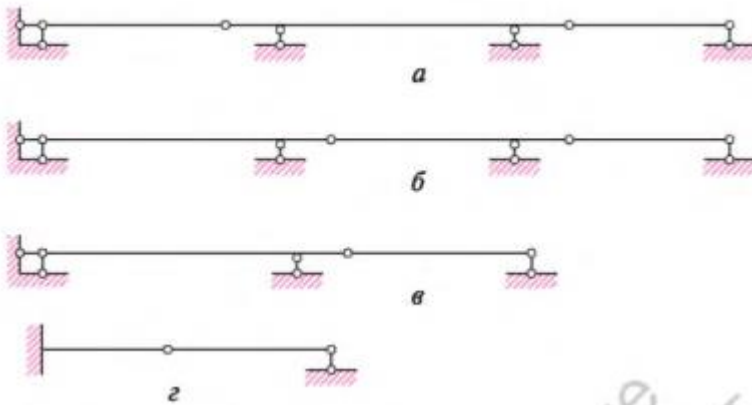
а — 1.83 және 1.87 сур. көрсетілген жүктемелердің комбинациясы ; б — ұл да, 1.84 және 1.87 сур.; в — бұл да. 1.85 және 1.8

## 1. Топсалы-консолды арқалық

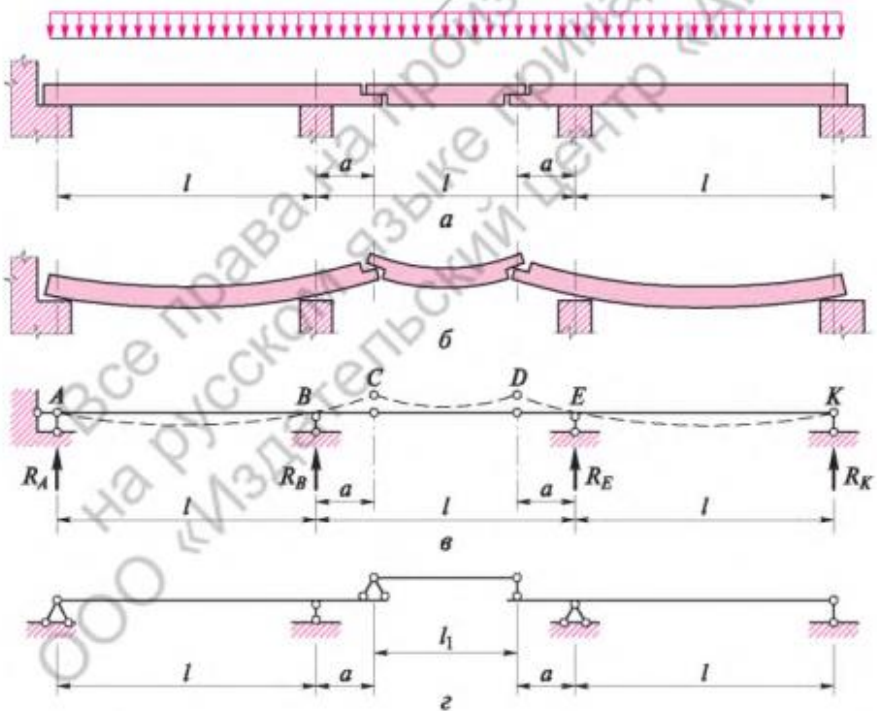
Топсалы-консолды арқалықтар өзара топсалармен біріктірілген бірнеше қарапайым арқалықтардан тұратын көпаралықты арқалық болып табылады. Кейде мұндай арқалықтарды кесілетін көпаралықты арқалық деп атайды. Онда топса басқасына қатысты бір қиманың бұрылуына мүмкіндік бере отырып, бірақ басқасына қатысты бір қарапайым арқалықтың орнын ауыстыру мүмкіндігін болдырмай тұтас дінгекті кеседі. Топсалы арқалықтар топсалардың әртүрлі орналасуымен үш аралықты (1.90, а, б сурет) екі аралықты (1.90, в сурет) және бір аралықты (1.90, г сурет) болуы мүмкін. Олардың үштен астам аралықтары болуы мүмкін.

Топсалы-консолды арқалықтарды жобалауда топсаны конструктивті рәсімдеуге ерекше мән береді. 1.91, а суретте (мысалы, автомобиль көпірінің темірбетонды арқалықтары) арқалыққа арналған топсаның жеңілдетілген нұсқасы көрсетілген. Мұндай топсаны қолдану қарапайым арқалықтардың өзара ығысуына жол бермейтін (суретте көрсетілмеген) құрылғылардың болуын талап етеді. Болат немесе ағаш арқалықтарға арналған топсаны көлденең қима пішініне, жүктемеге және т.б. сүйене отырып басқаша жобалайды. Мұның барлығы арнайы пәндерді зерделеудің мәні болып табылады және де қатты дене статикасының курсы шеңберінен шығады. 1.91, б және в суретіндегі арқалықтың деформациясы арқалықтың иілу сипатын жеңіл түсіну үшін, анық ұлғайтылған түрде көрсетілген.

Топсалы-консолды арқалықтардың есебі іс жүзінде қарапайым арқалықтардың есебінен өзгеше емес, себебі топсалы арқалық қарапайым арқалықтардың жүйесін білдіреді. Топсалы арқалық құралған қарапайым арқалықтар өзара қалай әрекет ететіндігін анықтау үшін алдымен қабатты нұсқасын құрады. (1.91, г сурет). Күрделі емес арқалықтар үшін — екі- және ұшаралық — мұндай нұсқаны құру қиындық тудырмайды, күрделі арқалық үшін, мысалы 2.3.4. бөлімдерде келтірілгендей геометриялық өзгеріссіздікті алдын ала талдау талап етіледі.



1.90. сурет. Топсалы – консолды арқалықтар:  
 а, б — үшаралық; в — екіаралық; г — біраралық




1.91. сурет. Жүктемемен жұмыс жасайтын үшаралық топсалы арқалықтың құрылымдық және есептік нұсқалары:  
 а — жүктеме тең бөлінген арқалықтардың нұсқасы; б — арқалық деформациясының нұсқасы; в — арқалықтың есептік нұсқасы; г — қабатты нұсқасы

**1.17. есеп.** 1.90, *a* — *г*. суретте келтірілген топсалы арқалықтарға арналған қабатты нұсқаларды құрыңдар

Қабатты нұсқаны құрған соң, басқа аралас арқалықтардан жүктемесі жоғынан бастап әрбір қарапайым арқалыққа арналған тіреу реакциялары мен  $Q_x$  және  $M_x$  ішкі күштерін анықтайды. Бұл әдетте, қабатты нұсқадағы жоғарғы арқалық. Содан соң, есептелген арқалықтың тіреу реакцияларын осы арқалыққа, т.б. арналған оларды ішкі жүктемесі деп есептей отырып, төмен жатқан арқалықтың консолды аумағына қояды. Соңында қарапайым арқалықтардың құрылған эпюрларын біріктіре отырып, тапсырылған топсалы-консолды арқалықтардың эпюрларын алады. Орындалған есептеулерді тексеру үшін келесі ережелер пайдаланылады: кез келген топсаның оң немесе сол жағына қойылған барлық күштердің сәттерінің сомасы нөлге тең болуы тиіс.

**1.25. мысал.** Егер  $l = 15$  м,  $a = 2$  м,  $q_1 = 200$  кН/м,  $q_2 = 100$  кН/м болса, 1.92, *a*, суретте көрсетілген ұшаралық топсалы-арқалықтарға арналған  $Q_x$  және  $M_x$  эпюрларын құру.

**Шешуі.** Консолына *CD* (1.92, *б* сурет) қарапайым арқалығына сүйенетін *ABC* және *DEK* (1.92, *в* және *г* сурет) екі бір консолды арқалықтарды білдіретін қабатты нұсқаны құрамыз. Есептеуден бастаймыз. *CD* арқалығы. Мұндай арқалық бұрын есептелген (1.16 мысалға қараңыз).

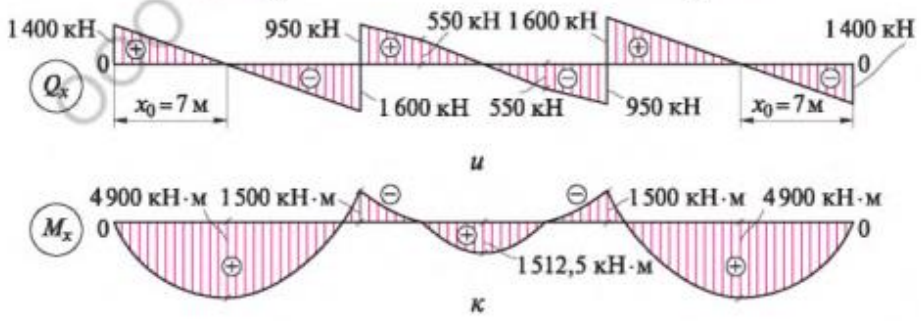
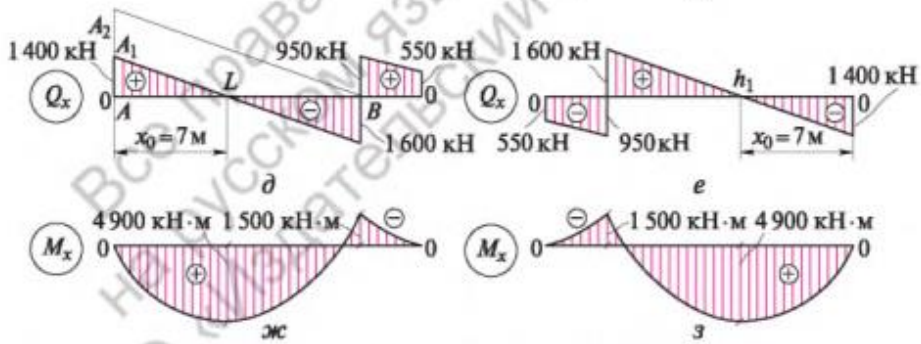
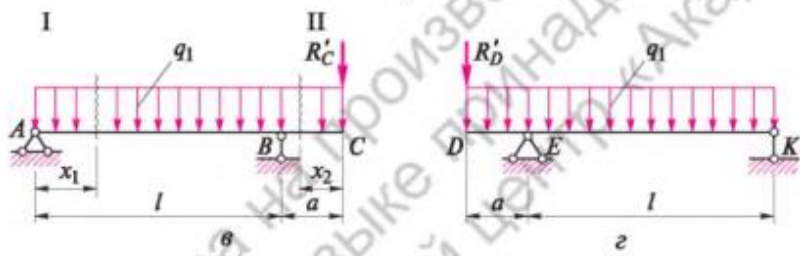
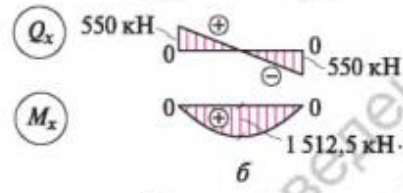
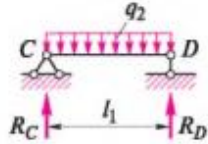
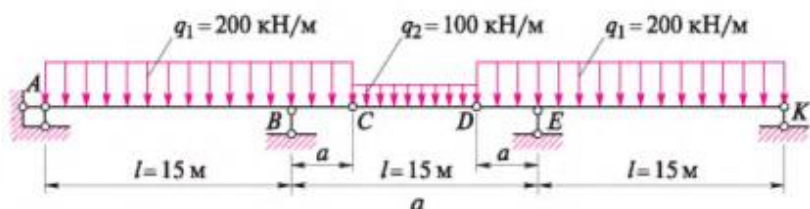
Оның тіреу реакциясы өзара тең:  $R_C = R_D =$    $\frac{15 - 4}{2}$   
 $= 550$  кН.  $Q_x$  және  $M_x$  эпюрлары 1.92, *б*. суретте көрсетілген. Максимум мәні  $Q_{\max} = R_C = 550$  кН;  $M_{\max} = q_2 \frac{l_1^2}{8} = \frac{100 \cdot 11^2}{8} = 1512,5$  кН · м.

*ABC* арқалығы. Бұл арқалық  $R_C$  тең және төменге, яғни  $R'_c = 550$  кН бағытталған *CD* арқалықтан  $R'_c$  жүктемесі және  $Q_1$  меншікті бөлінген жүктемесі бар. Мұндай арқалықты әдеттегі тәсілмен есептеген жөн.

1. Тепе-теңдік теңдеулерін құрып, тіреу реакцияларын анықтаймыз:

1.92. сурет. 1.25 мысалға:

*a* — ұшаралық топсалы арқалықтың нұсқасы; *б* — *CD* аралық арқалығының нұсқасы және оған арналған  $Q_x$  және  $M_x$  эпюрлары; *в* — *ABC* консолды арқалық нұсқасы; *г* — *ABC* симметриялық арқалыққа *DEK* консолды арқалық нұсқасы; *ABC* арқалығына арналған *д*, *ж* —  $Q_x$  және  $M_x$  эпюрлары; *е*, *з* — *DEK* арқалығына арналған  $Q_x$  және  $M_x$  эпюрлары; *и*, *к* — ұшаралық топсалы арқалықтарға арналған  $O_x$  және  $M_x$  эпюрлары



$$\sum M_A = 0, \text{ н-се } q_1(l+a)(l+a)/2 - R_B l + R'_C(l+a) = 0;$$

$$\sum M_B = 0, \text{ н-се } -q_1(l+a)[(l+a)/2 - a] + R_A l + R'_C a = 0,$$

мұндағы

$$R_B = \frac{q_1(l+a)(l+a)/2 + R'_C(l+a)}{l} = \frac{200(15+2)(15+2)/2 + 550(15+2)}{15} = \frac{28900 + 9350}{15} = 2550 \text{ кН};$$

$$R_A = \frac{q_1(l+a)[(l+a)/2 - a] - R'_C a}{l} = \frac{200(15+2)[(15+2)/2 - 2] - 550 \cdot 2}{15} = \frac{22100 - 1100}{15} = \frac{21000}{15} = 1400 \text{ кН}.$$

$-q_1(l+a) + ra + rb - R_C = 0$ - түрін қабылдайтын қарастырылатын арқалықтар үшін  $\sum Y = 0$  теңдеуін пайдалана отырып, тексеруді орындаймыз. Табылған мәнді ауыстырып қойып аламыз

$$-200(15+2) + 1400 + 2550 - 550 = 0; \quad -3400 + 1400 + 2550 - 550 = 0;$$

$$-3950 + 3950 = 0, \quad 0 = 0.$$

Тіреу реакциясы дұрыс табылды.

2. Арқалықты екі аумаққа (I және II) бөлеміз.

3. Әр аумақтағы Qx көлденең күшін анықтаймыз I ( $0 < x_1 < l$ ) аумағы:

$$Q_{x_1} = R_A - q_1 x_1;$$

$$x_1 = 0 \quad Q_{x_1} = R_A = 1400 \text{ кН};$$

$$x_1 = l \quad Q_{x_1} = R_A - q_1 l = 1400 - 200 \cdot 15 = -1600 \text{ кН}.$$

II аумағы ( $0 < x_2 < a$ ):

$$Q_{x_2} = R'_C + q_1 x_2;$$

$$x_2 = 0 \quad Q_{x_2} = R'_C = 550 \text{ кН};$$

$$x_2 = a \quad Q_{x_2} = R'_C + q_1 a = 550 + 200 \cdot 2 = 950 \text{ кН}.$$

ABC (1.92, б сурет) арқалығына арналған Qx эпюрын құрамыз.

ALA1 және ABA2 үшбұрыштарына ұқсас x0 табамыз:

$$\frac{x_0}{15} = \frac{1400}{3000},$$

$$x_0 = \frac{1400}{3000} \cdot 15 = 7,0 \text{ м.}$$

Әр аумағындағы  $M_x$  игіш моменттерін анықтаймыз.

I аумағы ( $0 < x_1 < l$ ):

$$M_{x_1} = R_A x_1 - q_1 \frac{x_1^2}{2};$$

$$x_1 = 0 \quad M_{x_1} = 0;$$

$$x_1 = l \quad M_{x_1} = R_A l - q_1 \frac{l^2}{2} = 1400 \cdot 15 - 200 \frac{15^2}{2} = 21000 - 22500 = -1500 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

II ( $0 < x_2 < a$ ) аумағы:

$$M_{x_2} = -R'_C x_2 - q_1 \frac{x_2^2}{2};$$

$$x_2 = 0 \quad M_{x_2} = 0;$$

$$x_2 = a \quad M_{x_2} = -R'_C a - q_1 \frac{a^2}{2} = -550 \cdot 2 - 200 \frac{2^2}{2} = -1100 - 400 = -1500 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Біз  $x_1 = l$  болғандағы бірінші аумағын қарастырғанда сол мәнді алдық.

Бірінші аумақта  $M_x$  эпюрасын құру үшін, экстремалдық мән қабылдайтындықтан А тіреуден  $x_0 = 7,0$  м аралықта иілу моментін табу қажет:

$$M_{x_0} = R_A x_0 - q_1 \frac{x_0^2}{2} = 1400 \cdot 7 - 200 \frac{7^2}{2} = 9800 - 4900 = 4900 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

$ABC$  (1.92, ж сурет) арқалығына арналған  $M_x$  эпюрасын құрамыз.

$DEK$  арқалығы. Бұл арқалық нұсқа және жүктеме бойынша  $ABC$  арқалығына симметриялы, сондықтан  $Q_x$  (1.92, сурет) эпюрасы  $ABC$  (1.92, д суретіне қара) арқалықтың сәйкес эпюрасына қиғаш симметриялы, ал  $M_x$  (1.92, з сурет) эпюра — симметриялы (1.92, ж суретіне қара).

Барлық топсалы-консолды арқалықтарына арналған (1.92, и, к сурет)  $Q_x$  және  $M_x$  жалпы эпюрасын құрамыз.

Топсалы-консолды арқалықтардың маңызды бір ерекшелігі бар: олардың топсаларының орналасқан орнын өзгерте отырып, аралық тіреулер мен аралықтардағы иілу моменттерінің көлемін реттеуге болады.  $q$  жүктемесімен (1.93, а, в, д сурет) үш арқалықтың мысалы ретінде иілу моменттерінің көлеміне топсалардың күйі қалай әсер ететінін қарастырайық. Бірінші арқалық (1.93, а суретіне қара) тіреудегі топсалармен қарапайым үш арқалықты білдіреді.

тіректердегі топсалармен үш қарапайым арқалықтан тұратын жүйені білдіреді. Ол топсалы-консолды болып табылады, өйткені топсалар консолдарда емес, тіректерде орналасқан. Мұндай арқалықтардың  $M_x$  эпюралар парабодаларының үш түрі бар. Тіреудегі моменттер нөлге тең, ал аралық ортасында  $M_{\text{пр1}} = ql^2/8$  (1.93, б сурет).

Екінші арқалықтың (1.93, в суретіне қара) екінші және үшінші аралықтарының ортасында топсалары бар және де топсалы-консолды болып табылады. Іс жүзінде аралықтардың ортасына топсаларды қоймайды. Бұл арқалықта топсалары бар аралықтардың орталарындағы игіш моменттерде нөлге тең (1.93, г сурет).  $M_e$  және  $M_c$  тіреулеріндегі моменттерді 1.25 мысалда келтірілгенге ұқсас есебін орындап табуға болады. Оқырмандарға өз бетінше осындай есепті орындау ұсынылады. Мұндай арқалықтың тіреулеріндегі моменттер  $M_e = M_c = ql^2/4$  көрсетеміз, яғни қарапайым арқалықтың ортасындағы үлкенірек момент 2 есе көп.

Үшінші арқалықта (1.93, д с.қара) топсалар аралық тіреулер мен аралықтардың ортасындағы моменттер тең болатындай етіп орналастырылған. (1.93, е сурет).

Тіреулердегі және аралықтардағы моменттер бірдей болуы үшін тіреуден топсаға дейінгі  $x$  арақашықтығы қандай болуы керектігін анықтайық. Қабатты нұсқасы 1.93, з суретінде көрсетілген *ВНРС* (1.93, ж сурет) арқалығының үзіндісін қарастырамызынар (*Т нүктесіндегі*) аралығының ортасындағы момент

$$M_T = \frac{ql_1^2}{8} = \frac{q(l-2x)^2}{8}.$$

В тіреуіндегі момент

$$M_B = \frac{q(l-2x)^2}{2} x - \frac{qx^2}{2}.$$

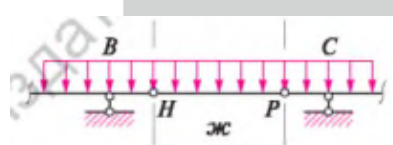
мұнда  $\frac{q(l-2x)^2}{2} x$  *HP* арқалығы төменгі арқалықты қысатын күш

*BA* консол бөліміне әрекет ететін жүктемеден  $qx^2/2$  — моменті.

Тіреу және аралық моменттердің абсолюттік мәндерін теңестіреміз:  $M_T = M_B$ , т.е.

1.93. сурет. Тең моментті топсалы арқалықтар туралы түсінікке түсіндірме: *a* — тіреулердегі топсалары бар арқалықтар; *b* — *M* эпюрасы оған; *в* — екі аралықтың ортасындағы топсалары бар арқалықтар; *г* — *b* — *M* эпюрасы оған; *д* — тіреулердің жанындағы топсалары бар арқалық; *е* — *M* эпюрасы оған; *ж* — *ВНРС* топсалы арқалықтың аумағы; *з* — *ВНРС* топсалы арқалығы бар аумағының қабатты аумағы; *и* — теңмоментті арқалықтың нұсқасы





$$\frac{q(l-2x)^2}{8} = \frac{q(l-2x)}{2}x + \frac{qx^2}{2},$$

немесе

$$q(l-2x)^2 = 4q(l-2x)x + 4qx^2.$$

q-ге теңдеудің екі бөлігін алдын ала бөліп тырнақшаларды ашамыз:

$$l^2 - 4lx + 4x^2 - 4lx - 8x^2 + 4x^2,$$

немесе

$$8x^2 - 8lx + l^2 = 0.$$

$ax^2 + bx + c = 0$  түріндегі төрбұрышты теңдеуді шешеміз, оның түбірі

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{8l \pm \sqrt{64l^2 - 4 \cdot 8l^2}}{2 \cdot 8} = \frac{8l \pm \sqrt{32l^2}}{16} = \\ &= \frac{8l \pm 4l\sqrt{2}}{16} = \frac{l(2 \pm \sqrt{2})}{4} = \frac{l(2 \pm 1,41)}{4}. \end{aligned}$$

мұнда  $x_1 = \frac{0,59l}{4} = 0,148l$ ;  $x_2 = \frac{3,41l}{4} = 0,852l$ .

онда  $M_T = \frac{q(l-2x)^2}{8} = \frac{q(l-2 \cdot 0,148l)^2}{8} = \frac{ql^2}{16}$ ;

$$M_B = \frac{q(l-2x)^2}{2}x + \frac{qx^2}{2} = \frac{q(l-2 \cdot 0,148l)}{2} \cdot 0,148l + \frac{q(0,148l)^2}{2} = \frac{ql^2}{16}.$$

Осылайша, егер тіреуден 0,148l арақашықтықтағы аралықта топсаларды қоятын болсақ, онда B, C тіреулеріндегі және HP аралығының ортасындағы моменттер бірдей және  $ql^2/16$  тең болып қалады, яғни қарапайым арқалықтар жүйесіндегіден 2 есе кем болады (1.93, a, б суретіне қара).

Қарастырылатын арқалықтың бірінші және үшінші аралықтардың ортасындағы моменттері екінші аралықтың ортасындағы және орташа тіреулердегі моменттерге тең емес (олар  $ql^2/16$  карағанда үлкенірек). Бірақ оларды да қалғандарымен бірдей етуге болады. Ол үшін A және D (1.93, и суреті) тіреулерінен тыс консолды аудандарды енгізу керек, ол осы тіреулерде кері момент түзеп, шеткі аралықтардағы моменттерді кішірейтеді. Топсалардың орналасуынан топсалы арқалықтардағы игіш моменттердің тәуелділігін анықтау мақсатты емес. 3 тарауда көрсетілгендей, арқалықтағы игіш моменттер қаншалықты кем болса, соғұрлым бұл арқалық басқа да теңдей жағдайларда (арқалықтардың ұзындығы, жүктеме, материал) едәуір үнемді (дайындауға жұмсалатын

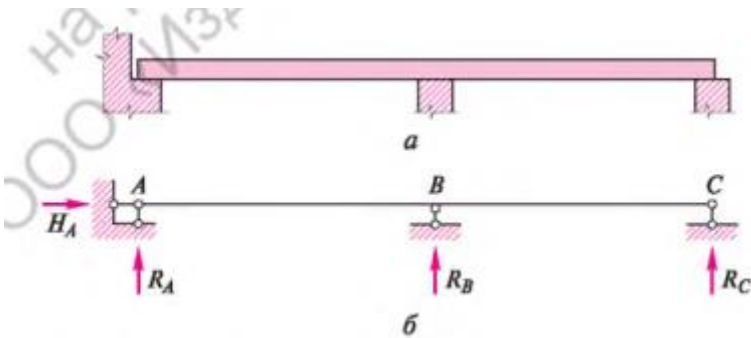
материалдардың шығындарына қатысты). Топсалы арқалықтардағы басқа арқалықтармен салыстырғанда 1.93. суреттен қарап игіш моменттердің көлемін барынша реттеуге болады. Тіреулердегі және аралықтардың ортасындағы игіш моменттері тең топсалы арқалықты тең моментті деп атайды. Мұндай арқалық едәуір үнемді болып табылады.

**1.18. тапсырма. Шеткі аралықтар мен  $A$  және  $D$  тіреулердегі моменттер арақашықтықтағымен тең болуы үшін 1.93,  $u$ , суретінде көрсетілген  $a$  консолды аудан арқалығының ұзындығы қандай болуы керектігін анықтаңдар.**

2. Статикалық тұрғыдан анықталмайтын арқалықтар туралы ұғым

Бірнеше аралықтарды: екі(1.94, а сурет), үш(1.95, а сурет) немесе көп жабатын (топсалы арқалықтармен салыстырғанда монолитті немесе кесілмейтін)бірыңғай діңгекті білдіретін кесілмеген арқалықтар болып табылатын анықталмайтын арқалықтар статикалық тұрғыдан анықталмайтын арқалықтардың едәуір қарапайым мысалы болып табылады.

Егер де келтірілген нұсқаларды талдайтын болсақ, онда дәстүрлі тіреулері бар (бір топсалы-жылжымайтын және екі топсалы-жылжитын) екі аралықты кесілмейтін арқалықта (1.94, б сурет) жалпы жағдайда төрт белгісіз реакциялар пайда болатындығын көруге болады:  $H_A, R_A, R_B, R_C$ . В сонымен бірге тепе-теңдік теңдеуі тек үшеу ғана:  $XM_A = 0, XM_B = 0$  и  $XX = 0$ . Мұндай арқалықтағы тек вертикалды жүктемелердің әрекеті кезінде үш реакция пайда болады ( $R_a, R_b, R_c$ , а  $H_A = 0$ ), сонымен бірге тепе-теңдік теңдеулерінің екеуі ғана қалады ( $XM_A = 0, XM_B = 0$ ), өйткені  $XX = 0$  теңдеуі мәнін жоғалтады.



1.94. сурет. Кесілмейтін екіаралық арқалық:  $a$  — конструктивтік нұсқа;  $b$  — есептік нұсқа



1.95. сурет. Басқа арқалықтардың түрлерімен салыстырғандағы кесілмейтін ұшаралық арқалық:

*a, б* — кесілмейтін арқалықтың конструктивтік және есептік нұсқасы; *в* — үш қарапайым арқалықтардың жүйесі; *г* — ұшаралықты топсалы арқалық; *д* — біраралық арқалық; *е* — «кесу» топса; *жс* — «кесілмейтін» (трейтін) топса

Осылайша екі жағдайда да статиканың бір теңдеуі жетіспейді, яғни теңдеулердің белгісіз реакцияға қарағанда біреуі кем. Мұндай арқалықтың есептемесінің есебі(арқалықтың өзі секілді бір рет статикалық тұрғыда анықталмайтын деп аталады). Ол тек статика тепе-теңдігі теңдеуінің көмегімен шешілуі мүмкін емес. Жалпы жағдайда бес реакциясы бар ұшаралық кесілмеген арқалықты (1.95, б сурет) есептеуге(әсері кезінде тек тік жүктеме-төртеу) екі теңдеу жетпейді. Мұндай арқалықты есептеу есебі(арқалықтың өзі секілді) екі рет статикалық

(немесе екі рет) деп аталады. Арқалықтардың санын ұлғайтқан кезде статикалық тұрғыдан анықталмайтын аралықтардың есебі мен дәрежесі. Басқа тіреулерге қатысты тепе-теңдік қосымша теңдеулерді құруға қызығушылық пайда болады, бірақ ол дұрыс емес, өйткені кесілмеген арқалықтың тіреуіндегі момент нөлге тең емес. Топсалы арқалықтарға арнайы әрқайсысы тепе-теңдіктің бір қосымша теңдеуін беретін топсалар енгізіледі. Сонымен бірге топсалы арқалықтардың тіреулеріндегі момент нөлге тең еместігіне әрбір тіреуге қатысты тепе-теңдік теңдеуін құрумен көз жеткізуге болады. Тағы да бір рет атап өтейік, денеге *еркін орналастырылған күштердің әсері* (ал кесілмейтін діңгек — бұл бір дене) жалпы жағдайда тепе-теңдік теңдеуінің тек үшеуін *және екеуін—тек вертикалды жүктеме бар болған жағдайда* құруға болады. кесілмеген (көпаралық) статикалық тұрғыда анықталмайтын болып табылады.

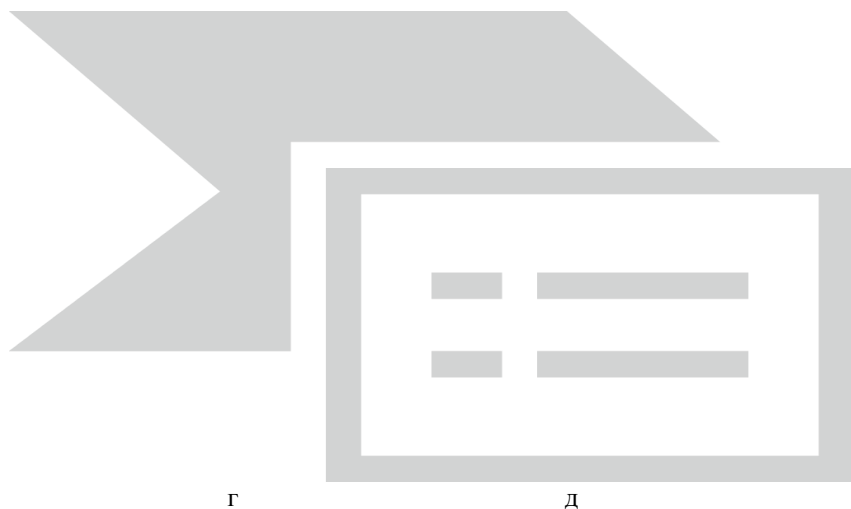
Егер де әрбір тіреуге бір топса енгізетін болсақ, (1.95, в сурет), кесілмеген арқалық үш қарапайым арқалық жүйесіне айналады, егер де аралықтарға топсаларды енгізетін болсақ, (1.95, г сурет), арқалық топсалыға айналады. Екі жағдайда да арқалықтар статикалық тұрғыдан анықталатын болады, сонымен бірге оның нұсқасы мен ондағы күшті негізінен өзгертеді. Кесілмеген арқалықты статикалық тұрғыдан анықталатынға айналдырудың тағы бір әдісі бар— барлық арақашықтық тіреулерін алып тастау (1.95, д сурет). Онда кесілмеген арқалық екі тіреудегі қарапайым арқалық болады. Теориялық тұрғыда оны жасауға болады, бірақ іс жүзінде біраралық арқалықтың екі немесе үш аралығын жабуға мүмкіндік барлық уақытта бола бермейді. Оның өлшемдері едәуір үлкен болады, және де ол үнемсіз болады.

Топсаларды екі түрге бөлуге болады. Біріншілері арқалықты оның бөлімдерінің қозғалмауын қамтамасыз ете отырып, «кесіп алады» (1.95, е сурет), екіншілері оны «кесіп алмай» арқалықты тірейді (1.95, ж сурет). Екінші жағдайда топсаны орнатумен бірге момент нөлге тең емес.

Статикалық тұрғыдан алғанда анықталмайтындар бірнеше тіреулердегі тек кесілмеген (монолитті) арқалықтар ғана анықталмайтын, сонымен бірге нақты ұштары бекітілген біраралық арқалықтар да болуы мүмкін. Мұндай арқалықтарды кесілмегендерге теңестіруге мүмкіндік беретін әдістемелер бар. кесілмеген арқалықтардың есебі 2 тарауда қарастырылады.

## 1. Қаңқа және қаңқа жүйесі

*Тік және көлденең (немесе көлбеу)діңгектерден (білік) тұратын тораптарында өзара мықты байланысқан* геометриялық өзгермейтін жүйені *қаңқа деп* атайды. Тік немесе оған жақын элементтерді бағана деп, ал көлденеңдерін-ригельдер деп атау жалпы қабылданған. Бағандар



1.96. сурет. Қарапайым арқалық бір контурлы қаңқалар:

$a$ ,  $b$  — көлденең ригельмен;  $c$  — көлбеу ригельмен;  $z$  — үзік сызықты ригельмен;  $d$  — Г-кескін түрде;  $1$  — бағана;  $2$  — ригель



1.97.сурет. Көп контурлы қаңқа:

$a$  — көпарқалық;  
 $b$  —көпқабатты

бірдей немесе әртүрлі ұзындықта болуы мүмкін. Ригель тек көлденең ғана емес көлбеу немесе үзік сызбалы болуы мүмкін(1.96 сурет).Арқалық бір контурлы қаңқа 12(7) суретте ұсынылған. Егер де қаңқалар арқалық секілді екі тіреудің көмегімен негізіне бекітілген болса, олар арқалық (1.96 суретке қара), егер де қатты бекіменің көмегімен болса — *консолды* (әрі қарай 1.109 суретке қара) болып аталады. Арқалық қаңқалар *топсасыз* (1.96 суретке қара) немесе топсалы болуы мүмкін (әрі қарай 1.105 суретке қара).

Сондай-ақ қаңқалар бір контурлы(бір аралық және бір қабатты-1.96 су-

ретке қара) және көпконтурлы (көп аралық немесе көпқабатты-1.97 сурет) болып бөлінеді. Қаңқалар құрылыста кеңінен таралған. Ол ережеге сай, ғимараттар мен құрылыс жайларының қаңқасын құрайды, сонымен бірге осы бөлімде қарастырылғандардағыдан бөлек едәуір күрделі жүйені білдіреді.

Арқалықтар секілді қаңқалар статикалық тұрғыда анықталатын және статикалық тұрғыда анықталмайтын болады. Соңғы тіреу реакциялары мен ішкі күштер тек қатты дене статикасының тепе-теңдік теңдеуімен ғана табылып қоймайды.

### 1. Қарапайым арқалық-топсалы қаңқалар

Діңгектерге сыртқы тіптен ұқсастығы жоқ қаңқаларды арқалықтар секілді тепе-теңдік теңдеулерді қолданумен есептейді. Тік элементтері (бағаналар) мен қатты тораптарының болуы әрі қарай тоқталып өтетін есептеуде белгілі бір өзгешіліктерді тудырады.

Қарапайым арқалық бір контурлы қаңқалардың есебі келесі тәртіпте жүргізіледі.

#### 1. Тепе-теңдік теңдеуімен тіреу реакцияларын анықтайды

$$\sum M_A = 0, \quad \sum M_B = 0 \quad \text{и} \quad \sum X = 0.$$

Діңгектермен салыстырғанда қаңқаларға топсалы-жылжымайтын тіреуде (нақтырақ айтар болсақ, көлденеңділік құраушы реакциялары) көлденең реакциялар болдыратын көлденең жүктемелер жиі әсер етеді, яғни қаңқада үш белгісіз реакциялар пайда болады:  $H_B$ ,  $V_A$  и  $R_B$  (соңғысын біртектілік мақсатта  $V_B$  деп белгілейтін боламыз). Діңгектердегідей,  $X Y = 0$  теңдеуі тік реакцияларды анықтаудың дұрыстығын тексеру үшін пайдаланады.

2. Қаңқаның таңбалық нүктелерін белгілейді. Діңгектер үшін көрсетілген таңбалық нүктелеріне тораптарды қосады. (1.5.1.1 бөліміне қара). Қаңқаның бағаны мен ригелін белгілейді.

3. Қаңқаның таңбалық нүктесі шегі болып табылатын аудандарға бөледі. Діңгектерді есептеу кезіндегі секілді әр ауданға қаңқаны екі бөлікке бөлетін кима жүргізеді. Әрбір кимадан тіреуге дейінгі арақашықтықты белгілейді. Діңгекпен салыстырғанда мұндай кадам баған мен ригель үшін жеке орындалады.

Әрбір аудан үшін  $Q_x$ ,  $M_x$  және  $N_x$  мәнін анықтайды және сәйкес эпюралар құрады.  $Q_x$  және  $M_x$  анықтау кезінде қаңқаны сол бөлігінің тепе-теңдігін қарастырған кезде сағат тілімен ішінен, ал оң жағының тепе-теңдігін қарастырған кезде - оны да ішінен, бірақ сағат тіліне қарама-қарсы бағытта айналдырып шығу қажеттігін есте сақтау керек. Нұсқалған жағдайларды сақтағанда қаңқаларға арналған  $Q_x$  және  $M_x$

$Q_x$  эпоасын дәл солай, блок сияқты құрайды. Оң мәндері раманың сыртында, ал терістері ішінде қалады.  $M_x$  эпюрасын  $M_x$  блогы сияқты құрайды, бірақ  $M_x$  байламында екі рет шегеріледі:

белгілердің ережелері нақты дінгектерге арналғандағыдай болады.  $Q_x$  эпюрасын дінгекке арналғандай етіп құрады, сонымен оң мәні қаңқаның сыртына, ал теріс мәні –ішінде қалдырылады.  $M_x$  эпюралары дінгектің  $M_x$  эпюрасы сияқты құрады, сонымен бірге тораптағы  $M_x$  мәні екі рет қалдырылады: бағанға перпендикуляр және ригельге перпендикуляр. Торапта шоғырланған сыртқы моменттері жоқ болғанда бұл мәндер тең болуы қажет. Қаңқаға арналған  $M_x$  эпюраларды құру кезінде ұзартылған талшық жағынан игіш моменттердің мәнін қалдыру қабылданған.  $M_x$  эпюрасына белгі қойылмайды. Бірінші кезеңде белгілерді қоюға болады, есептеудің белгілі бір тәжірибесін алған соң, оларды қолданбауға да болады. Ол есептеудің қателігі болмайды.

Қаңқа элементтеріндегі  $N_x$  ұзындық күштерінің эпюрасын құрады — баған мен ригельде. Дінгектерде (арқалықпен ауыстыру керек) бұл күштер жүктеменің тік әсері кезінде жоқ болады.  $N_x$  ұзындық күші элемент білігіне (тек сол немесе тек оң жағынан) қиманың бір жағында орналасқан барлық күштердің кескіні сомасына тең. Егер де бойлық күш қысым тудыратын болса, оны теріс деп («алу» белгісімен), егер созылуын- оң («косу»)деп есептейді.  $N_x$  мәні  $Q_x$  эпюрасынан  $N_x$  эпюрасын дұрыс ажырату үшін, элемент білігінен екі жағынан қалдыру қабылданған. Арнайы құрылыс әдебиетінде кейде қысым тудыратын күшті оң деп, ал созылуын тудыратын күшті теріс деп есептейді. Біз механикада жалпы қабылданған ережеге сүйенеміз.

Қарапайым жүктемесімен қаңқаның қарапайым нұсқасы есебінің қалай орындалатынын қарастырамыз.

**1.26. мысал.** 1.98, а суретінде келтірілген қаңқаға арналған  $Q_x$ ,

$M_x$  және  $N_x$  эпюраларын құру, ал егер 1.98, а, сурет,  $l = 4$  м,  $h = 2$  м,  $F = 10$  кН.

Шешуі:

1. тіреу реакцияларын анықтаймыз. Дінгектерді есептеудегідей, тепе-теңдік тендеуін құрусыз  $V_A$  және  $V_B$  тіреу реакцияларын анықтау мүмкіндігін беретін симметрия қасиетін қолданамыз:

$$V_A = V_B = \frac{F}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ кН.}$$

Көлденең жүктемесі жоқ, сондықтан  $H_A = 0$ .

1. Қаңқаны аудандарға бөлеміз:  $LC$  бағанасы—I аумақ,  $CD$  ригелі —II және III аумағы,  $BD$  бағана —IV аумақ.

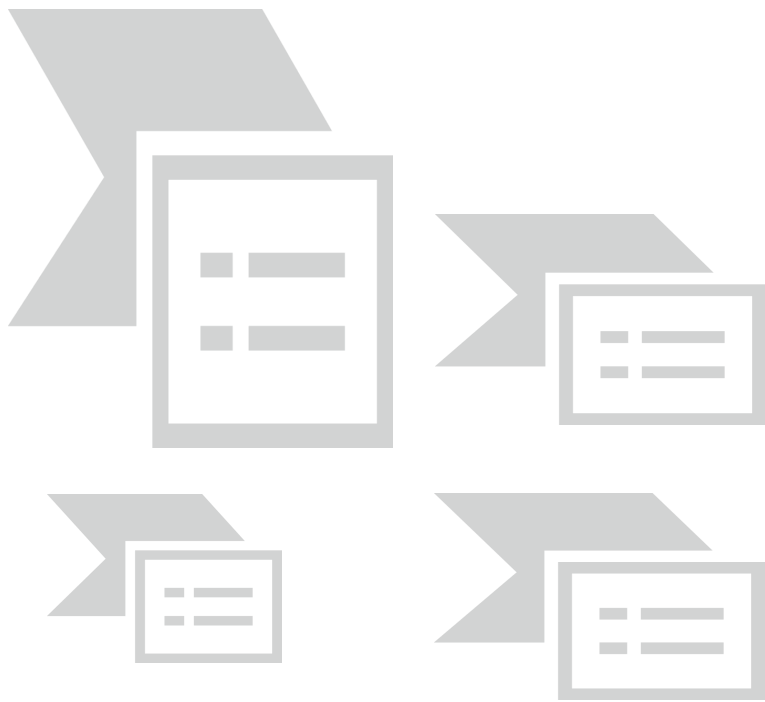
Әрбір аумақтағы  $Q_x$  көлденең күшті анықтаймыз. I аумағы ( $0 < x_1 < h$ ):  $Q_{x1} = 0$  —LC бағанының барлығында, өйткені бағанның көлденең білігінің күші жоқ. II аумағы ( $0 < x_2 < l/2$ ):  $Q_{x2} = V_A = 5$  кН — барлық аумақтарда. III аумағы ( $l/2 < x_3 < l$ ):  $Q_{x3} = V_A - F = 5 - 10 = -5$  кН — барлық аумақтарда. IV аумағы ( $0 < x_4 < h$ ):  $Q_{x4} = 0$ , өйткені бұл аумақта перпендикулярлы тіреу осының күші жоқ.

$Q_x$  эпюрасын құраймыз (сур. 1.98, б).

Әрбір учаскіде  $M_x$  майысатын моментін анықтаймыз. Участке I ( $0 < x_1 < h$ ):  $M_{x1} = 0$ , майысуды тудыратын күш жоқ. Участке II ( $0 < x_2 < l/2$ ):

$$M_{x2} = Vax_2,$$





1.98. сурет. 1.26 мысалына: *a* — қаңқаның тапсырылған нұсқасы; *b* —  $Q_x$  эпюрасы; *в* —  $M_x$  эпюрасы; *г* —  $N_x$  эпюрасы

$$x_2 = 0, M_{x_2} = 0;$$

$$x_2 = l/2, M_{x_2} = V_A \frac{l}{2} = \frac{F l}{2 \cdot 2} = \frac{F l}{4} = 10 \cdot \frac{4}{4} = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

III аумағы ( $l/2 < x_3 < l$ ):  $M_{x_3} = V_{Ax_3} - F(x_3 - l/2)$ ;

$$x_3 = l/2, M_{x_3} = V_A l/2 = 5 \cdot 2 = 10 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$x_3 = l, M_{x_3} = V_A l - F(l - l/2) = 5 \cdot 4 - 10 \cdot 2 = 20 - 20 = 0.$$

*IV аумағы* ( $0 < x_4 < h$ ):  $M_{x_4} = 0$ , өйткені бағана білігіне перпендикуляр күш жок.

*M\** эпюрасын (1.98, *в сурет*) құрамыз.

1. Әрбір аумақтағы  $N^*$  бойлық күшін анықтаймыз. *I* аумағы ( $0 < x_1 < h$ ):  $N_{x1} = -V_A = -5 \text{ кН}$  — барлық аумақта *AC* бағаны қысылады.

*II аумақ* ( $0 < x_2 < l/2$ ):  $N_{x2} = 0$ .

*III аумақ* ( $l/2 < x_3 < l$ ):  $N_{x3} = 0$ . Екі аумақта да ригель білігіне сәйкес келетін күш жок, сондықтан бойлық күш нөлге тең. *IV аумағы* ( $0 < x_4 < h$ ):  $N_{x4} = -V_B = -5 \text{ кН}$  — баған сығылған.  $N_x$  эпюрасын (1.98, *г сурет*) құрамыз.



1.99. Сурет. 1.19 есепке

Нәтижелерін бағалай отырып, қаңқа ригеліндегі  $Q_x$  және  $M_x$  эпюралар арқалыққа арналған эпюраны толық қайталайтындығын атап кетелік (1.10 мысалын қара), ал бағандар қысылады және онда бойлық күш те, игіш моменттер де жоқ, яғни жоқ, яғни нұсқалған жүктемеде қаңқаны баған мен ригельдің мықты байланысқандығына қарамастан, арқалық сияқты жұмыс нұсқасы бойынша қарастыруға болады.

**1.19 есеп.** Тіреу реакциясын анықтаңыз және 1.99 суретте көрсетілген қаңқаға арналған  $Q_x$ ,  $M_x$  және  $N_x$  эпюраларды құраңыз, егер  $F = 4$  кН,  $l = 6$  м,  $h = 3$  м. Алынған эпюралары 1.11 мысалда қарастырылған арқалыққа арналған эпюрамен салыстырыңыз.

**1.27. мысал.** 1.100, *a*, суретінде келтірілген қаңқаға арналған  $Q_x$ ,  $M_x$  және  $N_x$  эпюраларды құру, егер  $l = 4$  м,  $h = 2,5$  м,  $q = 3$  кН/м.

*Шешуі.* 1.16, мысалда қарастырылған арқалықпен қаңқаны салыстыратын болсақ, онда олардың жүктемесі мен аралығының бірдей екендігін көреміз. 1.26 мысалда жасалған нәтижелерді ескере отырып,  $Q_x$ ,  $M_x$  және  $N_x$  (1.100, *б* — *г сурет*) эпюраларын құрамыз. Қарапайым бір контурлы қаңқадағы тек тік жүктеменің әсерінен ригель арқалық секілді жұмыс жасайтындығын тағы бір атап өтейік, ал бағандар сыртқы жүктемелердің бағытына байланысты қысылады немесе созылады.

**1.28.мысал.** Тіреу реакцияларын анықтау және  $Q_x$ ,  $M_x$  и  $N_x$  1.101 суретте келтірілген қаңқаға арналған  $Q_x$ ,  $M_x$  және  $N_x$  эпюраларды құру, *a*, егер  $l = 4$  м,  $h = 3$  м,  $F = 2$  кН.

Шешуі.

**1.** Тіреу реакциясын анықтаймыз. Қаңқаның өзінің симметриялық білігі бар, бірақ жүктеме симметриялы емес, сондықтан тіреу реакциясын анықтау үшін тепе-теңдік теңдеуін құру қажет:

$$\Sigma M_a = 0, \Sigma M_b = 0, \Sigma X = 0.$$

Қарастырылып тұрған қаңқаға бірінші теңдеу келесідей болады

$q = 3 \text{ кН/м}$



В

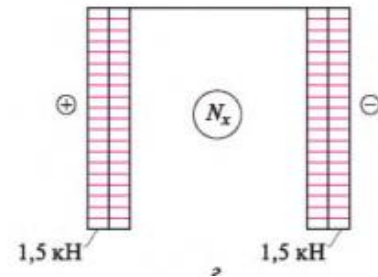
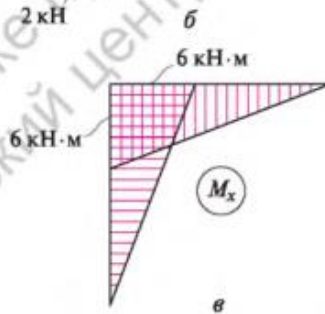
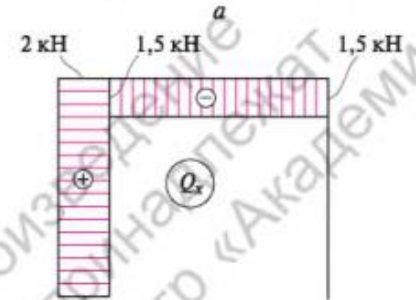
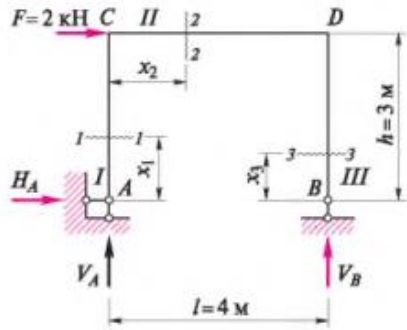


6 кН

6 кН

1.100. сурет. 1.27 мысалына:

$a$  — қаңқаның тапсырылған нұсқасы;  $b$  —  $Q_x$  э-сы;  $v$  —  $M_x$  э-сы;



1.101. сурет. 1.28 мысалына:

$a$  — қаңқаның тапсырылған нұсқасы;  $b$  —  $Q_x$  э-сы;  $v$  —  $M_x$  э-сы;

$$Fh - V_B l = 0,$$

бұдан

$$V_B = \frac{Fh}{l} = \frac{2 \cdot 3}{4} = 1,5 \text{ кН.}$$

Екінші теңдеудің

$$V_A l + Fh = 0 \text{ түрі,}$$

бұдан

$$V_A = -\frac{Fh}{l} = -1,5 \text{ кН.}$$

Осылайша,  $V_A$  және  $V_B$  реакциялары А нүктесіне қатысты  $F$  күшінің теңдестіру моментін құрайды.

Тік реакцияның дұрыс анықталуын тексеру үшін,  $V_A + V_B = 0$  түріндегі қарастырылатын қаңқаға арналған  $\sum Y = 0$  теңдеуді қолданамыз. Табылған мәнді қойып,  $-1,5 + 1,5 = 0$ ;  $0 = 0$  аламыз. Тік реакциялар дұрыс анықталған.

$\sum X = 0$  тепе-теңдіктің үшінші теңдеуінің  $F + H_A = 0$  түрі, бұдан  $H_A = -F = -2$  кН, яғни  $H_A$  көлденең реакциясы 1.101, *а суретте көрсетілгенге қарама-қарсы бағытта* болады.

1. Қаңқаны үш аумаққа бөлеміз: *I* — баған *AC*, *II* — *CD* ригелі, *III* — баған *BD*.

Әр аумақтағы  $Q_x$  көлденең күшті анықтаймыз. *I* аумағы ( $0 < x_1 < h$ ):  $Q_{x1} = -H_A = 2,0$  кН — барлық аумақтарда. *II* аумағы ( $0 < x_2 < l$ ):  $Q_{x2} = V_A = -1,5$  кН — барлық аумақтарда. *III* аумағы ( $0 < x_3 < h$ ):  $Q_{x3} = 0$  — барлық аумақтарда, себебі көлденең күші жоқ.

$Q_x$  эпюрасын құрамыз (1.101, *б сурет*).

Барлық аумақтардағы  $M_x$  игіш моменттерді анықтаймыз. *I* аумағы ( $0 < x_1 < h$ ):  $M_{x1} = -Hx_1$

1.  $x_1 = 0$   $M_{x1} = 0$ ;
2.  $x_1 = h$   $M_{x1} = -H_A h = 2 \cdot 3 = 6$  кН • м.  
~~*II* аумағы ( $0 < x_2 < l$ ):  $M_{x2} = -H_A h + Vx_2$ ;~~
3.  $x_2 = 0$   $M_{x2} = -H_A h = 6$  кН • м;
4.  $x_2 = l$   $M_{x2} = -H_A h + V_A l = -2 \cdot 3 - 1,5 \cdot 4 = 0$ .

*III* аумағы ( $0 < x_3 < h$ ):  $M_{x3} = 0$ , өйткені бұл аумақта иілім тудыратын күш жоқ.

$M_x$  (1.101, *в сурет*) эпюрасын құрамыз. Моменттердің мәнін созылған талшық жағынан қалдырамыз, яғни егер қаңқаның ішінен қарайтын болсақ, оң мәнін төменге қалдырамыз.

5, Әрбір аумақтағы  $N_x$  бойлық күшті анықтаймыз.

I аумағы ( $0 < x_1 < h$ ):  $N_{x1} = -V_A = 1,5$  — барлық аумақтағы созылу.

II аумағы ( $0 < x_2 < l$ ):  $N_{x2} = H_A + F = -2,0 + 2,0 = 0$  — аумақ не созылмайды, не қысылмайды.

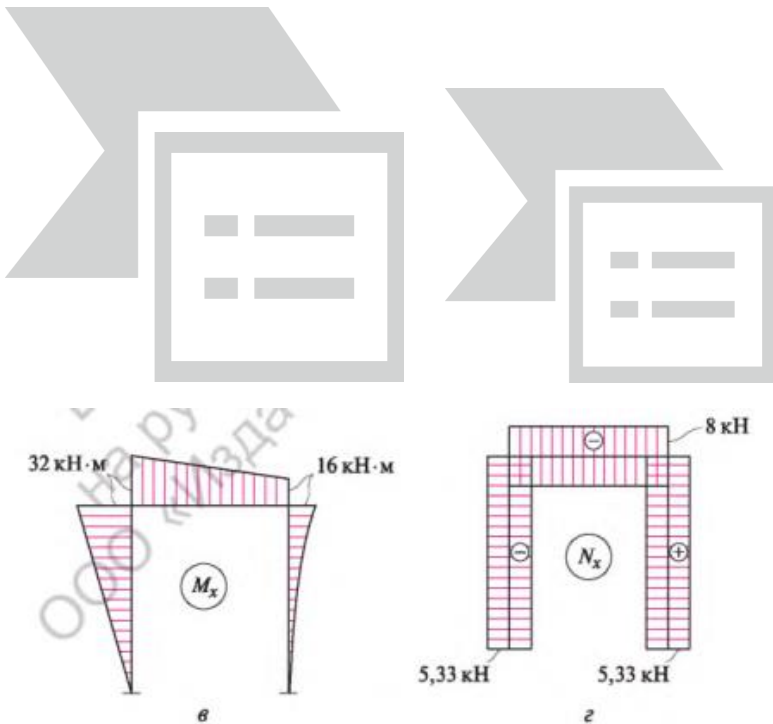
III аумағы ( $0 < x_3 < h$ ):  $N_{x3} = -V_B = -1,5$  — барлық аумақтардағы қысу.

$N_x$  (1.101, 2 сурет) эпюрасын құрамыз.

1.29. мысал. Тіреу реакцияларын анықтау және 1.102, а суретте келтірілген қаңқаға арналған  $Q_x$ ,  $M_x$  және  $N_x$  эпюраларын құрамыз, егер  $l = 3$  м,  $h = 4$  м,  $q = 2$  кН.

1. шешуі. Тіреу реакцияларын анықтаймыз. ^жүктемесі білікке қатысты, симметриялы емес сондықтан тепе-теңдік теңдеуін құрамыз:

$$\sum M_A = 0, \text{ или } -qh \frac{h}{2} - V_B l = 0,$$



1.102.сурет. 1.29 мысалға:

$a$  — қаңқаның тапсырылған нұсқасы;  $b$  —  $Q_x$  эпюрасы;  $в$  —  $M_x$  эпюрасы;  $г$  —  $N_x$  эпюрасы

бұдан

$$V_B = -\frac{qh^2}{2l} = -\frac{2 \cdot 4^2}{2 \cdot 3} = -5,33 \text{ кН.}$$

$$\sum M_B = 0, \text{ или } V_A l - qh \frac{h}{2} = 0, \text{ откуда } V_A = \frac{qh^2}{2l} = 5,33 \text{ кН.}$$

Тексеру:

$XU = 0$ , немесе  $V_b + V_a = 0$ ;  $5,33 - 5,33 = 0$ ;  $0 = 0$ . Тік реакциялары дұрыс табылған.

1.28 және 1.29 мысалдарынан көлденең күштердің болуынан тік реакциялар (немесе оларды құрайтындар) көлемі бойынша тең және бағыты бойынша қарама-қарсы деген қорытынды жасауға болады.

$\sum X = 0$  тепе-теңдіктің үшінші тендеуінің  $H_A - qh = 0$  түрі болса, онда  $H_A = qh = 2 \cdot 4 = 8 \text{ кН}$ .

1. 1.102 суретте көрсетілгендей, *I, II, III, аумақтарына қаңқаларды бөлеміз.*

а.

Әрбір аумақтағы  $Q_x$  бойлық күшті анықтаймыз. *I* аумағы ( $0 < x_1 < h$ ):

$$Q_{x1} = -H_A = -8 \text{ кН.}$$

*II* аумағы ( $0 < x_2 < l$ ):  $Q_{x2} = V_a = 5,33 \text{ кН}$ .

*III* аумағы ( $0 < x_3 < h$ ):  $Q_{x3} = qx_3$ ;

3.  $x_3 = 0$   $Q_{x3} = 0$ ;

4.  $x_3 = h$   $Q_{x3} = qh = 2 \cdot 4 = 8 \text{ кН}$ .

Табылған мән бойынша  $Q_x$  (1.102, *б сурет*) эпюрасын құрамыз.  $Q_x$  эпюрасы нөлдік сызықты қиып өтпейді (баған білігі), сондықтан  $M_x$  эпюрасының экстремумы болмайды.

Әрбір аумақтағы  $M_x$  игіш моментін анықтаймыз. *I* аумағы ( $0 < x_1 < h$ ):

$$M_{x1} = -H_A x_1;$$

6.  $x_1 = 0$   $M_{x3} = 0$ ;

7.  $x_1 = h$   $M_{x3} = -H_A h = -8 \cdot 4 = -32 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

*II* аумағы ( $0 < x_2 < l$ ):  $M_{x2} = -H_A h + V_a x_2$ ;

8.  $x_2 = 0$   $M_{x2} = -H_A h = -8 \cdot 4 = -32 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ;

9.  $x_2 = l$   $M_{x2} = -H_A h + V_a l = -8 \cdot 4 + 5,33 \cdot 3 = -16 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

$x_2$

*III* аумағы ( $0 < x_3 < h$ ):  $M_{x3} = -q x_2^2 / 2$ ;

10.  $x_3 = 0$   $M_{x3} = 0$ ;

$$\text{††} \quad x_3 = h \quad M_{x3} = -q \cdot h^2 / 2 = -2 \cdot 4^2 / 2 = -16 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Табылған мән бойынша  $M_x$  (1.102, *в эпюрасы*) эпюрасын құрамыз. *III* аумақтағы момент эпюрасы—экстремалдық мәнісіз қисық.

Әрбір аумақтағы  $B_x$  бойлық күшті анықтаймыз. *I* аумағы ( $0 < x_1 < h$ ):

$$N_{x1} = -V_a = -5,33 \text{ кН} \text{ — барлық аумақтағы баған сығылған.}$$

II аумағы ( $0 < X_j < l$ ):  $N_{x2} = -H_A = -8$  кН — барлық аумақта ригель сығылған.

III аумағы ( $0 < x_3 < h$ ):  $N_{x3} = -V_B = -(-5,33) = 5,33$  кН — барлық аумақта баған созылған.

Табылған мәндер бойынша  $N_x$  (1.102, г сурет) эпюрасын құрамыз.

1.20. **есеп.** Тіреу реакцияларын анықтаңдар және 1.103 суретте келтірілген қаңқаға арналған  $Q_x$ ,  $M_x$  және  $N_x$  эпюраларын құрыңдар, егер  $l = 3$  м,  $h = 3$  м,  $q = 5$  кН/м.

1.30. **мысал.** Тіреу реакцияларын анықтау және 1.104, а, суретте келтірілген қаңқаға арналған  $Q_x$ ,  $M_x$  және  $N_x$  эпюраларды құру. егер  $l = 8$  м,  $h = 6$  м,  $a = 2$  м,  $b = 3$  м,  $F = 40$  кН,  $q = 10$  кН/м.

Шешуі.1. Тіреу реакцияларын анықтаймыз, ол үшін тепе-теңдік тендеуін құрамыз.

Бірінші  $\Sigma M_A = 0$  тендеуінің  $Fb + q \cdot \frac{1}{2}(1/2 + 1/4) - V_B l = 0$  түрі,

одан

$$V_B = \frac{Fb + q \cdot \frac{l}{2} \left( \frac{l}{2} + \frac{l}{4} \right)}{l} = \frac{40 \cdot 3 + 10 \cdot \frac{8}{2} \left( \frac{8}{2} + \frac{8}{4} \right)}{8} = \frac{120 + 240}{8} = 45 \text{ кН.}$$

~~Екінші тендеудің  $\Sigma M_B = 0$  түрі  $V_A l - H_A(h - a) - F(h - a - b) - q \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = 0$~~

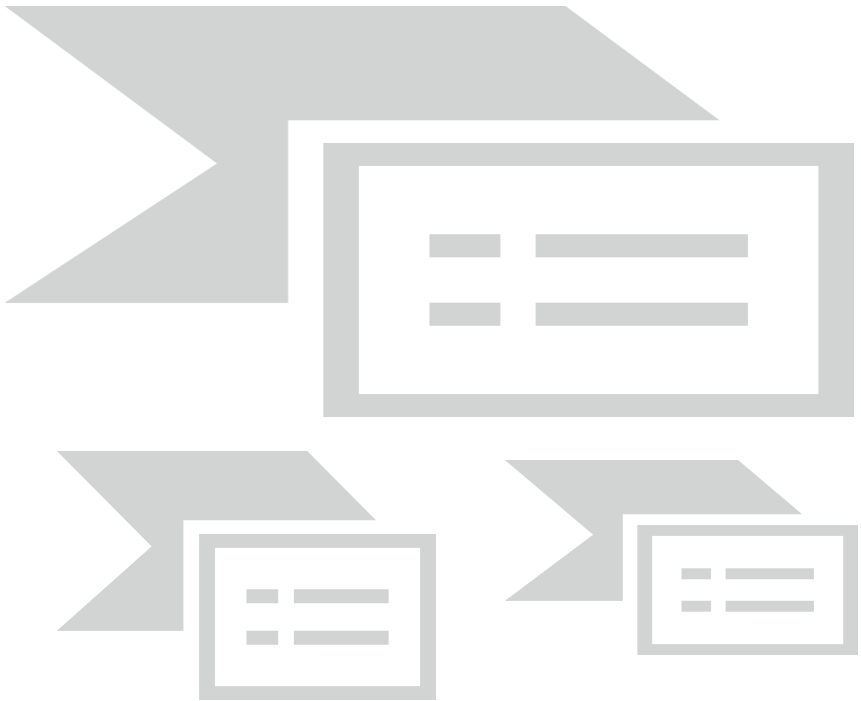
Ондағы екі белгісіздік:  $V_A$  және  $H_A$ , сондықтан алдымен  $X-Y = 0$  тендеуін құру қажет, одан  $H_A$  табу керек.

$X-X = 0$  тендеуінің  $H_A + F = 0$  түрі, одан  $H_A = -F = -40$  кН. Осы және басқа да белгілі сандық мәндерді екінші тепе-теңдік тендеуіне қоямыз:

$$V_A \cdot 8 + 40(6 - 2) - 40(6 - 2 - 3) - 10 \cdot \frac{8}{2} \cdot \frac{8}{4} = 0.$$

1.103.сурет 1.20 мысалға





1.104. сурет 1.30 мысалға:  $a$  — қаңқаның тапсырылған нұсқасы;  $b$  —  $Q_x$  э-сы;  $v$  —  $M_x$  э-сы;  $z$  —  $N_x$  эпюрасы

Бұдан

$$V_A = \frac{-40(6-2) + 40(6-2-3) + 10 \frac{8 \cdot 8}{2 \cdot 4}}{8} = \frac{-160 + 40 + 80}{8} = -5 \text{ кН.}$$

Тексеру:  $XU = 0$ , немесе  $V_a - ql/2 + V_b = 0$ ;  $-5 - 10 \cdot 4 + 45 = 0$ ;  $0 = 0$ .  
Тіреу реакциялары дұрыс табылған.

1. 1.104, а суретте көрсетілгендей (I— V) бес аумаққа қаңқаларды бөлеміз.

Әрбір аумақтағы  $Q_x$  бойлық күшін анықтаймыз

I аумақ ( $0 < x_1 < b$ ):  $Q_{x1} = -H_A = -(-40) = 40$  кН — барлық аумақта

II аумағы ( $b < x_2 < h$ ):  $Q_{x2} = -H_A - F = -(-40) - 40 = 0$  — барлық аумақта.

III аумағы ( $0 < x_3 < l/2$ ):  $Q_{x3} = V_a = -5$  кН — барлық аумақта.



Табылған мән бойынша  $B_I$  (1.104, *г сурет*) *эпюрасын құрамыз.*

IV аумағы ( $0 < x_4 < 1/2$ ):  $Q_{x_4} = -V_B + q x_4$ ;

3.  $x_4 = 0$   $Q_{x_4} = -V_B = -45$  кН;

4.  $x_4 = 1/2$   $Q_{x_4} = -V_B + ql/2 = -45 + 10 \cdot 4 = -5$  кН.

$V(0 < x_5 < a)$  аумағы:  $Q_{x_3} = 0$ , аумақта өйткені көлденең күші жоқ.

$Q_x$  (1.104, *б сурет*) *эпюрасын құрамыз.*

Әрбір аумақтағы  $M_x$  *игиш моменттерді анықтаймыз.* I аумағы ( $0 < x_1 < b$ ):  $M_{x1} = -H_A x_1$ ;

6.  $x_1 = 0$   $M_{x1} = 0$ ;

7.  $x_1 = b$   $M_{x1} = -H_A b = -(-40) \cdot 3 = 120$  кН · м.

II аумағы ( $b < x_2 < h$ ):  $M_{x2} = -H_A x_2 - F(x_2 - b)$ ;

8.  $x_2 = b$   $M_{x2} = -H_A b = -(-40) \cdot 3 = 120$  кН · м;

9.  $x_2 = h$   $M_{x2} = -H_A h - F(h - b) = -(-40) \cdot 6 - 40 \cdot 3 = 240 - 120 = 120$  кН · м.

III аумағы ( $0 < x_3 < 1/2$ ):  $M_{x3} = -H_A h - F(h - b) + \wedge x_3$ ;

10.  $x_3 = 0$   $M_{x3} = -H_A h - F(h - b) = -(-40) \cdot 6 - 40(6 - 3) = 240 - 120 = 120$  кН · м;

11.  $x_3 = 1/2$   $M_{x3} = -H_A h + V_B x_3 - \frac{q x_3^2}{2} = 120 + (-5) \cdot 4 = 100$  кН · м.

IV аумағы (0  $M_{x_4} = V_B l/2 - \frac{q(l/2)^2}{2} = 45 \cdot 4 - \frac{10 \cdot 4^2}{2} = 180 - 80 = 100$  кН · м.

12.  $x_4 = 0$   $M_{x_4} = C$ ,

13.  $x_4 = 1/2$

V аумағы ( $0 < x_5 < a$ ):  $M_{x5} = 0$ , өйткені бұл аумақта баған білігіне перпендикуляр күш жоқ.

Табылған мән бойынша  $M_x$  (1.104, *в сурет*) *эпюрасын құрамыз.*

Әрбір аумақтағы  $B_I$  бойлық күшті анықтаймыз. I аумағы ( $0 < x_1 < b$ ):

$N_{x1} = -V_A = 5$  кН — барлық аумақта баған созылған.

II аумағы ( $b < x_2 < h$ ):  $N_{x2} = -V_A = 5$  кН — барлық аумақта баған созылған.

III аумағы ( $0 < x_3 < 1/2$ ):  $N_{x3} = -H_A - F = -(-40) - 40 = 0$ .

IV аумағы ( $0 < x_4 < 1/2$ ):  $N_M = 0$ , өйткені ригель білігі бойынша эсер ететін оң жағынан күш жоқ. Осылайша, барлық ригель не сығылмайды, не созылмайды.

V аумағы ( $0 < x_5 < a$ ):  $N_{x5} = -H_B = -45$  кН — барлық аумақта баған сығылған.

### 1. Қарапайым топсалы арқалық қаңқалары

Мұндай қаңқалар бір (1.105 *а-г*) немесе бірнеше (1.105, *д, е*.) топсаларға ие болады, яғни, өз араларында топсалармен қосылған екі немесе одан да көп бөліктерден тұрады.



1.105 сур. Қарапайым топсалы бірконтурлы қаңқалар:

$a-z$  — бір топсамен;  $d, e$  — екі топсамен;  $1$  — тіреу,  $2$  — беларқа,  $3$  — топса

Бір топсаға ие қаңқаларды қарастырумен шектелеміз. Топсаның орналасуы еркін бола алады: беларқаның ортасында, орталықтан жылжумен, тіреудің беларқаға жанасатын орнында, тіреудің шектерінде. Мұндай қаңқалардың қос тіректері топсалы-жылжымайтын болады. Топсалардың үлкен саны кезінде қаңқалардың, топсалардың, тіреулі өзектердің қатты бөліктерінің санына байланысты болатын жүйенің геометриялық өзгеріссіздігі жөніндегі сұрақ туындайды (2.3.4 бөлім. Қар.).

Топсалы қаңқалардың есептеуі қарапайым топсасыз қаңқалардың есептеулеріне аналогтік орындалады, бірақ бір өзгешелікке ие болады. Топсалы қаңқалардың топсалы – жылжымайтын тіректерінде екі-екіден белгісіз тік және көлденең реакциялар ( $V_A, V_B$  и  $H_A, H_B$ ) туындайды, ал тепе-теңдік теңдеуі тек үшеу ғана болады. Бірақ топсалардың болуы төртінші теңдеуді құруға мүмкіндік береді. Топсадағы сәт, белгілі болғандай, нөлге тең болады, сондықтан  $C$  топсасының сол жағында (немесе оң жағында) орналасқан барлық күштер сәттерінің сомасы нөлге тең болуы мүмкін. Осылайша, төрт белгісіздерді анықтау үшін төрт теңдеу болады:

$$\sum M_A = 0, \sum M_B = 0, \sum M_C^{\text{лев}} = 0, \sum X = 0. \quad (1.10)$$

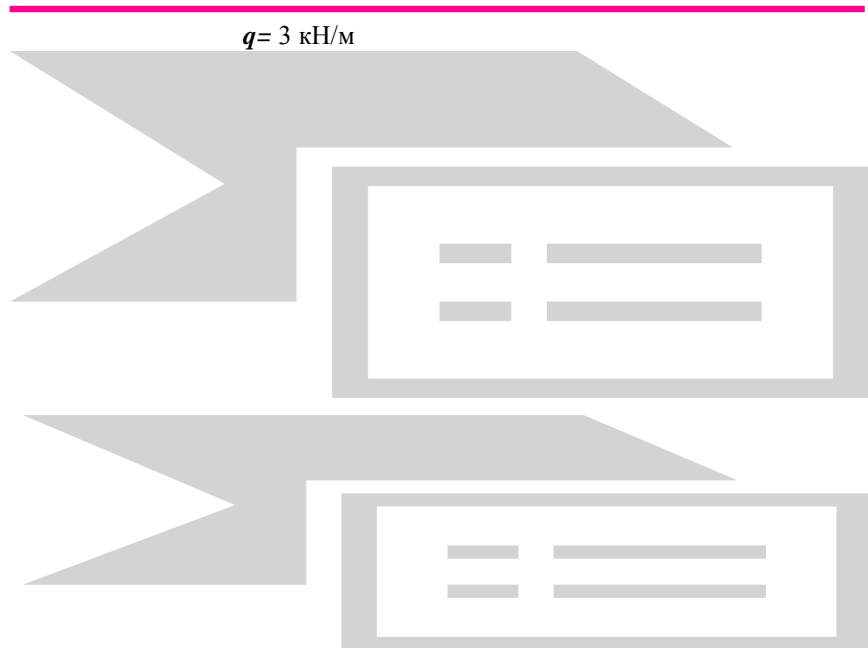
Теңдеулердің құрудың жүйелілігі басқаша болуы да мүмкін. Көп жағдайда теңдеулерді құрудың дұрыс таңдалған тәртібі

шешімді айтарлықтай жеңілдетеді, бірақ ол үшін мұндай қаңқалардың белгілі тәжірибесі қажетті болады. Тепе-теңдік теңдеулерін құру бірізділігі есептеудің өз жүрісімен айтылуы мүмкін. Басқа жағдайларда топсалы қаңқалардың есебі топсасыздың есебінен ерекшеленбейді. Есептеулерді жасай отырып, әрқашан топсадағы сәт нөлге тең екендігін есте ұстау керек. Кері жағдайда бір жерде қателік кетті деген сөз.

Ары қарай параметрлері 1.5.2.1 бөлімшесіндегі мысалдарда қарастырылған топсасыз қаңқалардың параметрлеріне аналогтік болатын топсалы қаңқалардың есептеу мысалдары келтірілген. Бұл есептеудің дағдыларын бекітуге және бір уақытта топсаның болуы жақтаудағы күшке қалай әсер ететіндігін салыстыруға мүмкіндік береді.

1.31 мысал. Тіректі қарсы әсерлерді анықтау және 1.106, а сур. келтірілген қаңқаларға арналған  $M_x$  және  $N_x$ ,  $Q_x$  эпюраларын құру, егер  $l = 4$  м,  $h = 2,5$  м,  $q = 3$  кН/м болса.

Қаңқалар сызбасының толықтай алғанда, оның көлемдері мен жүктемелерінің 1.27 мысалда есептелген сызбалармен, өлшемдермен және жүктемелермен толықтай сәйкес болатындығына назар аудартамыз. Жалғыз ерекшелік мұнда қарастырылушы жақтауда  $C$  топсасы бар екендігінде жатыр, ал оң жақ тірек топсалы-жылжымайтын болып жасалған,



1.106 сур. 1.31 мысалға:

$a$  — қаңқаның берілген сызбасы;  $b$  — эпюра  $Q_x$ ;  $v$  — эпюра  $M_x$ ;  
 $z$  — эпюра  $N$ .

бұл топсаның болуымен шарттас болады. Есептеуден кейін бұл міндеттемелердің басқа да тең шарттар кезінде эпюраларға және тіректі қарсы әсерлерге қалай әсер еткендігін салыстырамыз.

Шешім.

1. Тіректі қарсы әсерлерді анықтаймыз, ол үшін тепе-теңдік теңдеуін құраймыз.

Бірінші теңдеу  $\Sigma M_l = 0$  келесі түрге ие  $ql \cdot l/2 - V_B l = 0$ , осыдан

$$V_B = \frac{ql^2}{2l} = \frac{3 \cdot 4^2}{2 \cdot 4} = 6 \text{ кН.}$$

Екінші теңдеу  $\Sigma M_e = 0$  келесі түрге ие  $V_A l - ql \cdot l/2 = 0$ , осыдан

$$V_A = \frac{ql^2}{2l} = \frac{3 \cdot 4^2}{2 \cdot 4} = 6 \text{ кН.}$$

Тіректі қарсы әсерлер өз араларында тең болады. Қаңқаның

симметриялары да осылай, соның арқасында

$$V_A = V_B = \frac{ql^2}{2l} = \frac{3 \cdot 4^2}{2 \cdot 4} = 6 \text{ кН.}$$

Екі жолмен алынған бірдей нәтижелер орындалған есептеудің дұрыстығына дәлел болады. Топсаның болуы, 1.27 мысалмен салыстырғанда вертикаль құраушы реакциялардың шамаларында байқалмайды.

Үшінші тепе-теңдік теңдеуі  $\Sigma M_c^{кв} = 0$  келесі түрге ие  $V_A \cdot l/2 - H_A h -$

$$-\frac{ql \cdot l}{2 \cdot 4} = 0$$
 осыдан  $H_A = \frac{V_A \cdot l/2 - ql \cdot l/4}{h} = \frac{6 \cdot 4/2 - 3 \cdot 4 \cdot 4/4}{2,5} = \frac{6}{2,5} = 2,4 \text{ кН.}$

Төртінші теңдеу  $\Sigma X = 0$  келесі түрге ие  $H_l - H_e = 0$ , осыдан  $H_e = H_l = 2,4 \text{ кН.}$

Көлденең құраушы реакциялар өз араларында тең болады, бұл да жақтау симметриясының салдары болып табылады.  $H_e$  мәнін келесі теңдеуден табуға болады  $\Sigma M_c^{сол (оң)} = 0$ .

2. Қаңқаны 1.106, а сур. көрсетілгендей төрт учаскеге бөлеміз.

3. Әрбір учаскеде  $Q_x$  көлденең күшін анықтаймыз.

I учаске ( $0 < x_1 < h$ ):  $Q_{x1} = -H_l = -2,4 \text{ кН}$  — барлық учаскеде.

II учаске ( $0 < x_2 < l/2$ ):  $Q_{x2} = V_a - qx_2$ ;

X2 кезінде  $= 0$   $Q_{x2} = V_a = 6 \text{ кН}$ ;

X2 кезінде  $= l/2$   $Q_{x2} = V_a - q \cdot l/2 = 6 - 3 \cdot 4/2 = 0$ .

III учаске ( $l/2 < x_3 < l$ ):  $Q_{x3} = V_a - qx_3$ ;

1. Хз кезінде = 1/2 !  $Q_{x_3} = V_A - q \frac{l}{2} = 6 - 3 \frac{4}{2} = 0;$

2.  $x_3$  кезінде = 1  $Q_{x_3} = V_A - ql = 6 - 3 \cdot 4 = 6 - 12 = -6$  кН.

IV учаске ( $0 < x_4 < h$ ):  $Q_{x_4} = H_B = 2,4$  кН — барлық учаскеде.

Табылған мәндер бойынша  $Q_x$  эпюрасын құрамыз (1,106, 6 сур.).

Алынған  $Q_x$  эпюрасын 1.27 мысалдағы топсасыз жақтаудың аналогтік эпюрасымен салыстыра отырып, беларқадағы эпюраның өзгермегенін байқаймыз, ал тіреулерде  $H_7$  және  $H_8$  тең көлденең күш пайда болады. Бұл топса мен көлденең тіреулі өзекті енгізудің кернегіш деп аталатын көлденең құраушы реакциялардың пайда болуына әкеліп соқтырады.

Әрбір учаскеде  $M_x$  иілгіш сәттерді анықтаймыз, I учаске ( $0 < x_1 < h$ ):

$$M_{x1} = -H_A x_1;$$

2.  $x_1$  кезінде = 0  $M_{x1} = 0;$

3.  $x_1$  кезінде =  $h$   $M_{x1} = -H_A h = -2,4 \cdot 2,5 = -6$  кН \* м,

2

II учаске ( $0 < x_2 < l/2$ ):  $M_{x2} = -H_A h + V_A x_2 - q \cdot x_2^2 / 2;$

4.  $x_2$  кезінде = 0  $M_{x2} = -H_A h = -2,4 \cdot 2,5 = -6$  кН \* м;

5.  $x_2$  кезінде = 1/2  $M_{x_2} = -H_A h + V_A \frac{l}{2} - \frac{q(l/2)^2}{2} = -2,4 \cdot 2,5 + 6 \cdot 2 - \frac{3 \cdot 2^2}{2} = -6 + 12 - 6 = 0,$

III учаске

6.  $x_3$  кезінде = 1/2 ( $l/2 \leq x_3 \leq l$ ):  $M_{x_3} = -H_A h + V_A x_3 - q \frac{x_3^2}{2};$

7.  $x_3$  кезінде = 1  $M_{x_3} = -H_A h + V_A l - \frac{ql^2}{2} = -2,4 \cdot 2,5 + 6 \cdot 4 - \frac{3 \cdot 4^2}{2} = -6 +$

$24 - 24 = -6$  кН \* м,

IV учаске ( $0 < x_4 < h$ ):  $M_{x_4} = -H_B x_4;$   $x_4$  кезінде = 0  $M_{x_4} = 0;$   $x_4$  кезінде =  $h$   $M_{x_4} = -H_B h = -2,4 \cdot 2,5 = -6$  кН \* м,

Табылған мәндер бойынша  $M_x$  эпюрасын құрамыз (1,106, 4 сур.).

Алынған  $M_x$  эпюрасын 1.27 мысалында топсасыз қаңқаның аналогтік эпюрасымен салыстыру кезінде олардың айтарлықтай ерекшеленетіні байқалады. Тіреулердегі топсалы қаңқаларда тіректердегі кернегіштерден иілгіш сәттер, ал беларқада тораптардағы иілгіш сәттер пайда болды, олар шамасы бойынша топсасыз қаңқаның аралық сәтіне тең болады, ал беларқаның ортасындағы иілгіш сәт ең үлкен мәнге дейін жетеді.

Әрбір учаскеде  $N_x$  бойлық күштерін анықтаймыз, I учаске ( $0 < x_1 < h$ ):

$$N_{x1} = -V_A = -6$$
 кН — барлық сол жақ тіреу қысылған.

II учаске ( $0 < x_2 < l/2$ ):  $N_{x2} = -H_A = -2,4$  кН — барлық учаскеде беларқа қысылған.

III учаске ( $l/2 < x_3 < l$ ):  $N_{x3} = -H_A = -2,4$  кН — барлық учаскеде беларқа қысылған. Осылайша, барлық дерлік беларқа қысылған болы шықты.

IV учаске ( $0 < x_4 < h$ ):  $N_{x4} = -V_B = -6$  кН — барлық оң жақ тіреу қысылған.

Табылған мәндер бойынша  $N_x$  (1.106, г сур.) эпюрасын құраймыз.

Алынған  $N_x$  эпюрасын 1.27 мысалдағы топсасыз қаңқаның аналогтік эпюрасымен салыстыра отырып, топсалы қаңқаның беларқасында  $H=2,4$  кН тең қысушы күштің пайда болғанын байқаймыз.

Осылайша, топсалы қаңқада басқа да түрлі шарттар кезінде топсасыз қаңқада болмаған көлденең және бойлық күштер пайда болады. Бұл ретте тіреуде және беларқада  $Q_x$ ,  $M_x$  және  $N_x$  барлық үш күштің комбинациялары пайда болады. Бұл топсалы қаңқаның қарастырылушы жағдайда күрделірек кернеулі жағдайда екендігін байқатады. Алайда, мұндай жақтаулар монтаждау, тасымалдау кезінде жеңілдік болуы мүмкін, сондықтан олар тәжірибеде кең таралды. 1.21 тапсырма. Тіректі қарсы әсерлерді анықтаңыз және 1.107 сур. келтірілген қаңқалар үшін  $Q_x$ ,  $M_x$  и  $N_x$  эпюраларын құраңыз. Өлшемдері мен жүктемелері 1.31 мысалдағыдай, бірақ топса беларқаның орталығынан оның оң жақ тіреумен қосылатын орнына жылжытылған. Бағалаңыз, қандай өзгерістерге күштерде бұл әкелді.

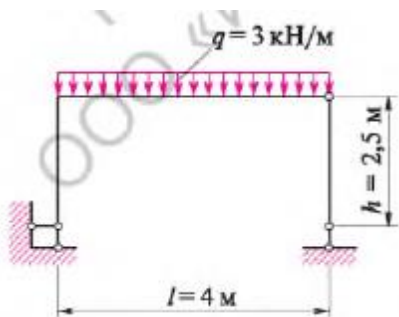
1.32 мысал. Тіректі қарсы әсерлерді анықтау және 1.108, а сур. келтірілген қаңқалар үшін  $Q_x$ ,  $M_x$  и  $N_x$  эпюраларын құрау, егер  $F=40$  кН,  $q=10$  кН/м,  $l=8$  м,  $h=6$  м,  $a=2$  м,  $b=h/2=3$  м болса.

Қаңқаның сызбасы, оның өлшемдері мен жүктемелері 1.30 мысалындай қабылданған, бірақ 1.32 жақтауында топса пайда болды және тіреудің қос жағы топсалы-жылжымайтынға айналды, яғни, оң жағағы тіреуге бір тіреулі өзек қосылды. Мұның қандай өзгерістерге алып келгенін қарастырайық.

**Шешім.** 1. Тіректі қарсы әсерлерді анықтаймыз, ол үшін құраймыз

$$\begin{aligned} \sum M_A = 0, \quad \sum M_B = 0, \\ \sum M_C^{\text{лев(прав)}} = 0, \quad \sum X = 0. \end{aligned}$$

Олардың әрқайсына екі белгісіздер кіреді: мәселен,  $\sum M_A=0$  —  $V_B$  и  $H_c$  теңдеуінде  $\sum M_B$  теңдеуінде = 0 —  $H_A$  и  $V_B$  және т.б. Бұл екі теңдеу жүйелерінің шешімдерін талап етеді, мәселен, біріншіні және үшіншіні. Бірақ ең қарапайым нұсқа да мүмкін болады, егер тепе-теңдік теңдеуін құрудың басқа бірізділігі тандалса.



1.107 сур. 1.21 тапсырмаға

1.108 сур.1,32 мысалға:

а – қаққаның берілген сызбасы; б – эпюра Q; в – эпюра M; г – эпюра Nx



Алдымен біздің мысал үшін келесі түрге ие болатын  $\Sigma M_c^{col} = 0$  теңдеуін қарастырайық

$$-H_A h - F(h - b) = 0,$$

мұнда 
$$H_A = -\frac{F(h - b)}{h} = -\frac{40(6 - 3)}{6} = -20 \text{ кН.}$$

$\Sigma X = 0$  теңдеуі келесі түрге ие  $H_A + F - H_B = 0$ , мұнда  $H_B = F + H_A = 40 - 20 = 20 \text{ кН.}$

$\Sigma M_A = 0$  теңдеуі келесі түрге ие  $Fb + q \cdot 1/2(1/2 + 1/4) - V_{Bl} - H_B(h - a) = 0,$

мұнда

$$V_B = \frac{Fb + q \frac{l}{2} \left( \frac{l}{2} + \frac{l}{4} \right) - H_B(h-a)}{l} = \frac{40 \cdot 3 + 10 \cdot 4(4+2) - 20(6-2)}{8} = \frac{120 + 240 - 80}{8} = 35 \text{ кН.}$$

$M_B = 0$  тендеуі келесі түрге ие болады  $V_A l - F(h-a-b) - q \frac{l}{2} \frac{l}{4} - H_A(h-a) = 0$ ,  
мұнда

$$V_A = \frac{F(h-a-b) + q \frac{l}{2} \frac{l}{4} + H_A(h-a)}{l} = \frac{40(6-2-3) + 10 \cdot 4 \cdot 2 - 20(6-2)}{8} = \frac{40 + 80 - 80}{8} = \frac{40}{8} = 5 \text{ кН.}$$

$V_A$  және  $V_B$  табу дұрыстығын  $V_A - ql/2 + V_B = 0$  түрге ие  $\Sigma Y = 0$  тендеуінің көмегімен тексереміз. Табылған мәндерді қоя отырып  $5 - 10 \cdot 4 + 35 = 0$ ;  $40 - 40 = 0$ ;  $0 = 0$  аламыз. Есептеу дұрыс орындалған.

Есептеу нәтижесінде  $V_A = 5$  кН,  $V_B = 35$  кН,  $H_A = -20$  кН,  $H_B = 20$  кН ие боламыз. Топсасыз қаңқада  $1.30 V_A = -5$  кН,  $V_B = 45$  кН мысалы, яғни, тік құраушылардың мәні өзгерді. Топсасыз қаңқадағы көлденең құраушы жоқ.

**9.** Қаңқаны 1.108, а сур. көрсетілгендей бес учаскелерге бөлеміз.

**10.** Әрбір учаскеде  $Q_x$  көлденең күштерін анықтаймыз.

*I* учаске ( $0 < x_1 < b$ ):  $Q_{x1} = -H_A = -(-20) = 20$  кН — барлық учаскеде

*II* учаскесі ( $b < x_2 < h$ ):  $Q_{x2} = -H_A - F = -(-20) - 40 = 20 - 40 = -20$  кН — барлық учаскеде.

*III* учаскесі ( $0 < x_3 < l/2$ ):  $Q_{x3} = V_A = 5$  кН — барлық учаскеде.

*IV* учаскесі ( $l/2 < x_4 < l$ ):  $Q_{x4} = V_A - q(x_4 - l/2)$ ;

**11.**  $x_4$  кезінде  $= l/2$   $Q_{x4} = V_A = 5$  кН;

**12.**  $x_4$  кезінде  $= l$   $Q_{x4} = V_A - q(l - l/2) = 5 - 10(8 - 4) = -35$  кН.

*V* учаске ( $0 < x_5 < a$ ):  $Q_{x5} = H_B = 20$  кН — барлық учаскеде.

Табылған мәндер бойынша  $Q_x$  эпюрасын құраймыз (1.108,  $\underline{q}$  сур.). *IV* учаскеде ол нөлдік сызықпен қиылысады. Үшбұрышты секілділерден қиылысу нүктесін табамыз:

$$\frac{x_0}{l/2} = \frac{35}{5+35}, \text{ откуда } x_0 = \frac{35 \cdot 4}{40} = 3,5 \text{ м.}$$



Ригельдің оң жақ шетінен 3,5 м қашықтағы қиылуға,  $M_X$  экстремалды мәнге ие болады.

Іліу кезіндегі әрбір учаскідегі  $M_X$  табамыз.

Учаске I ( $0 < x_1 < b$ ):  $M_{X1} = -H_A X_1$ ,

14. егер  $x_1 = 0$   $M_{X1} = 0$ ;

15. егер  $x_1 = b$   $M_{X1} = -H_A b = -(-20) \cdot 3 = 60$  кН • м;

Учаске II ( $b < x_2 < h$ ):  $M_{X2} = -H_A x_2 - F(x_2 - b)$ ;

16. егер  $x_2 = b$   $M_{X2} = -H_A b = -(-20) \cdot 3 = 60$  кН • м;

17. егер  $x_2 = h$   $M_{X2} = -H_A h - F(h - b) = -(-20) \cdot 6 - 40(6 - 3) = 120 - 40 \cdot 3 = 120 - 120 = 0$ .

Учаске III ( $0 < x_3 < l/2$ ):  $M_{X3} = -H_A h - Fb + V_A x_3$ ;

18. егер  $x_3 = 0$   $M_{X3} = -(-20) \cdot 6 - 40 \cdot 3 = 120 - 120 = 0$ ;

19. егер  $x_3 = l/2$   $M_{X3} = -(-20) \cdot 6 - 40 \cdot 3 + 5 \cdot 8/2 = 20$  кН • м.

Учаске IV ( $l/2 < x_4 < l$ ):  $M_{X4} = -H_A h - F(h - b) + V_A x_4 - q \frac{(x_4 - l/2)^2}{2}$ ;

1. егер  $x_4 = l/2$   $M_{X4} = -H_A h - F(h - b) + V_A l/2 = 20$  кН • м;

2. егер  $x_4 = l$   $M_{X4} = -H_A h - F(h - b) + V_A l - q \frac{(l - l/2)^2}{2} = -(-20) \cdot 6 - 40 \cdot 3 +$

$+ 5 \cdot 8 - 10 \frac{(8 - 4)^2}{2} = 120 - 120 + 40 - 80 = -40$  кН • м.

IV учаскіде  $M_X$  табу керек  $x_0 = 3,5$  м болғанда:

$$M_{x_0} = V_B x_0 - H_B a - \frac{q x_0^2}{2} = 35 \cdot 3,5 - 20 \cdot 2 - \frac{10 \cdot 3,5^2}{2} = 122,5 - 40 - 61,25 = 21,25 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Учаске V ( $0 < x_5 < a$ ):  $M_{X3} = -H_b x_5$ ;

3. егер  $x_5 = 0$   $M_{X3} = 0$ ;

4. егер  $x_5 = a$   $M_{X3} = -20 \cdot 2 = -40$  кН • м.

Табылған шешімдер бойынша эпюра құраймыз  $M_X$  (сур. 1.108, в).

5. Бойлы күшті  $N_X$  әрпі учаскіден табамыз.

Учаске I ( $0 < x_1 < b$ ):  $N_{X1} = V_A = -5$  кН — бар учаскі бойындағы қысым.

Учаске II ( $b < x_2 < h$ ):  $N_{X2} = V_A = -5$  кН —  $N$  көлемі өзгермеді.

Учаске III ( $0 < x_3 < l/2$ ):  $N_{X3} = -H_A - F = -(-20) - 40 = -20$  кН — бар учаскі бойындағы қысым.

Учаске IV ( $l/2 < x_4 < l$ ):  $N_{X4} = N_{X3} = -20$  кН —  $N_X$  көлемі өзгермеді.

Учаске V ( $0 < x_5 < a$ ):  $N_{X5} = -V_B = -35$  кН — бар учаскі бойындағы қысым.

Табылған шешімдер бойынша эпюра құраймыз  $N$  (сур. 1.108, з).

Топсасыз (бірінші) және топсалы (екінші) қаңқалардың  $M_x$  эпюраларын салыстырамыз (1.104, в және 1.108, в сур. қар.): бірінші қаңқаның С торабында  $M_x = 120 \text{ кН} \cdot \text{м}$ , аналогтік торапта екінші  $M_x = 0$ , яғни, екінші қаңқаның басымдығы айқын; бірінші қаңқаның  $M_x$  беларқасының ортасында аздаған сәт =  $100 \text{ кН} \cdot \text{м}$ , екінші қаңқаның  $M_x$  ең көптеу сәт =  $21,25 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ; бірінші қаңқаның D торабында  $M_x = 0$ , ал екінші аналогтік торапта =  $-40 \text{ кН} \cdot \text{м}$ . Толықтай алғанда, топсалы қаңқада иілгіш сәттер топсасызға қарағанда аздау болады.

Көрсетілген қаңқаларда  $Q_x$  және  $N_x$  эпюраларының немен ерекшеленетіндігіне талдау жасаңыз.

Ең күрделірек кескінмен және жүктемелердің сипаттамасымен арқалықты қаңқалардың есептеу мысалдары келтірілген [7, 61—67 б.].

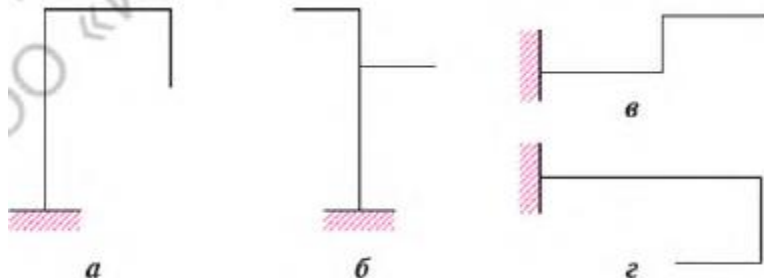
Арқалықты қаңқалардың есептеу дағдыларын бекіту үшін [7, 68 — 71 б.] келтірілген тапсырмаларды шешіңіз.

### 1.5.2.3. Қарапайым консолды қаңқалар

Консолды қаңқалар негізінен сынған өспен консолды қаңқалар болып табылады (1.109 сур.) Қаңқаларға олар тек арқалықты қаңқаларға сыртқы ұқсастықтарынан және арқалық қаңқаларға қарағанда тіреулер мен беларқалар емес, тік және көлденең элементтер деп аталатын тік және көлденең элементтердің қатты қосылуларының арқасында ғана жатқызылады.

Мұндай қаңқалардың есептеуі консолдық қаңқалардың есептеуіне аналогтік орындалады. Олар үшін тіректі қарсы әсерлерді анықтамауға болады, тек еркін ұштан өңдеуге ұстана отырып және 1.5.1 бөлім. келтірілген ережелерді қатаң сақтай отырып бірден ішкі күшті табу керек. Арқалықты қаңқалар секілді, консолды қаңқаларда иілгіш сәттер мәні тартылған талшықтар жағынан шығарылады.

Құрылыс тәжірибесінде консолды қаңқалар «таза күйде» сирек кездеседі, олардың сызбалары тым шектеулі болады. Олардың біраз бөлігі 27 [7] сур. келтірілген.



1.109 сур. Консолды қаңқалар: а, б — тік; в, з — көлденең



10 кН

1.110 сур. 1.33 мысалға:

$a$  — қаңқаның берілген сызбасы;  $b$  — эюра  $Q_x$ ;  $c$  — эюра  $M_x$ ;  $e$  — эюра  $N$

**1.33 мысал.** 1.110, а сур. бейнеленген консолды қаңқаларға арналған  $Q_x$ ,  $M_x$  және  $N_x$  эюраларын құрау, егер  $F = 10$  кН,  $a = 3$  м,  $b = 1,5$  м болса.

**Шешім.** Алдында айтылғандай, тіректі қарсы әсерлерді анықтамауға болады.  $M_x$ ,  $Q_x$  және  $N_x$  күштерін қаңқаның еркін бөлігін қарастыра отырып табуға болады.

1. Қаңқаның оң жақ бөлігін қарастырамыз. Оны 1.110, а сур. көрсетілгендей I және II учаскелерге бөлеміз. .

2. Әрбір учаскеде  $Q_x$  көлденең күштерін анықтаймыз.

I учаске ( $0 < x_1 < b$ ):  $Q_{x1} = F = 10$  кН — барлық учаскеде.

II учаске ( $0 < x_2 < a$ ):  $Q_{x2} = 0$ , күш болмағандықтан, AB учаскесіне перпендикуляр болады.

$Q_x$  эюрасын құрамыз (1.110, б сур.).

Әрбір учаскеде  $M_x$  иілгіш сәттерді анықтаймыз. I учаске ( $0 < x_1 < b$ ):  $M_{x1} = -Fx_1$ ;

1.  $x_1$  кезінде  $= 0$   $M_{x1} = 0$ ;

•  $x_1$  кезінде  $= bM_{x1} = -Fb = -10 \cdot 1,5 = -15$  кН • м.

II учаске ( $0 < x_2 < a$ ):  $M_{x2} = -Fb = -10 \cdot 1,5 = -15$  кН • м — барлық учаскеде.  $F$  күшінде иық  $x_2$  қашықтығына байланысты болмайды.

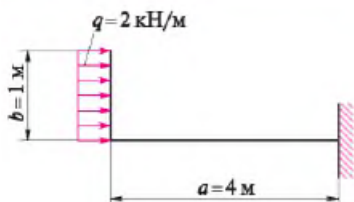
$M_x$  эюрасын құрамыз (1.110, в сур.). Сәттердің мәндерін тартылған талшық жағынан қоя тұрамыз, бұл ретте таңбаларды қоймауға да болады. Әрбір учаскеде  $N_x$  бойлық күштерін анықтаймыз.

I учаске ( $0 < x_1 < b$ ):  $N_{x1} = 0$ ,  $F$  күшінің әрекет желісі BC өсімен сәйкес келмейді.

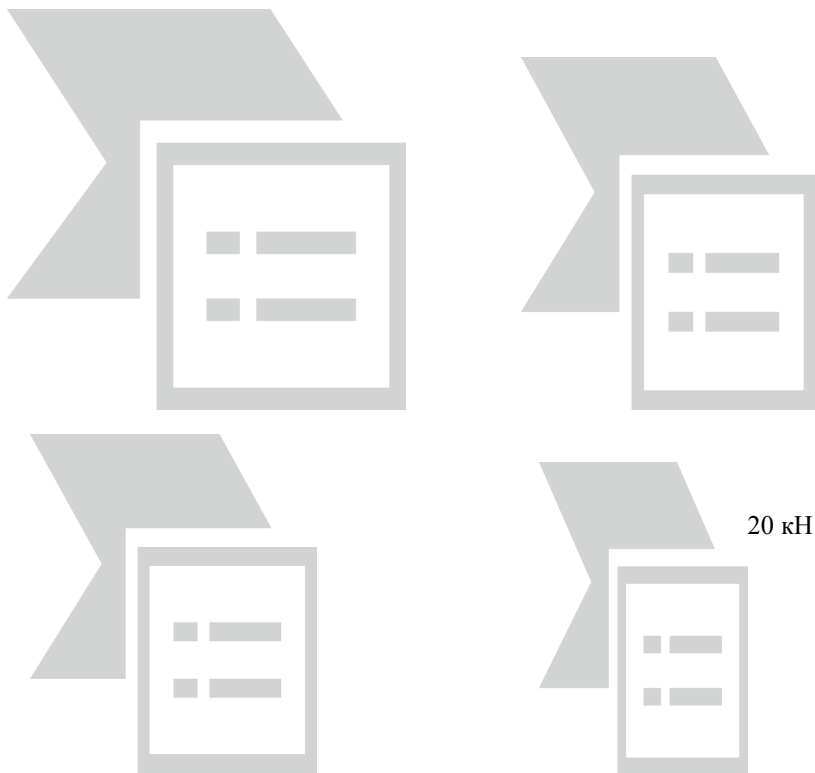
II учаске ( $0 < x_2 < a$ ):  $N_{x2} = -F = -10$  кН —  $F$  күші АВ учаскесіне параллель болады және оның қысылуын шақырады.

$N_x$  эпюрасын құраймыз (1.110, г сур.).

**1.22 тапсырма.** 1.111 сур. келтірілген қаңқалар үшін  $Q_x$ ,  $M_x$  және  $N_x$  эпюраларын құраңыз, егер  $q = 2$  кН/м,  $b = 1$  м,  $a = 4$  м болса.



1.111 сур. 1.22 тапсырмаға



1.112 сур. 1.34 мысалға:

$a$  — қаңқаның берілген сызбасы;  $b$  — эпюра  $Q_x$ ;  $v$  — эпюра  $M_x$ ;  $z$  — эпюра  $N_x$

1.34 мысал. 1.112, а сур. келтірілген консолды қаңқалар үшін  $Q_x$ ,  $M_x$  және  $N_x$  эпюраларын құрау, егер  $F = 20$  кН,  $a = 1,5$  м,  $b = 2$  м,  $c = 3$  м болса. Шешім.

1. Қаңқаны 1.112, а сур. көрсетілгендей еркін үстіңгі ұшынан бастап, үш учаскеге бөлеміз. Егер консолды қаңқаны сол немесе басқа жаққа  $90^\circ$ -қа бұраса, оның сызбасы консолдардың дәстүрлі кескініне жақынырақ болады, себебі оның элементтерінің көпшілігі көлденеңге айналады. Бірақ біз есептеудің үлкен дағдыларын алу мақсатында берілген сызбаны қарастыратын боламыз.

2. Әрбір учаскеде  $Q_x$  көлденең күшін анықтаймыз. *I* учаске ( $0 < x_1 < a$ ):  $Q_{x1} = F = 20$  кН — барлық учаскеде. *II* учаске ( $0 < x_2 < b$ ):  $Q_{x2} = 0$ ,  $F$  күші BC учаскесіне перпендикуляр емес болғандықтан.

*III* учаске ( $a < x_3 < c + a$ ):  $Q_{x3} = F = 20$  кН — барлық учаскеде.

$Q_x$  эпюрасын құраймыз (1.112, б сур.).

Әрбір учаскеде  $M_x$  иілгіш сәттерін анықтаймыз. *I* учаске ( $0 < x_1 < a$ ):

$$M_{x1} = Fx_1;$$

4.  $x_1$  кезінде  $= 0$   $M_{x1} = 0$ ;

5. кезінде  $= a$   $M_{x1} = Fa = 20 \cdot 1,5 = 30$  кН • м;

*II* учаске ( $0 < x_2 < b$ ):  $M_{x2} = Fa = 20 \cdot 1,5 = 30$  кН • м — барлық учаскеде,  $F$  күшінің иығы өзгермейтіндіктен және а-ға тең болғандығынан.

*III* учаске ( $a < x_3 < c + a$ ):  $M_{x3} = Fx_3$ ;

6.  $x_3$  кезінде  $= a$   $M_{x3} = Fa = 20 \cdot 1,5 = 30$  кН • м;

7.  $x_3$  кезінде  $= c + a$   $M_{x3} = F(c + a) = 20(3 + 1,5) = 90$  кН • м.

$M_x$  эпюрасын құраймыз (1.112, в сур.).

Әрбір учаскеде  $N_x$  бойлық күштерін анықтаймыз. *I* учаске ( $0 < x_1 < a$ ):  $N_{x1} = 0$ ,  $F$  күшінің AB учаскесіне перпендикуляр болғандықтан және өстік күштерді шақырмайтындықтан.

*II* учаске ( $0 < x_2 < b$ ):  $N_{x2} = -F = -20$  кН — учаске қысылған. *III* учаске

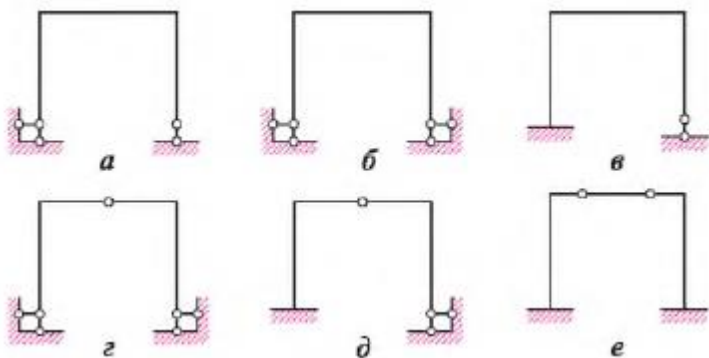
( $a < x_3 < c + a$ ):  $N_{x3} = 0$ , *I* учаскесіне секілді.

$N_x$  эпюрасын құраймыз (1.112, г сур.).

## 1. Статикалық тұрғыда анықталмайтын қаңқалар туралы ұғым

Статикалық анықталмайтындар топсасыздар да, топсалы да қаңқалар бола алады. Мұндай қаңқалардың басты белгісі байланыстың артық саны болып табылады, яғни, статикалық анықталатын қаңқалардың есептеуіне қажетті теңдеулер артып кеткен саны. Басқа сөзбен айтқанда, статикалық тұрғыда анықталмайтын қаңқа қосымша байланыстарды қосу жолымен статикалық анықталатыннан алынған бола алады.

Мәселен, қарапайым топсасыз қаңқа (1.113, а сур.) төртінші тіреулі өзекті (1.113, в сур.) немесе қатты тіреуді (1.113, в сур.) қосу жолымен бір рет статикалық тұрғыда анықталмайтын қаңқаға айналуы мүмкін. Статикалық тұрғыда анықталатын топсалы қаңқа (1.113, г сур.) қаттыға бір топсалы-жылжымайтын тіреуді (1.113, д сур.) немесе екі қаттыға, бірақ екінші топсаны енгізумен (1.113, е сур.) бір рет статикалық тұрғыда анықталмайтын топсалы алмастыруына айналуы мүмкін болады. Қатты



1.113 сур. Статикалық тұрғыда анықталмайтын қаңқалар туралы ұғымға түсініктеме: *a, z* — статикалық анықталатын топсасыз және топсалы қаңқалар; *б, в* — бір рет статикалық тұрғыда анықталатын топсасыз қаңқалар; *д, е* — бір рет статикалық тұрғыда анықталмайтын топсалы қаңқалар

### 1.5.3. Арқалар

Арқа негізге тіреуіш біліктің көмегімен бекітілген қисық сызықты кескіннің білеуін білдіреді (1.114 сурет). Арқалардың бас өлшемдері болып  $l$  аралығы мен  $f$  көтеру жебесі табылады (1.114, б сурет). Арқалар кез-келген қисықпен сызылуы мүмкін (әдетте, арқа орталығы арқылы өтетін тік оське қатысты симметриялық). Көбінесе параболикалық және дөңгелек сызықты арқалар кездеседі. Осындай сызық беретін көлбеулер мынадай теңдеулермен сипатталады:

1. параболикалық кескін үшін

$$y = \frac{4f}{l^2} x (l - x);$$

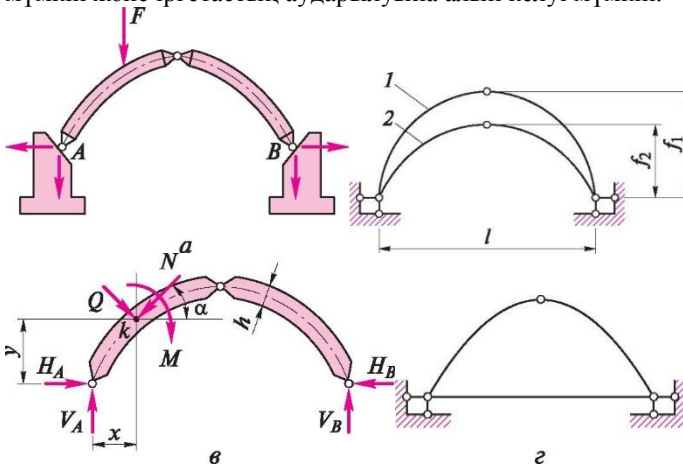
2. дөңгелек кескін үшін

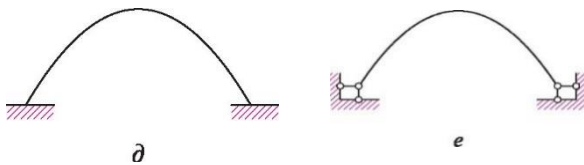
$$3. y = \frac{1}{8} (3l - \sqrt{9l^2 + 64lx - 64x^2}),$$

мұнда  $y$  — арқаның әр нүктесінің ординатасы;  $x$  — әр нүктенің абсциссасы

#### 1.5.3.1. Үш топсалы арқалар

Мұндай арқалар статикалық анықталатын болып табылады және үш шарнирі бар: әдетте арқаның ортасында орналасқан (1.114, а сурет) екі тіреуіш және бір аралық («негізгі»). Олар негізге (іргетасқа) төрт тіреуіш біліктің (екі топсалы-жылжымайтын тіреуіш - 1.114, б суретті қараңыз) көмегімен бекітіледі және ол ригельдің ортасындағы шарнирі бар бір топсалы тіреуіштерді білдіреді. Арқалық және рамалы конструкциялардан айырмашығы арқалар тік жүктеме салынса да тіреуіштерге (іргетастарға) көлденең жүктемені береді. Осы қысымның күші керме деп аталады. Онымен санасу керек, себебі ол біршама шамаға жетуі мүмкін және іргетастың аударылуына алып келуі мүмкін.





1.114-сурет. Аркалар:

$a$  — үш топсалы арканың конструктивті схемасы;  $b$  — бас өлшемді үш топсалы арканың есептік схемасы;  $c$  — үш топсалы аркадағы күш схемасы;  $z$  — тартылатын арка;  $d$  — топсасыз арка;  $e$  — екі топсалы арка;  $1$  — дөңгелек кескін аркасы;  $2$  — параболикалық кескін аркасы

Үш топсалы арқалық мына тәртіпте орындалады.

1. Ойша тіреуіштерді тастайды және олардың әрекетін тіреуіш реакциялармен алмастырады. Үш топсалы арқалық тіреуіштерінде төрт реакция пайда болады (1.114, в сурет): екі тік  $V_A$ ,  $V_B$  және екі керме деп аталатын көлденең  $H_A$ ,  $H_B$ , шығады.

2. Топсалы жақтаулардағы сияқты тепе-теңдіктің төрт деңгейі бар:

$$\sum M_A = 0, \sum M_B = 0, \sum M \frac{\cos(\alpha)}{c} = 0, \sum X = 0.$$

$A$  және  $B$  әріптерімен тіреуіштер, ал  $C$  әрпімен топса белгіленген. Осы теңдеулерден төрт белгісіз реакцияны анықтайды.

$V_A$  және  $V_B$  анықтамасының дұрыстығы  $\sum Y=0$  теңдеуінің көмегімен нақтылануы мүмкін.

Арқаға тек тік жүктемелер әрекет етсе,  $H_A$  және  $H_B$  көлденең реакциялары бір-бірімен тең және әдетте  $H$  деп белгіленеді.

3. Арканың берілген қималарындағы (арканың майысу сәттері) майысу сәттері мынадай формуламен анықталады

$$M_k = M_k^0 - H y_k, \quad (1.11)$$

Мұнда  $M_k$  – арканың  $k$  нүктесіндегі арқалық майысу сәті;  $M_k^0$  – сол нүктедегі (сол қимадағы) арқалық майысу сәті, яғни, аркадағы сияқты жүктеме мен аралыққа ие арқалықтың қимасындағы майысу сәті;  $H$  – арканың кермесі;  $y_k$  – сәт анықталатын  $k$  нүктесінің ординатасы.

Сәт есеп шартында берілетін арканың осі теңдеуінен шығады.

4. Арканың берілген қималарындағы көлденең күштер мынадай формуламен анықталады:

$$Q_k = Q_k^0 \cos a - H \sin a, \quad (1.12)$$

Мұнда  $Q_k$  – арканың  $k$  нүктесіндегі арқалық көлденең күші;  $Q_k^0$  – сол қимадағы арқалық көлденең күш, яғни, аркадағы сияқты жүктеме мен аралыққа ие арқалықтың қимасындағы көлденең күші;  $a$  –  $k$  нүктесіндегі арқаға қатысты түзілген бұрыш (арқа осінің туынды теңдеуінен анықталады).

5. Арканың берілген қималарындағы бойлық күшті мынадай формула бойынша анықтайды:

$$N_k = Q_k^0 \sin a + H \cos a. \quad (1.13)$$



Үш топсалы арканы есептеу мысалы [7, 158-бет] келтірілген.

### 1.5.3.2. Аркалардың басқа түрлері

Тартылатын аркалардың негізгі айырмашылығы (1.114, г сурет) керме іргетастарға берілмейді, ал тартылатын ретінде қабылданады, яғни, тіреуіштерде арканың ұшын қоса отырып, созуды сезінеді. Басқаша айтсақ, керме іргетастарды ашпайды, «аудармайды», тартылу арқылы өшіп қалғандай болады. Мұнда тіреуіштердің біреуін көлденең күштерді (қысымдарды) топсалы-жылжымалымен орындауға болады. Басқасы бойынша тартылатын аркаларды есептеу үш топсалы аркаларды есептеуге ұқсас.

Аркалардың аралық топсалары болмауы да мүмкін (1.114, д,е суреттер), негізге қатты бекітілуі мүмкін (1.114, д қараңыз). Мұндай аркаларды қатты дене статикасының тепе-теңдік теңдеуінің көмегімен ғана есептеп қоюға болмайды, себебі олар статикалық анықталмаған болып табылады.

Аркаларды статикалық есептеу (тіпті статикалық анықталғандардың өзі де) көптеген факторларды (жүктемелерді, материалдарды салу схемасы және т.б.) есепке алуды қажет ететін және әдетте ЭЕМ көмегімен орындалатын күрделі инженерлік есеп. Аркалар, әсіресе ағашпен желімденгендер көрнекі, спорт құрылымдарының, сондай-ақ қоймалар мен гараждардың салмақ түсірілмейтін конструкциялары ретінде пайдаланылады.

### БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ

1. Тік жүктемелердің әрекеті кезіндегі екі тіреуіштердегі арқалықтардың тіреуіш реакциясын анықтаудың жалпы тәртібін анықтауды сипаттаңыз
2. «Аумақтар бойынша» және «сипаттамалық нүктелер бойынша» тәсілдерімен.
3.  $Q_x$  және  $M_x$  анықтаудың ортақ тәртібін сипаттаңыз.
4. Аталған тәсілдер арасындағы айырмашылық қандай? Олардың қайсысы еңбек өнімділігі азырақ?
5.  $Q_x$  және  $M_x$  эпюралары нені білдіреді?
6. Қарапайым арқалықтар мен тіреуіштермен және аспалармен ұсталынып тұрған арқалықтардың ұқсастықтары мен айырмашылығы қандай?
7. Көрсетілген арқалықтарды есептеудің айырмашылығы мен ұқсастығы қандай?
8. Консольдарды статикалық есептеудің жалпы тәртібін сипаттаңыз
9. Тіреу реакцияларын анықтамай, консольдағы  $Q_x$  және  $M_x$  табу үшін не істеу қажет? Оған қоса шарнирлер  $Q_x$  және  $M_x$  және этюдтарын салу қажет?
10. Топсалы-консольді арқалық нені білдіреді?
11. Топсалы-консольді арқалықтардағы аралық топсалардың рөлі қандай?
12. Мінсіз топса нақты конструкцияларда қалай іске асырылуы мүмкін?
13. Топсалы арқалықтардың қарапайымды есептеуден айырмашылығы бар?
14. Топсалы арқалықтың сатылы схемасы дегеніміз не?
15. Тең сәтті топсалы арқалық нені білдіреді?
16. Статикалық анықталмаған арқалықтар статикалық анықталғаннан айырмашылығы бар?
17. «Статикалық анықталмаған арқалық» және «кесілмеген арқалық» ұғымының айырмашылығы қандай? Олардың қайсысы кеңірек?

18. Кесілмеген арқалықтың статикалық белгісіздігі неден көрінеді?
19. Статикалық анықталмайтын арқалықты статикалық анықталатын арқалыққа қалай айналдыруға болады?
20. Жақтауға анықтама беріңіз.
21. Қарапайым топсасыз бір контурлы жақтаулардың қарапайым арқалықтарына мысалдар келтіріңіз.
22. Жақтауды есептеудің арқалықтарды есептеуден қандай айырмашылығы бар?
23. Қарапайым арқалық бір контурлы жақтауларды есептеудің жалпы тәртібін сипаттаңыз.
24. 1.26 - 1.30 мысалдарын таңдаңыз және жүктеменің эпора сипатына әсерін көрсетіңіз.
25. Арқалық топсалы жақтаудың арқалықсыз топсасыздан қандай айырмашылығы бар?
26. Топсаның болуы теңдік теңдеуін құрастыруға қалай әсерін тигізеді?
27. Жақтаудағы топса қайда орналасуы мүмкін?
28. Топсадағы сәт міндетті неге тең?
29. Топсаны ендіру қандай басымдықтар береді?
30. Консольді жақтаулар мен консольді арқалықтардың ұқсастықтары мен айырмашылығын атаңыз.
31. Консольді жақтаулар арқалықтан айырмашылығы қандай және оларға қандай ұқсастықтары бар?
32. Консольді жақтауларды есептеуде қатты өңдеудің болуы қандай жеңілдіктерге алып келеді?
33. Арқалықтар басқа білік жүйелерінен қандай айырмашылығы бар?
34. Керме дегеніміз не және ол қандай салдарларға алып келуі мүмкін?

## 1.6. ТЕПЕ-ТЕҢДІК ҚАЛЫБЫНЫҢ ТҰРАҚТЫЛЫҒЫ

Техникада *тұрақтылықты жоғалту* деген жалпы атау алған жағдайлар кеңінен таралған: қалып тұрақтылығын жоғалту және пішін тұрақтылығын жоғалту. Өз кезегінде бірінші түр екі түрге бөлінеді:

1. аудару кезінде дененің тұрақтылығын жоғалту, оның бір нүктесі немесе сызығы сыртқы күштердің әрекетімен жылжусыз қалып, ал қалғандары доғаны сипаттаса (осы жағдай осы тарауда қарастырылған);
2. жылжу кезінде дененің тұрақтылығын жоғалту, сыртқы күштердің әсерімен, мысалы, үйкеліс күшінің әсерінен, аударылмайды, жылжиды және дененің әр нүктесі тік сызықты қозғалыс жасайды (1.7 тараушаны қараңыз).

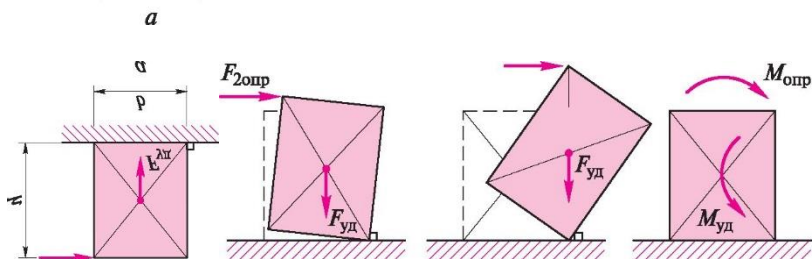
Дене алдында айтып өткендей, қалыпты ғана емес, пішінді де өзгертуі мүмкін. Мысалы, тік сызықты білік сыртқы күштердің әсерімен қисық сызықты болуы мүмкін. Қатты дененің статикасы мұндай жағдайларды зерттемейді, олар 3.3-бөлімшеде қарастырылған.

### 1.6.1. Жалпы ережелер

Жазықтықта еркін орналасқан күштер жүйесінің тепе-теңдігі теңдеуімен шешілуі мүмкін тағы бір тәжірибелік есептердің бірі денені (кұрылымдарды,

машиналарды, тіреуіш қабырғаларды және т.б.) аудару шарттарын қамтамасыз ету немесе тепе-теңдік тұрақтылығымен байланысты есептер болып табылады.

Тұрақтылық шартын көрсететін қарапайым мысал 1.115 суретте келтірілген.



1.115-сурет. Аудару кезіндегі дененің тепе-теңдік қалыбының тұрақтылығы туралы мәселеге иллюстрациялар:

- а - дене тіреу жазықтығынан алынбайды;*
- б – дене тіреу жазықтығынан алынады;*
- в – дененің шекті жай-күйі;*
- г – қолданыстағы күштердің сәттермен алмасуы.*

$F_{1анық}$  күші денені аударуға тырысады, ал  $F_{үст.}$  (мысалы, дене салмағы) оны бастапқы жай-күйде ұстап тұрады (1.115,а сурет).  $F_{2анық} > T_{1анық}$  кейбір мәнінде дене сүйеніп тұратын жазықтығынан алынуы мүмкін, бірақ аудару күшінің әрекетінен кейін  $F_{үст.}$  күші денені бастапқы қалыпқа қайтарады (1.115, б сурет). Аудару күшін арттырып, оның белгілі бір  $F_{3анық} > F_{2анық}$  мәніне жеткенде дененің бастапқы жай-күйге қайтатындай кейбір шекті жай-күй орын алады (1.115, в сурет), бірақ қайтып келмей, басқа жаққа аударылуы да мүмкін. Дененің шекті жай-күйден аудару күйіне ауысуынан кейін  $F_{үст.}$  аудару әсерін күшейтеді. Кейбір жағдайларда, мысалы, дененің жылжуы кезінде біз аудару әсеріне ұмтыламыз, бірақ көптеген тәжірибелік есептер аударуға жібермеу туралы талап қояды, оған қоса денені сүйеніш жазықтығынан алмау және ұстайтын күштердің осындай айыруға қарсы қорын қамтамасыз етуге рұқсат бермейді.

Аудару және ұстау әсері аударушы және ұстап тұрушы күштердің шамаларына ғана емес, сондай-ақ олардың қалпына да байланысты, сондықтан аталған күштердің денеге әсер ету шарасы  $M_{анық}$  аудару және  $M_{үст}$  ұстау сәттерімен бағаланады.

1.115, а, суретте келтірілген әр жағдай үшін олардың әрқайсысы оңай табылуы мүмкін:

$$M_{анық} = F_{анық} h; \quad M_{үст} = F_{үст} b/2.$$

Құрылымдардың (денелердің) тұрақтылығының аударуға қарсы басты идеясы  $M_{анық}$  аудару сәгін құрайтын барлық күштер (ал олар бірнеше болуы мүмкін) денені аударудан ұстап тұратын күштердің ( $M_{үст}$ ), сәгінен артпауында болып отыр, яғни

$$M_{анық} < M_{үст}.$$

Аударуға қарсы тұрақтылықты есептеу сенімділігін қамтамасыз ету үшін құрылымның немесе тетіктің жұмыс белгіленіміне, шартына, капитал деңгейіне тәуелді  $k_{тур}$  тұрақтылық коэффициентін енгізеді. Бұл коэффициент әр уақытта 1-ден үлкен, әдетте оны 1,5...2 тең етіп таңдайды. Осылайша, тұрақтылық шарты мынадай түрге енеді:

$$M_{уст} = k_{уст} M_{анык} \text{ немесе } M_{уст} = (1,5-2) M_{анык}, \quad (1.14)$$

яғни,  $M_{уст}$  сәті  $M_{анык}$  1,5-2 есе артық болуы тиіс. Аталған коэффициент есепте ескерілмеген және дененің тұрақтылығын нашарлататын кейбір кездейсоқ құбылыстарды ескереді. Коэффициент мәндері ары қарай қарастырылған нормативтік құжаттарда келтіріледі.

Статика аясында қарастырылып отырған құрылым (дене) абсолютті қатты болып табылатындығын және күштің әсерімен аудару кезінде өзінің пішінін өзгертпейтінін есте сақтау қажет. Негіз де сондай болып табылады. Құрылым негізге еркін сүйенеді және сүйену орнында олардың құрылғыларын біріктіретін арнайы жалғастырғыш (бұрандалар, пісіру жіктері, ұстағыштар және т.б.) жоқ, тіпті олар бар болса да, олар дененің тұрақтылығына аз ғана әсер етеді деп саналады. Сонымен қатар, негіз бойынша дененің жылжуға немесе тайғанауына қарсы шаралар қабылданды деп саналады. Келдірілген есептер (1.6.2 қараңыз) нормативтік құжаттардың шарттары мен талаптарының бірқатарын қамтитын инженерлік есептеулерден алыс екендігін есте сақтау қажет.

Тұрақтылық шарты бірнеше есеп типтерін шешуге мүмкіншілік береді:

1. 1-тип – барлық параметрлер (күш шамалары мен оларды салу нүктелері, қажетті көлемдер және т.б.) берілгенде дене тұрақтылығын тексеру;
2. 2-тип – аударушы күш белгісіз болғанда, рұқсат етілген шаманы анықтау;
3. 3-тип – аударылу орын алмауы үшін құрылым бөлігінің негізіне сүйенетін қажетті өлшемдерді анықтау.

Басқа да міндеттер болуы мүмкін. Есептердің барлық типтерін шешу кезінде аударылу болуы мүмкін қатыстық нүктені (немесе сызықты) көрсету қажеттілігі туындайды. Көптеген жағдайларда аударылу сипаты айқын.

## 1.6.2. Аударылуға қарсы тұрақтылыққа арналған тәжірибелік есептер

Құрылыс тәжірибесінде аударылуға қарсы тұрақтылыққа арналған есептердің көптеген түрлерінің ішінде екеуі аса маңызды: тетіктер мен құрылымдардың аударылуы туралы және тіреуіш қабырғаның аударылуы туралы.

### 1.6.2.1 Тетіктер мен құрылымдардың аударылуы туралы есептер.

**1.35-мысал.** Егер жүк салмағы  $F_{жук} = 30$  кН қауғаның ұшу қашықтығына салынса  $l_{жебе} = 8$  м, кран мұнарасының өзіндік салмағы  $F_{мұнара} = 50$  кН кран осіне салынса, кран мұнарасының өзіндік салмағы  $F = 20$  к  $a_{жебе} = 2$  м қашықтықта салынған, рельстер арасындағы қашықтық (база)  $b = 3$  м, ауырлық күшінің ұшуы  $l_{ауыр.} = 1$  м, тұрақтылық коэффициенті  $k_{тур} = 2$ . Барлық өлшемдер кран мұнарасының осіне қатысты берілсе, 1.116-суретте көрсетілген кранның аударылуы орын алмас үшін  $F_{ауыр.}$  ауырлық салмағы қандай болу керектігін анықтау.

**Шешім:**

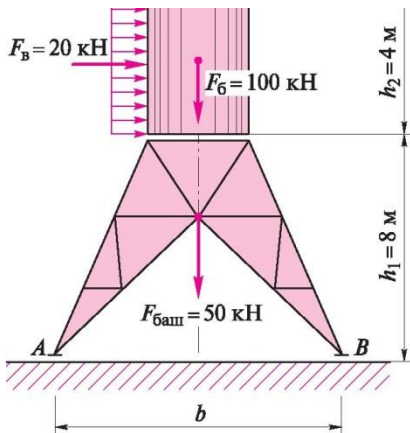
Оң рельске немесе В нүктесіне қатысты  $R_{гр}$  және Р стр күштерімен

жасалған аудару сәті тең

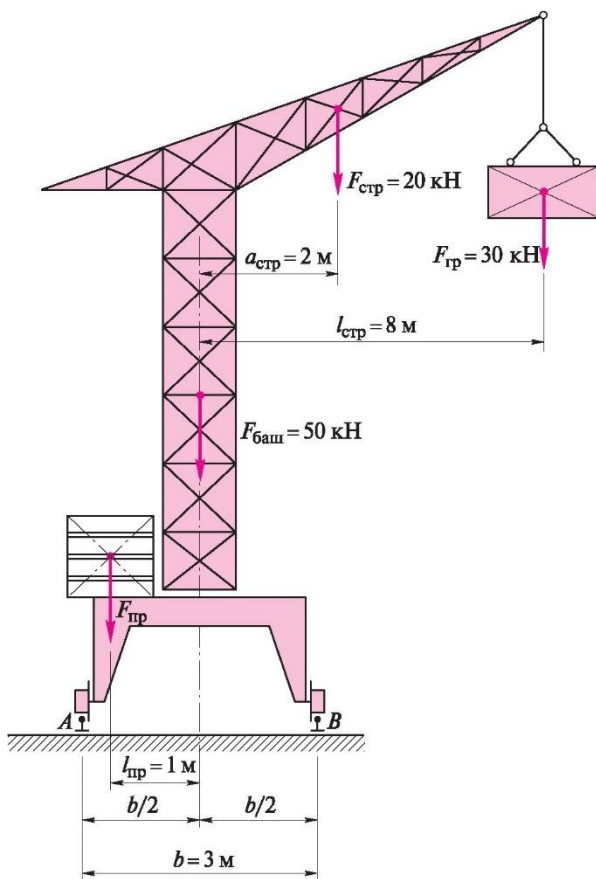
$$M_{анық} = F_{жүк} l_{жебе} + F_{жебе} a_{жебе} = 30 \cdot 8 + 20 \cdot 2 = 280 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

В нүктесіне қатысты  $F_{ау}$  ауырлық күші мен  $F_{мұн}$  мұнарасың өзіндік салмағы жасаған ұстап тұру сәті тең:

$$M_{ұст} = F_{ауыр} \cdot (F_{ауыр} + b/2) + F_{мұн} b/2 = F_{ауыр} (1 + 1,5) + 50 \cdot 1,5 = 2,5 F_{ауыр} + 75 \text{ кН} \cdot \text{м}$$



1.117-сурет. 1.23 есебіне



1.116-сурет. 1.35-мысалына

«Плюс» белгісі бар қабылданған сәттер,  $M_{уст}$  және  $M_{анық}$  тепе-теңдік шарттарында теңдік белгісінің әр түрлі жағында тұрады.  $M_{уст} = k_{уст} F_{ауыр}$  тұрақтылық шарты  $2,5F_{анық} + 75 = 2 \cdot 280$ , мұнда  $F_{ауыр} = \frac{560 - 75}{2,5} = 194$  кН.

*Жауап:* егер ауырлық күші 194 кН-тен кем болса, кран тұрақты жай-күйде болады.

**1.23-есеп.** Егер жел күші  $F_{жел} = 20$  кН, суы бар бак салмағы  $F_6 = 100$  кН, мұнаның өзіндік салмағы  $F_{мұнара} = 50$  кН, мұнара биіктігі  $h_1 = 8$  м, бак биіктігі  $h_2 = 4$  м, тұрақтылық коэффициенті  $k_{тұр} = 1,5$  болса, аударылу орын алмауы үшін, 1.117-суретте көрсетілген су жинайтын мұнаның тіреуіштері мен  $b$  қашықтығы қандай болатынын анықтаңыз.

### 1.6.2.2 Тіреуіш қабырғаны аудару туралы есептер

Тіреуіш қабырғаларды су қабатын, сусымалы материалдарды немесе топырақты оның деңгейінің ауысуы кезінде ұстап тұру үшін пайдаланады. Тіреуіш қабырғаларды есептеу – көптеген шарттарды қажет ететін аса күрделі инженерлік

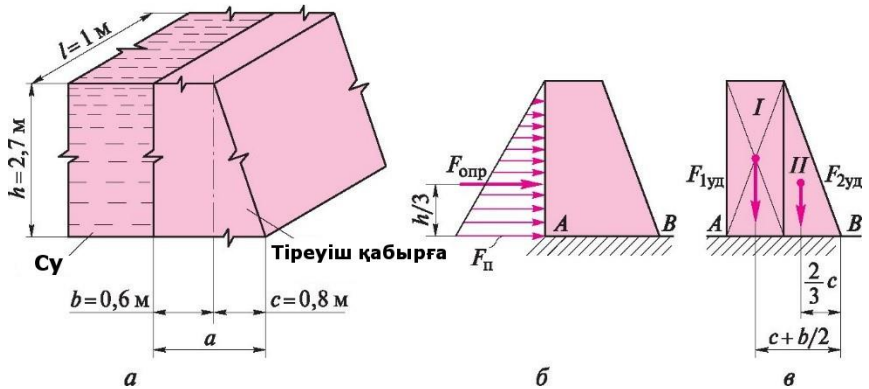
есеп. Оқулық аясында ол оңайлатылған түрде көрсетіледі. Біріншіден, қабырға материал су өткізбейтін болып табылады. Екіншіден, бүйір жақтағы судың қысымы тереңдікке пропорционалды сызықтық заң бойынша өзгереді, яғни, судың көлемдік салмағының,  $\gamma_{cy}$ , су бағанының қалыңдығына,  $h$  көбейтіндісіне тең, ал қысымның нәтижелік күші негіздің  $h/3$  биіктігіне салынады. Егер мәселе су туралы болса, бұл әділ, бірақ топырақты сусымалы, сондай-ақ нақты ұстап тұру кезінде қысымның қабырғаға өзгеруінің басқа заңдары әрекет етеді. Үшіншіден, тепе-теңдік шарттарын түбегейлі өзгертетін аударудың нүктесінің астындағы топырақтың деформациясы ескерілмейді. Төртіншіден, егер қабырға ұзын болса, оның барлық аумағы бірдей жұмыс істейді деп саналады және есепті тіреуіш қабырғаның бір метр бойына жүргізіледі, негізінде қабырғаның ұшындағы аймақтардағы жұмыстар тіпті өзгеше. Тіреуіш қабырғаны аудару туралы есептердің қабылданған оңайлатуларында күштердің еркін жүйесінің тепе-теңдік шарттарынан шешілуі мүмкін.

**1.36-мысал.** Егер қабырға биіктігі (су бағанының қалыңдығына тең етіп қабылданған)  $h = 2,7$  м, қабырға табанының ені  $a = b + c$ , болса, мұнда  $b = 0,6$  м,  $c = 0,8$  м, тұрақтылық коэффициенті  $\kappa_{тур} = 1,5$ , қабырға көлемдік салмағы  $\gamma_{бет} = 24$  кН/м<sup>3</sup> темір бетонынан орындалса, 1.118а суретте көрсетілген тіреуіш қабырғаның тұрақтылығын тексеріңіз. Есепті  $l = 1$  м қабырға ұзындығына жүргізу қажет. Судың қабырғаға қысымы  $\gamma_{cy}$  мұнда  $\gamma_{cy} = 10$  кН/м<sup>3</sup>, судың қабырғаға қысымының аудару күші негізден  $h/3$  қашықтықта салынған.

**Шешім:** Судың тіреуіш қабырғаның табаны деңгейіндегі қысымы, яғни  $h=2.7$  м тереңдіктегі қысымы,

$$p_{табан} = \gamma_{cy} h = 10 \text{ кН/м}^3 \cdot 2,7 \text{ м} = 27 \text{ кН/м}^2$$

Табан деңгейіндегі қабырғаға судың қысым күшін табу үшін  $p_{табан}$  қысымын қабырға бетінің алаңына көбейту қажет:



1.118-сурет. 1.36-мысалға:

а – тіреуіш қабырғаның схемасы; б – гидростатикалық аудару күшінің әрекет схемасы, в – тіреуіш қабырғаны аударылудан ұстап тұратын күш әрекетінің схемасы

$$F_{тип} = \rho_{тип} h l = 27 \text{ кН/м}^2 \cdot 2,7 \text{ м} \cdot 1 \text{ м} = 72,9 \text{ кН.}$$

Су қысымынан аудару күші  $V_{\text{ауд}}$  0-ден  $F_n$  –ке дейін сызықтық заң бойынша өзгертін қысымның әрекет ету күшіне тең ретінде, яғни (1.118, б сурет),  $F_{\text{ауд}} = V_{\text{п}}/2 = 36,45$  кН анықталады.

*В нүктесіне қатысты аудару сәті*

$$M_{\text{ауд}} = F_{\text{ауд}} h/3 = 36,45 \cdot 2,7/3 = 32,81 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

В нүктесіне қатысты ұстап тұру күші (1.118, в сурет) екі күштен қосылады:

$$F_{1\text{ұст}} = V_I y_{\text{бет}} = bhl y_{\text{бет}} = 0,6 \cdot 2,7 \cdot 1 \cdot 24 = 38,88 \text{ кН};$$

$$F_{2\text{ұст}} = V_{II} y_{\text{бет}} = 0,5chl y_{\text{бет}} = 0,5 \cdot 0,8 \cdot 2,7 \cdot 1 \cdot 24 = 25,92 \text{ кН}.$$

В нүктесіне қатысты ұстап тұру сәті:

$$M_{\text{ұст}} = M_{1\text{ұст}} + M_{2\text{ұст}} = F_{1\text{ұст}} (c + \frac{b}{2}) + F_{2\text{ұст}} \frac{2}{3} c = 38,88 (0,8+0,3) + 25,92 \cdot 20,8 = 42,77 + 13,82 = 56,59 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Тұрақтылық коэффициентін табамыз:

$$k_{\text{тұр}} = \frac{M_{\text{ұст}}}{M_{\text{анық}}} = \frac{56,59}{32,81} = 1,72 > 1,5$$

Қабырға тұрақтылығы қамтамасыз етілген, себебі тұрақтылықтың нақты коэффициенті қажеттіден көпті талап етеді.

## БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ

1. Құрылымдардың (тетіктердің) аударуға қарсы тұрақтылығын есептеу идеясы неде?
2. Аудару сәті және аударудан ұстап тұратын сәт қалай анықталған?
3.  $K_{\text{тұр}}$  коэффициенті не үшін енгізіледі?
4. Аударуға қарсы тұрақтылықты қарастыру кезінде есептердің қандай типтерін шешуге болады?

## 1.7. ҮЙКЕЛІС

Айтып өткендей, қатты дене статикасында барлық тіреуіштер, топсалар, жазықтықтар оларда үйкелу жоқ болса мінсіз деп саналады, нақтырақ айтса, оны есептеулерде ескермейді. Үйкелістерді көбінесе пайдалана бермейді, себебі, бір жағынан оның шамасын барлық уақытта оңай анықтау мүмкін емес (зертханалық тәжірибелер қажет). Басқа жағынан, есептің дәлдігіне арналған үйкелістің әсері көптеген жағдайларда үлкен емес, яғни, егер үйкелісті санамаса да, есептеудің қателігі қабылданады, ал есептің өзі біршама қысқарады.

Бірақ үйкеліспен санаспау мүмкін емес бірқатар есептер бар. Олар бізге таныс статиканың тепе-теңдік теңдеулерін пайдалану арқылы шешілуі мүмкін.

Үйкелістің екі түрі бар: жылжу үйкелісі және қозғалу үйкелісі, яғни бір дененің және басқаның бетінде жылжу нәтижесінде пайда болған үйкеліс және бір дененің басқаның бетінде қозғалуы (шайқалуы) кезінде пайда болған үйкелісі.

### 1.7.1. Жылжу үйкелісі

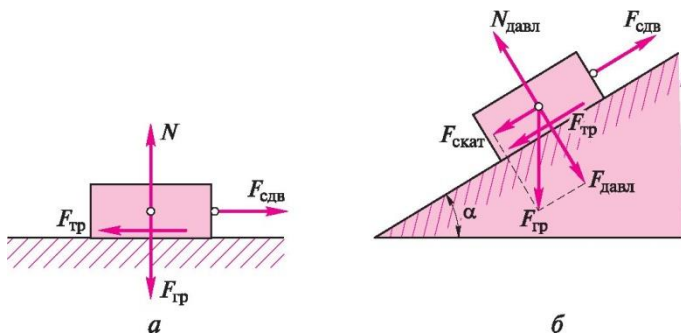
Жылжу үйкелісіне дәстүрлі мысал есеп болып дененің көлденең (1.119, а



сурет) немесе көлбеу жазықтыққа (1.119, б сурет) бойынша жылжуы туралы есеп табылады. Осындай есепті шешу жүкті (станокты, резервуарды және т.б.) жүк арбасымен немесе қолмен жаңа (жобалық) орынға ауыстыру қажеттілігі кезінде қажет болуы мүмкін. Бірінші жағдайда, жүкті жылжытудың жалғыз кедергісіне бет пен жылжитын дене арасындағы үйкеліс күші жатады. Екінші жағдайда оған тағы да бір жылжитын күш қосылады.

Қозғалыстың бастапқы кезеңінде  $F_{\text{жылжу}}$  жылжу (белсенді) күші  $F_{\text{үйк}}$  үйкеліске байланысты кедергі күшінен аз болмауы тиіс, яғни

$$F_{\text{жылжу}} > F_{\text{үйк}}$$



1.119-сурет. Көлденең (а) және көлбеу (б) жазықтық бойынша жылжитын денеге әсер ететін күштер

Қабылданған жылжу үйкелісінің үлгісі  $F_{\text{үйк}}$  шамасы жазықтықтағы жүк немесе дене қысымының күшіне (қарастырылған жағдайда жүкке)  $F_{\text{дене}}$  тікелей пропорционалды:

$$F_{\text{жылжу}} = f F_{\text{жүк}} \text{ немесе } F_{\text{жылжу}} = f N \quad (1-15)$$

Мұнда  $f$  – жүк материалы мен жазықтыққа байланысты жылжу күшінің коэффициенті;  $F_{\text{жүк}}$  – жазықтықтағы жүк (дене) қысымының күші, немесе жүк салмағы;  $N$  – жазықтық реакциясы,  $N = F_{\text{жүк}}$

Көбінесе болат табақпен жабылған төсем немесе ағаш төсем бойынша жүгі бар ағаш қаптама қорапты жылжыту не болат жабдықты ағаш немесе болат төсем бойынша, яғни, ағаш ағашпен, болат ағашпен немесе болатпен болат бойынша жылжу кездеседі. Жылжу үйкелісінің коэффициентінің мәндерін тәжірибелік жолмен анықтайды. Ағашпен ағаштың жылжуы кезінде  $f = 0,4 \dots 0,6$ , болатпен болаттың жылжуы кезінде  $f = 0,15$ . Басқа материалдар үшін  $f$  басқа мәнін анықтамалықтардан табуға болады.

Осылайша, статика көзқарасы тұрғысынан, жүкті көлденең жазықтық бойынша жылжыту туралы есеп, егер  $T_{\text{жүк}}$  қысымының күші мен жазықтық жасалған материал мен жылжитын жүк белгілі болса, қиындық тудырмайды.

Көлбеу жазықтық бойынша жүктің жылжуы туралы есеп (1.119, б суретті қараңыз) аса қиынырақ емес. Мұндай жылжу тек  $T_{\text{жүк}}$  үйкеліс күшінен басқа көтеру кезінде жүк салмағын құрайтын сырғанау салмағын да  $T_{\text{сырг}}$  Ескеруі тиіс, яғни

$$F_{\text{жылжу}} > F_{\text{үйк}} + F_{\text{сырг}}$$

$$\text{Мұнда } F_{\text{сырг}} = F_{\text{жүк}} \sin \alpha ; F_{\text{үйк}} = F_{\text{қысым}} f = Nf ; F_{\text{қысым}} = F_{\text{жүк}} \cos \alpha$$

Екі есеп те тепе-теңдік теңдеуін пайдалану арқылы шешілуі мүмкін.

Біріншісін шешу үшін бір теңдеу қажет  $\sum X = 0$ , екіншісін шешу үшін екі теңдеу қажет:  $\sum X = 0$  және  $\sum Y = 0$ . Бірақ мұндай есептер алдында жасалған қарапайым талқылаулардың негізінде ғана жасалуы мүмкін.

**1.37-мысал.** Болат станок болат табақ бойынша жылжиды (1.119,а суретті қараңыз). Егер сырғанау үйкелісінің коэффициенті  $f = 0,15$ , жүк салмағы  $F_{жүк} = 20$  кН болса,  $F_{жыл}$  жылжу күшінің шамасын анықтаңыз.

**Шешім.** Жүкті теңестіріп жылжыту кезіндегі тепе-теңдік шартының түрі  $F^\wedge < F^\wedge$ . Үйкеліс күші  $F^\wedge = fF_{гр} = 0,15 \cdot 20$  кН = 3 кН. Тиісінше, салмағы 20 кН болат станокты жылжыту үшін 3 кН-ден кем емес жылжыту күші қажет.

**1.24-есеп.** 1.37-мысалының шарты бойынша, егер жүк көлбеу жазықтық бойынша жылжыса, жылжу күшінің шамасын анықтаңыз

### 1.7.2. Сырғанау үйкелісін есепке алу қажет тәжірибелік есептер

Сырғанау үйкелісін есептеуді қажет ететін көптеген тәжірибелік есептердің ішінен статика тепе-теңдігі теңдеуінің көмегімен шешілуі мүмкін, құрылыс тәжірибесі үшін тіреуіш қабырғаның жылжуы туралы есеп тән. Аударуға арналған қабырғаны есептеу 1.6.2.2 тараушада қаралды. Белгілі бір жағдайларда топырақ бетімен қабырғаның оның табаны бойынша жылжуы орын алуы мүмкін (1.120-сурет). Жылжуға қарсы тұрақтылық шартының түріне  $> \wedge_{жылжу}$  тән. Жылжуға қарсы есептеу үшін жылжуға қарсы қор коэффициенті анықталады  $K_{жылжу} - 1,5...2$ , яғни

$$F_{үйк} - k_{жылжу} F_{жылжу}^*$$

Статикаға, оның гипотезаларымен көнбейтін барлық нақты жағдайларды ескере отырып, жылжуға қарсы тұрақтылықты есептеу. Бірақ, кейбір шарттарды санамағанда есеп шешілуі мүмкін.

**1.38-мысал.** 1.36-мысалының деректерін пайдалана отырып, егер бетонның топырақ бойынша сырғанау үйкелісінің коэффициенті  $f - 0,7$ , ал  $K_{жылжу} - 1,5$  болса, тіреуіш қабырғаның жылжуы орын алатындығын тексеру.

**Шешім.** 1.36-мысалда судың аудару күші табылды  $A_{ауд.} - 36,45$ кН. Осы күш тіреуіш қабырғаның жылжуын тудырады, яғни  $F^\wedge - F_{ауд} - 36,45$  кН. Жылжу кедергісінің күші табаны бойынша үйкеліс күшіне тең:

$$F_{үйк} > fN - fF_{қаб}$$

Мұнда  $N - F_{үйк.күш}$  тең, яғни табандағы қабырға қысымының күшіне тең негіз реакциясы;  $F_{қаб.} -$  қабырға салмағы,  $F_{қаб} - F_{1қаб} + F_{2қаб}$ , (1.120-суретті қараңыз).

1.36-мысалдың параметрлерін пайдалана отырып, аламыз

$$N - F_{1w} + F_{2IK} - 38,88 + 25,92 - 64,8 \text{ кН,}$$

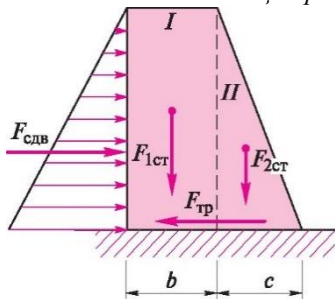
сонда

$$F_{үйк} - 0,7 \cdot 64,8 - 45,36 \text{ кН.}$$

Жылжуға қарсы тұрақтылық шарттары орындалып жатқандығын анықтаймыз

$$F_{үйк} \gg kF_{жыл.}$$

Салыстырамыз  $F_{үйк} - 45,36$  кН и  $kF_{жыл} - 1,5 \cdot 36,45 - 54,68$  кН.



Шарт орындалмайды, яғни жылжуға қарсы тұрақтылық қамтамасыз етілмеген. Шаралар қабылдануы тиіс, мысалы, табанның өлшемдерін, с және b арттыру қажет. Табан енін кезекті жақындату әдісімен жеке есептеуді орындаңыз.

### 1.7.3. Домалау үйкелісі

Екінші текті үйкеліс деп аталатын домалау үйкелісі бір дене басқаның үстінде сырғанаса немесе жылжымай сырғанауға ұмтылған жағдайда туындайды.

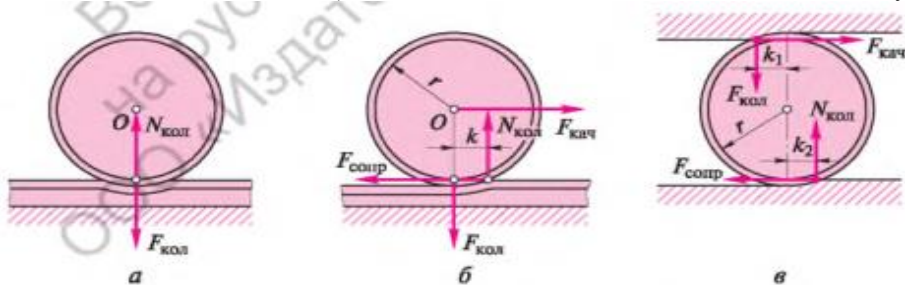
Егер көлденең жазықтықта тыныш тұрған жай-күйде  $T_{дөңг}$  қысымының күш әрекетімен цилиндр немесе дөңгелек болса (1.121, а сурет), онда жазықтық жаншылып, онда  $N_{дөңг}$  реакциясы жүреді.

Егер цилиндр пішінді (цистерна, дөңгелек және т.б.) денеге күш әрекеті бағытында оны тербетуге ұмтылатын домалау көлденең күшін (аунамалы күш)  $F_{домалау}$  салу қажет. Белгілі бір жағдайларда, ол домаламай, 1.7.1-тараушасында қарастырылғандай сырғанауы мүмкін.

Домалау үйкелісі – күрделі үдеріс. Механикада домалайтын дене басқа денені (ол домалайтын) зақымдайды деп саналатын домалату үдерісінің үлгісі қабылданған.

Негізінде екі дене де деформацияланады. Егер олар бір материалдан жасалса, бірдей деформацияланады, егер әр түрлі материалдан жасалса, әр түрлі деформацияланады.

Негізді деформациялай отырып, домалайтын дене кедергіні кездестіреді. Дене дөңесті игере отырып, оны мыжғандай болатын оны графиктік көрсетуге ыңғайлы (1.121, б сурет).



1.121. Сурет Дөңгелектің (цилиндрдің) горизонталды жалпақтықта домалау кезіндегі үйкелісіне сурет.

a — тыныш жай-күйдегі дөңгелек; б, в — дөңгелек осіне және оның үстіне тиісінше салынған домалау күші бар қозғалыс жағдайдағы дөңгелек

Статика тұрғысынан дөңгелек қысымының тік күші  $F_{дөңг}$  негіз реакциясымен  $F_{дөңг}$

Теңестіріледі, ал көлденең домалау күші  $F_{домалау}$  к біршама қашықтықтағы  $F_{кool}$  қатысты  $L_{(ол)}$  күш әрекеті сызығының жылжуын тудыратын  $F_{кедергі}$  кедергі күшін өткереді. Көрініп тұрғандай,  $F_{дөңг} = L_{(ол)}$ , а  $F_{домалау} = F_{кедергі}$  шамасы бойынша осы

күштер күш жұбын түзеді. Екі жұп жүйесінің тепе-теңдігінің шартын мынадай түрде жазуға болады:

$$F_{\text{дөңк}} = F_{\text{домг}}$$

немесе (екеуі де бірдей)

$$N_{\text{дөңг к}} = F_{\text{кедг}}$$

$F^{\wedge}$  күшін нөлден шекті мәнге дейін арттырғанда, дөңгелек домалай бастағанда, қашықтық (немесе иық)  $k$  да нөлден шекті мәнге  $k_{\text{шекте}}$  дейін көбейеді.  $k$  шамасы домалау үйкелісінің коэффициенті деп аталады:

$$k = F_{\text{кедергі}} / N_{\text{дөң}}$$

$f$  сырғанау үйкелісінің коэффициенті үшін  $k$  коэффициентінің мәндері зертханалық жолмен анықталады. Мысалы, болатпен болатты домалату кезінде  $k=0,5$  мм. Егер коэффициент  $k$  белгілі болса, онда домалау күшінің шамасы туралы есепті шешу оңай:

$$F_{\text{дом}} = N_{\text{дөңк}} / \gamma \text{ немесе } F_{\text{дом}} \gamma = N_{\text{дөңк}} \cdot k \quad (1.16)$$

Тағы да айта кету қажет, біз домалату үдерісінің оңайлатылған үлгісін қарастырдық, ол  $k$  мәнін дұрыс бергенде ғана жақсы нәтижелер береді.

Тәжірибеде  $F_j^{\wedge}$  домалату күші цилиндр немесе дөңгелек осіне емес, оның жоғарғы бетіне салынғаны туралы жағдай көбірек кездеседі (1.21, в сурет). Мұндай оқиғалар, жүкті сырғанып аз қашықтыққа жылжыту кезінде орын алады. Мұнда негіз бен домаланатын жүктің материалдары әр түрлі болуы мүмкін, онда домалау үйкелісінің коэффициенттері де ( $k_1$ ,  $k_2$ ) әр түрлі болуы мүмкін. Осы жағдайларда теңдей домалату кезінде тепе-теңдік теңдеуі мынадай түрге ие болады:

$$F_{\text{дом}} \cdot 2\gamma = N_{\text{дөң}} (k_2 + k_1). \quad (1.17)$$

Егер жүк пен негіз бірдей материалдан жасалған кезде (1.17) келесідей болып өзгереді:

$$F_{\text{дом}} \cdot 2\gamma = N_{\text{дөң}} \cdot 2k$$

НЕМЕСЕ

$$F_{\text{дом}} = N_{\text{дом}} k. \quad (1.18)$$

Әдетте жүкті бір емес, екі немесе одан да көп домалатқышта (құбырда) домалатады. Бұл жағдайда тиісінше жүкті екі немесе одан да көп есе азайтып, жүк қысымының күші домалатқыштар арасында тең бөлінді деп санап,  $D_{\text{ол}}$  реакциясына бағынған жөн.

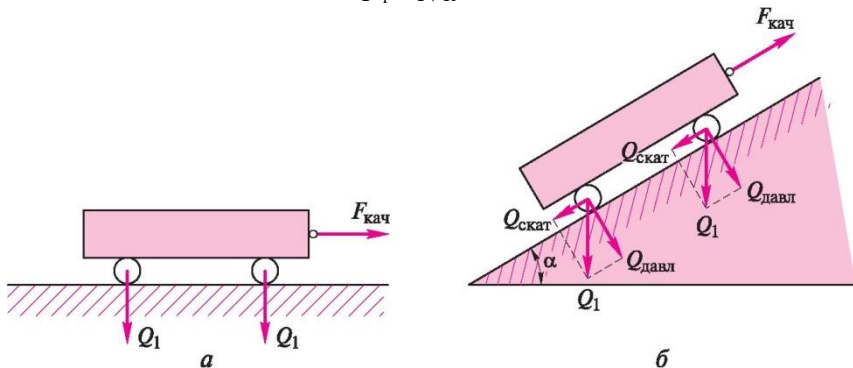
Кейде денені көлденең емес, көлбеу жазықтыққа домалатады. Бұл жағдайда есепті шешу кезінде дененің жылжуын қарастыру кезінде жасалған дене салмағына ұқсас құрайтын сырғанау салмағын ескеру қажет (1.119, б суретті қараңыз).

Домалау үйкелісін машина жасауда, әсіресе локомотив, вагон жасауда ескеру қажет. Құрылыс тәжірибесінде осындай есептерді орындамайды. Біз осы сұрақ бойынша доматушылардың көмегімен жүкті жылжыту үшін қажетті күш мысалдарында және жүктің жылжуы үшін қажетті күш мысалдарында толығырақ тоқталдық.

**1.39-мысал.** 1.37-мысалдың деректерін пайдалана отырып, болат төсем бойынша диаметрі 50 мм құбырлардан жасалған екі домалатқыштың көмегімен болат станокты жылжыту үшін  $F_{\text{домалау}}$  домалау күшінің шамасы қандай болу керектігін анықтау қажет (1.122, а сурет). Домалау үйкелісінің коэффициенті  $k=0,4$  мм.

Шешім: жүк пен төсем материалы бірдей болғандықтан, екі домалату кезіндегі тепе-теңдік шарты мынадай түрге ие болады:

$$F_r = N k$$



1.122-сурет. 1.39 (а) мысалына және 1.25 (б) есебіне.

Мұнда  $F_{\text{дом}}$  – ізделінетін аударылатын күш;  $r$  – 25 мм-ге тең домалатқыш радиусы;  $N_{\text{дөң}}$  – жүктің салмағының жартысына тең төсем реакциясы;  $N_{\text{дөң}} = F_{\text{дөң}}/2 = 20/2 = 10 \text{ кН}$ .

$$\text{Осыдан келіп шығады } F_{\text{дом}} = \frac{N_{\text{дөң}} k}{r} = \frac{10 \cdot 0,4}{25} = 0,16 \text{ кН}$$

Осылайша, салмағы 20 кН жүкті аудару үшін  $F_{\text{дом}} = 0,16 \text{ кН}$  қажет, яғни, сырғанатудан қарағанда азырақ ( $F_{\text{жылжу}} = 3 \text{ кН}$  – 1.37-мысалды қараңыз). 1.25-есеп.  $\alpha = 15^\circ$  деп қабылдап, 1.119,6 және 1.122,6 суретте келтірілген жағдайлар үшін жылжыту күштерін салыстырыңыз. Басқа деректерді 1.37 және 1.39-мысалдарынан алыңыз.

### БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ

1. Үйкеліс техникада қандай рөл атқарады?
2. Жылжу үйкелісі тетігінің үлгісін сипаттаңыз.
3. Жылжыту күштерінің әрекеті кезінде көлденең немесе көлбеу жазықтық бойынша дененің тыныш тұрған немесе тең қозғалысы жағдайы қалай көрініс табады?

## 1.8. ҚИМАЛАРДЫҢ (ФИГУРАЛАРДЫҢ) ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ СИПАТТАМАЛАРЫ

Геометриялық фигуралар мен денелерді зерттеумен геометрия айналысады. Мектеп курсындағы оны оқып зерттеу фигуралар мен денелердің алаңдарын және көлемдерін табуға мүмкіндік береді. 3-тарауда көрсетілгендей, дененің беріктігі алаңдар мен көлемдерді анықтайтын олардың өлшемдеріне ғана байланысты емес, сондай-ақ өлшемдермен байланысты басқа да параметрлерге байланысты. Бұл параметрлерді көбінесе фигуралар мен қималардың *геометриялық сипаттамалар* деп атайды. Оларды табу мақсат емес, оны табу беріктікті есептеуді орындау үшін қажет. Қатты дене статикасында геометриялық сипаттамаларды анықтау туралы есептердің өзіндік мәні болады.

### **1. Жалпы ережелер**

«Қима» және «фигура» түсініктерінің ұқсастықтары мен айырмашылықтарын нақтылайық. Геометриядан «фигура» түсінігі белгілі. Геометриялық фигураларға шаршы, тіктөртбұрыш, шеңбер, үшбұрыш және басқа фигуралар, сондай-ақ олардың комбинациялары жатады. Құралымдардың көптеген сипаттамалары, мысалы, беріктік көбінесе олардың көлденең өлшемдеріне байланысты.

Неғұрлым кең тараған құралымдардың немесе олардың элементтерінің көлденең кесіндісі (дәлірек айтқанда, көлденең қима) геометриялық фигура түрінде болады (қарапайым немесе күрделі). Мысалға, балкалар әдетте тікбұрыш кималы, бағандар (немесе тіреулер) – шаршы, шеңбер және т.б. қимаға ие.

Бұл мағынада «қима» және «фигура» түсініктері синонимдес, алайда олардың әрқайсысының қолданылу саласы бар. Алаңды, ауырлық ортасын және басқа сипаттамаларды олардың құралымдарымен байланыстырмай сөз еткенде «фигура» терминін қолданады, ал құралым (балка, баған және т.б.) сөз болғанда оның көлденең кесіндісіне қатысты «қима» терминін пайдаланады. Берілген бөлімде екі терминнің де қолданылуы әбден мүмкін.

Фигуралардың (қима) негізгі геометриялық сипаттамалары болып табылатындар: қима алаңы  $A$ , ауырлық ортасы  $C$ , статикалық сәт  $S$ , инерция сәті  $J$ .

Негізгі сипаттамалардан туындылар кедергі сәті  $W$ , инерция радиусы  $i$  және т.б болып табылады.

Негізгі және туынды сипаттамалардың арасында математикалық тәуелділік бар.

Көптеген сипаттамалар қатысты түрде анықталатын өстерді таңдауға байланысты. Көбінесе сипаттамалар  $x$  және  $y$  өстеріне қатысты табылады және оларға тиісті жол асты индекстерді береді, мысалға  $S_x$ ,  $S_y$ ,  $J_x$ ,  $J_y$ ,  $W_x$ ,  $W_y$ ,  $i_x$ ,  $i_y$ . Өстер басқа әріптермен де белгіленуі мүмкін.

Негізгі геометриялық сипаттамалар туралы толығырақ қарастырайық, олардың қандай математикалық және физикалық мәнге ие екенін анықтайық.

**Қима алаңы  $A$ .** Сипаттама өзінің белгісін ағылшынша area— алаң сөзінің бірінші әрпінен алды. Жалпы жағдайда оның математикалық жазбасы төмендегідей

$$A = \int_a^b f(x) dx,$$

мұнда  $A$  — функция  $f(x)$  графигімен, абсцисс өсімен және  $x-a$ ,  $x-b$  екі түзумен шектелген жазық фигура алаңы.

Қарапайым геометриялық фигуралардың қима алаңы дайын формулалар бойынша табылуы мүмкін (II қосымшаны қараңыз).

Физикалық мағынада қима алаңы — берілген көлденең қимадағы алаң бірліктерінің саны (шаршы сантиметрлер, шаршы метр және т.б.),

яғни, қима алаңы екінші дәрежедегі ұзындық бірліктерімен өлшенеді (см<sup>2</sup>, м<sup>2</sup> және т.б.).

**Фигураның (қиманың) статикалық сәттері  $S_x$ — $S_y$ .** Жалпы жағдайда оның математикалық жазбасы төмендегідей:

$$S_x = \int_A y dA; \quad S_y = \int_A x dA.$$

Көптеген жағдайларда қарастырылатын фигура қарапайым геометриялық фигураларға бөлінген кездерде интеграл жазба қарапайымға ауыстырылуы мүмкін:

$$\begin{aligned} S_x &= \sum_1^n A_i y_i = A_1 y_1 + A_2 y_2 + \dots + A_n y_n; \\ S_y &= \sum_1^n A_i x_i = A_1 x_1 + A_2 x_2 + \dots + A_n x_n. \end{aligned} \quad (1.19)$$

мұнда  $n$ — қарастырылатын фигура бөлінген қарапайым фигуралар саны;  $A_i$ —анықтамалықта келтірілген кестелерде келтірілген белгілі геометриялық формулалар бойынша табылуы мүмкін  $i$  қарапайым фигураның алаңы;  $x_i$ ,  $y_i$ — өстен арақашықтық тиісінше  $i$  қарапайым фигураның ауырлық ортасына дейін  $x$  және  $y$ , бұларды да кестелерде келтірілген немесе белгілі формулалар бойынша табуға болады.

Статикалық сәттің физикалық мағынасы төмендегіге негізделген. Егер күрделі фигураның құрамындағы әрбір қарапайым фигураға салмақ (күш) берсе, олар параллель күштер жүйесін білдіреді және олардың әрқайсысы қандай да бір нықты өске қатысты аталған қарапайым фигураның өсінен ауырлық ортасына дейінгі қашықтыққа тең өз сәтін құра бастайды. Егер күшті алаңмен алмастырса, сәт күштіктен статикалық сәт деп аталатын геометриялық көрсеткішке айналады. Ол үшінші дәрежедегі ұзындық бірліктерімен өлшенеді (см<sup>3</sup>, м<sup>3</sup> және т.б.).

**Фигураның (қиманың) инерция сәттері  $J_x$ — $J_y$ .** Жалпы жағдайда оның математикалық жазбасы төмендегідей:

$$J_x = \int_A y^2 dA; \quad J_y = \int_A x^2 dA.$$

Қарастырылатын фигура қарапайым геометриялық фигураларға бөлінуі мүмкін көптеген жағдайлар үшін,

$$\begin{aligned} J_x &= \sum_1^n A_i y_i^2 = J_x^I + J_x^{II} + \dots + J_x^n; \\ J_y &= \sum_1^n A_i x_i^2 = J_y^I + J_y^{II} + \dots + J_y^n, \end{aligned} \quad (1.20)$$



мұнда  $J_x^I, J_x^{II}, \dots, J_x^n$  —  $x$  өсіне қатысты бірінші, екінші,  $n$ -ші қарапайым фигуралардың инерция сәттері;  $y$  өсіне қатысты —  $J_y^I, J_y^{II}, \dots, J_y^n$ .

Инерция сәтінің физикалық мағынасын былай түсіндіруге болады. Қалыңдығы бірдей екі тікбұрыш парақты алайық (мысалы болат), біріншісін оның ұзын жағына сәйкес келетін өсіне қатысты, ал екіншісін оның қысқа жағына сәйкес келетін өсіне қатысты айналдырайық. Біз екінші парақты айналдыру және тоқтату біріншісіне қарағанда қиынырақ екенін сеземіз, себебі екінші жағдайда бізге үлкен инерция күшін жеңіге туралы келеді (айналдыру кезінде — тыныштық инерциясының кедергісі, ал тоқтату кезінде — қозғалыс инерциясының күші). Инерция сәті — бұл дененің немесе фигураның инерция шамасы. Осы жерде түсіндіре кету қажет. Статикада жылдамдатылған немесе баяулатылған қозғалыс (айналыс) қарастырылмайды. Сондықтан статикадағы инерция сәті туралы айтқан кезде айналмайтын, бірақ егер айнала бастаса, шамасы инерция сәтімен анықталатын инерция қасиетін танытатын фигураның ықтимал инерциясын негізге аламыз.

Фигураның өске қатысты оның ауырлық ортасы арқылы өтетін инерция сәті *орталық* немесе *меншікті* инерция сәті деп аталады. Егер фигура бірнеше қарапайым фигуралардан тұрса барлық фигураның ауырлық ортасы арқылы жүргізілген өстер *негізгі орталық өстер* деп аталады.

**Ауырлық ортасы  $\epsilon$ .** Жалпы жағдайда кез келген өске, параллель  $x$  немесе  $y$  өске қатысты ауырлық ортасы координатының математикалық жазбасы төмендегідей:

$$x_C = \frac{S_y}{A}; \quad y_C = \frac{S_x}{A}.$$

Қарапайым фигураларға бөлуге болатын фигуралар үшін,

$$\begin{aligned} x_C &= \frac{\sum_1^n A_i x_i}{\sum_1^n A_i} = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + \dots + A_n x_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n}, \\ y_C &= \frac{\sum_1^n A_i y_i}{\sum_1^n A_i} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + \dots + A_n y_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n}. \end{aligned} \tag{1.21}$$

Ауырлық ортасының физикалық мағынасы төмендегіге негізделген. Егер фигураны көлденең орналастырып, абсолютті дәлдікпен оның ауырлық ортасымен үшкір инені қиыстырса, инедегі фигура көлденең

калыпта қалады, яғни тең қалыпта сақталады.

Көптеген тәжірибелік міндеттерді шешу үшін қарапайым фигуралардың геометриялық сипаттамаларын анықтауға үйрену толығымен жеткілікті. Бұл үшін арнайы кестелер бар. Кейбір қарапайым фигуралардың геометриялық сипаттамалары II қосымшада келтірілген, ал кейбір прокат пішіндерінің сипаттамалары I қосымшада.

Бұдан әрі бірнеше қарапайым фигуралардан тұратын күрделі фигуралардың геометриялық сипаттамаларын анықтаудың жалпы тәртібін қарастырамыз. Көбінесе екі бөліктен тұратын негізгі орталық өстерді анықтау міндетін шешуге тура келеді: 1) ауырлық ортасын анықтау; 2) фигура (қима) инерциясының сәттерін анықтау.

## 2. Қиманың ауырлық ортасын анықтау

Қиманың ауырлық ортасы келесі тәртіпте анықталады.

1. Қиманы қарапайым фигураларға бөледі, олар қарапайым геометриялық фигуралар немесе прокат пішіндері болып табылады. Оларды 1, 2, 3 сандарымен және т.б. белгілейді.

2. Қарапайым фигуралардың (профильдердің) ауырлық орталарын I және II қосымшаларын пайдалана отырып көрсетеді және  $C_1, C_2, C_3$  және т.б. әріптермен белгілейді.

3. Координаттық өстер жүйесін таңдайды. Көптеген тәжірибелік міндеттерде қиманың симметрия өсі болады, сондықтан координаттық өстердің алғашқысын онымен қиюластыруға кеңес беріледі, ал екіншісін біріншісіне перпендикуляр түрде ол бір немесе бірнеше қарапайым фигуралардың ауырлық орталарын қиып өтетіндей бағыттайды, бұл ретте олардың саны неғұрлым көп болса, соғұрлым жақсы. Екінші өсті ол төменгі (шеткі) қима нүктесі арқылы өтетіндей бағыттауға болады. Бірінші жағдайда есептеулер неғұрлым қарапайым болады.

4. Қиманың ауырлық ортасы координаттарын анықтау үшін формулалар құрылады [формулаларды қараңыз (1.21)].

I және II қосымшаларын пайдалана отырып, қарапайым фигуралардың алаңын немесе прокат профильдерін  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , сондай-ақ таңдап алынған координаттарына қатысты олардың ауырлық орталары координаттарын  $x_1, x_2, \dots, x_n$  және  $y_1, y_2, \dots, y_n$  анықтайды. Формулалардың алымы мен бөліміндегі қосындылардың саны қиманың құрамындағы қарапайым фигуралардың санына байланысты. Алынған мәндерді формулаларға салып (1.21)  $x_C$  және  $y_C$  табады.

Егер симметрия өсімен  $x$  өсі қиысса, онда координаты  $y_C=0$ , ал егер өс  $y$  болса, онда  $x_C=0$ .

5. Белгілі масштабты ұстана отырып, суреттегі ауырлық ортасы жағдайын, ауырлық ортасынан координаттық өстерге дейінгі қашықтықты көрсетеді.

6. Шешімнің дұрыстығын тексеруді орындайды. Бұл үшін координаттық өстердің (немесе бір өстің) жағдайын өзгертуге және жаңа өстерге қатысты ауырлық ортасы координаттарын табуға болады. Ауырлық ортасының жағдайы координаттық өстердің жүйесі қалай таңдалғанына байланысты емес.

## 7. Қима инерциясы сәттерін анықтау

Инерцияның негізгі орталық сәттері келесі тәртіпте анықталады.

1. Әрбір прокат профилі немесе қарапайым геометриялық фигура үшін орталық өстер жүргізеді. Бірінші фигура үшін өсті  $x_1$  және  $u_1$ , екіншісі үшін —  $x_2$  және  $u_2$  т.б. белгілейді.

2. Негізгі орталық өстерді жүргізеді. Олар барлық қиманың ауырлық ортасы арқылы өтеді. Өстердің бірін симметрия өсімен киноластырады, ал басқасын біріншісіне перпендикуляр түрде қиманың ауырлық ортасы арқылы жүргізеді. Тік өсті  $v$ , ал көлденең өсті  $u$  әрпімен белгілейді.

3. Негізгі орталық өстерге қатысты қима инерциясы сәтін табады. Жалпы түрде қиманың инерциясы сәттері  $u$  және  $v$  өстеріне қатысты мына формулалар бойынша анықталады:

$$\begin{aligned} J_u &= J_u^I + J_u^{II} + \dots + J_u^n; \\ J_v &= J_v^I + J_v^{II} + \dots + J_v^n, \end{aligned} \quad (1.22)$$

мұнда  $J_u, J_v$  —  $u$  және  $v$  негізгі орталық өстерге қатысты қиманың инерциясы сәттері (инерцияның негізгі орталық сәттері);  $J_u^I, J_u^{II}, \dots, J_u^n$  — қарапайым фигуралардың  $u$  негізгі орталық өстеріне қатысты бірінші, екінші, ...,  $n$ -ші инерция сәттері;  $J_v^I, J_v^{II}, \dots, J_v^n$  —  $v$  өсіне қатысты.

Қарапайым фигуралардың  $u$  және  $v$  өстеріне қатысты инерция сәттері мына формулалар бойынша анықталады:

$$\begin{aligned} J_u^I &= J_{x_1}^I + a_1^2 A_1; & J_u^{II} &= J_{x_2}^{II} + a_2^2 A_2; & \dots; & & J_u^n &= J_{x_n}^n + a_n^2 A_n; \\ J_v^I &= J_{y_1}^I + b_1^2 A_1; & J_v^{II} &= J_{y_2}^{II} + b_2^2 A_2; & \dots; & & J_v^n &= J_{y_n}^n + b_n^2 A_n, \end{aligned} \quad (1.23)$$

мұнда  $J_{x_1}, J_{x_2}, \dots, J_{x_n}$  — қарапайым фигуралардың  $x_1, x_2, \dots, x_n$  өздерінің орталық өстеріне қатысты бірінші, екінші, ...,  $n$ -ші инерция сәттері (прокаттық болат профильдері үшін I қосымшада көрсетілген,

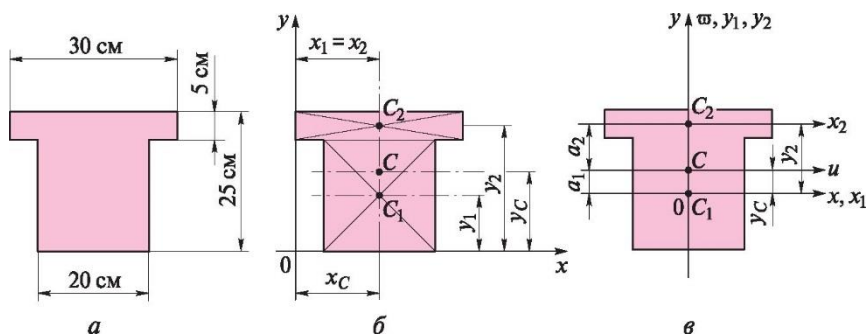
қарапайым геометриялық фигуралар үшін II қосымшада келтірілген формулалар бойынша анықталады);  $J_{y1}, J_{y2}, J_{yn}$  — сол сияқты,  $y_1, y_2, y_n$  өстеріне қатысты;  $a_1, a_2, \dots, a_n$  —  $u$  негізгі орталық өстен  $x_x, x_2, \dots, x_n$  өстеріне дейінгі арақашықтық;  $b_1, b_2, \dots, b_n$  —  $v$  өсінен  $y_x, y_2, \dots, y_n$  өстеріне дейін;  $A_1, A_2, \dots, A_n$  — прокаттық болат профильдерінің немесе қарапайым геометриялық фигуралардың қима алаңы.

Егер негізгі орталық өс қандай да бір профильдің (фигураның) өзіндік орталық өсімен сәйкес келсе, онда профильдің (фигураның) инерция сәті негізгі орталық өске қатысты өзіндік орталық өстің инерция сәтіне тең, себебі бұл өстердің арасындағы арақашықтық нөлге тең.

Геометриялық сипаттамаларды анықтау кезінде берілген қимадағы прокат профильдері тиісті стандарттардағы суреттерге қарағанда басқаша бағдарлануы мүмкін. Мысалға, стандарттағы суреттегі тік өс  $y$  берілген қимада көлденең, ал көлденең өс  $x$  — тік болып шығуы мүмкін. Сондықтан геометриялық сипаттамалар қандай өстерге қатысты анықталатынын мұқият қадағалаған дұрыс.

Жоғарыда айтып өткендей, геометриялық сипаттамалар негізінен беріктік пен қатандыққа есептеулер процесінде анықталады, бірақ кейде қималар күрделі фигуралар түрінде болады, бұл жағдайда мұндай сипаттамаларды анықтау дербес міндет түрінде болуы мүмкін.

**1.40-мысал.** Ауырлық ортасы жағдайын және екі қарапайым геометриялық фигурасынан тұратын қима инерциясының негізгі орталық сәттерін анықтау (1.123-сурет, а).



1.123-сурет. Мысалға 1.40:

$a$  — берілген қима;  $b$  — қиманың шеткі нүктелері арқылы өтетін координаттық өстерді таңдау нұсқасы;  $v$  — бір қарапайым фигураның ауырлық ортасы арқылы өтетін координаттық өстерді таңдау нұсқасы

*Шешім.* 1. Қиманың ауырлық ортасы координаттарын анықтаймыз.

Қиманы қарапайым фигураларға бөлеміз — шаршы (оны 1 санымен белгілейміз) және тікбұрыш (2). Суретте олардың ауырлық орталарын  $C_1$  және  $C_2$  көрсетеміз (1.123-сурет, б).

Координаттық өстер  $x$  және  $y$  жүйесін таңдаймыз, оларды тиісінше қиманың шеткі төменгі және шеткі сол нүктесі (желісі) арқылы жүргіземіз.

$x_c$  және  $y_c$  анықтау үшін формулаларды жазамыз. Мұндай формулалардың жалпы түрі (1.21) формулалары болып табылады. Біздің жағдайымызда әрбір формуланың алымы мен бөлімі екі қосындыдан тұрады, себебі қарапайым фигуралар екеу:

$$x_c = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2}{A_1 + A_2}; \quad y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2}.$$

Таңдап алынған өстерге қатысты қарапайым фигуралардың алаңдарын және олардың ауырлық ортасы координаттарын табамыз:

$$A_1 = 20 \cdot 20 = 400 \text{ см}^2; \quad x_1 = 30/2 = 15 \text{ см}; \quad y_1 = 20/2 = 10 \text{ см};$$

$$A_2 = 5 \cdot 30 = 150 \text{ см}^2; \quad x_2 = x_1 = 15 \text{ см}; \quad y_2 = 20 + 5/2 = 22,5 \text{ см}.$$

Сандық мәндерді қойып, ауырлық ортасы координаттарын анықтаймыз:

$$x_c = \frac{400 \cdot 15 + 150 \cdot 15}{400 + 150} = \frac{8250}{550} = 15 \text{ см};$$
$$y_c = \frac{400 \cdot 10 + 150 \cdot 22,5}{400 + 150} = \frac{7375}{550} = 13,41 \text{ см}.$$

Қимадағы ауырлық ортасының  $C$  жағдайын көрсетеміз. Ол  $C_1$  шаршысы ауырлық ортасынан  $13,41 - 10 = 3,41$  см жоғары және екі қарапайым фигураның ауырлық ортасымен бір тік желіде болады (1.123-сурет, б).

Шешімнің кейбір нәтижелерін бағалайық. Біріншіден, қиманың  $C_1$  және  $C_2$  ауырлық орталары арқылы өтетін симметрия өсі болады.  $C$  ауырлық ортасы да осы өсте жатады. Бұл тек келтірілген мысал үшін ғана емес барлық симметрия өстері үшін есептеулерсіз де айқын.

Екіншіден, егер қандай да бір өсті бір фигураның ауырлық ортасы арқылы өткізсе немесе онымен координаттардың басын қиюластырса, (егер мүмкіндік болса, бұдан әрі қарастырылатын 1.41-мысалдағы сияқты бірнеше фигуралардың ауырлық орталары арқылы өткізсе), онда онда есептеулер неғұрлым қарапайым болады, себебі бұл фигураның (фигуралардың) ауырлық ортасының координаттары нөлге тең болады.

Айтылғандарды растау үшін  $x$  және  $y$  координаттары өстері басын және бірінші фигураның  $C_1$  ауырлық ортасын қиюластырып осы міндетті шешейік (1.123-сурет, в).

Сонда фигура алаңдары бұрынғыдай қалады, ал координаттары өзгереді:

$$A_1 = 400 \text{ см}^2; \quad x_1 = 0; \quad y_1 = 0;$$

$$A_2 = 150 \text{ см}^2; \quad x_2 = 0; \quad y_2 = 20/2 + 5/2 = 12,5 \text{ см.}$$

Осыдан

$$x_C = \frac{400 \cdot 0 + 150 \cdot 0}{400 + 150} = 0;$$

$$y_C = \frac{400 \cdot 0 + 150 \cdot 12,5}{400 + 150} = \frac{1875}{550} = 3,41 \text{ см.}$$

1.123, в суретте жаңа координаттар жүйесінде алынған мәндерді пайдалана отырып, С ауырлық ортасының жағдайын көрсетеміз. Көргеніміздей, ауырлық ортасы 1.123, в суреттегідей сол қима нүктесінде қалды.

*Қорытынды.* Егер қиманың симметрия өсі болса, онда координаттық өстердің бірін онымен қиыстыру қажет. Мұндай жағдайда есептеулер жүргізу қажет емес, себебі симметрия өсімен қандай өстің қиысқанына қарай бірден  $x_C = 0$  немесе  $y_C = 0$  қабылдауға болады. Әрбір жолы координаттар жүйесінің екі нұсқасын қарастыру міндетті емес, бірақ екінші нұсқа берілген мысалдағы сияқты шешімнің дұрыстығын тексеруге мүмкіндік береді.

1. Инерцияның негізгі орталық сәттерін анықтаймыз.

Барлық қиманың С ауырлық ортасы арқылы  $u$  және  $v$  негізгі орталық өстерін жүргіземіз (1.123-сурет, в).

Бірінші жалпы формуланың (1.22) негізінде  $u$  өсіне қатысты инерцияның негізгі орталық сәтін табу үшін формуланы жазамыз:

$$J_u = J_u^I + J_u^{II}.$$

$u$  өсіне қатысты 1 және 2 қарапайым фигуралардың инерция сәттері мына формулалар бойынша анықталады:

$$J_u^I = J_{x_1}^I + a_1^2 A_1; \quad J_u^{II} = J_{x_2}^{II} + a_2^2 A_2,$$

мұнда  $J_{x_1}^I$  — II қосымшада көрсетілгендей қарапайым орталық немесе өзіндік,  $x_1$  өстеріне қатысты бірінші фигураның (шаршының) инерция сәті ( $a$  — шаршының жағы);  $a_1$  —  $u$  негізгі орталық өс пен  $x_1$  шаршының арасындағы арақашықтық, ол 3,41 см тең;  $J_{x_2}^{II}$  — II қосымшада көрсетілгендей өзіндік  $x_2$  өсіне қатысты екінші фигураның (тікбұрыштың) инерция сәті, ол  $bh^3/12$  тең ( $b$  — тікбұрыштың көлденең жағы,  $h$  — тік);

$a_2$  —  $u$  негізгі орталық өс пен  $x_2$  тікбұрыштың арасындағы арақашықтық, ол  $20/2 + 5/2 - 3,41 = 9,09$  см тең.

Осылайша,

$$J_u^I = \frac{a^4}{12} + a_1^2 A_1 = \frac{20^4}{12} + 3,41^2 \cdot 400 = 13\,333 + 4\,651 = 17\,984 \text{ см}^4$$

$$J_u^{II} = \frac{bh^3}{12} + a_2^2 A_2 = \frac{30 \cdot 5^3}{12} + 9,09^2 \cdot 150 = 312 + 12\,394 = 12\,706 \text{ см}^4$$

бұдан  $J_u = 17\,984 + 12\,706 = 30\,690 \text{ см}^4$ .

Жалпы формулалардың (1.22) екіншісінің негізінде  $v$  өсіне қатысты инерцияның негізгі орталық сәттерін анықтау үшін формуланы жазамыз:

$$J_v = J_v^I + J_v^{II}.$$

$v$  өсіне қатысты 1 және 2 қарапайым фигуралардың инерция сәттері мына формулалар бойынша анықталады:

$$J_v^I = J_{y_1}^I + b_1^2 A_1; \quad J_v^{II} = J_{y_2}^{II} + b_2^2 A_2.$$

$h_1 = 0$  болғандықтан (себебі  $y_1$  және  $v$  өстері сәйкес келді),  $b_2 = 0$  (себебі  $y_2$  және  $v$  өстері сәйкес келді), формулалар келесі түрде болады:

$$J_v^I = J_{y_1}^I = \frac{a^4}{12} = \frac{20^4}{12} = 13\,333 \text{ см}^4;$$

$$J_v^{II} = J_{y_2}^{II} = \frac{bh^3}{12} = \frac{5 \cdot 30^3}{12} = 11\,250 \text{ см}^4.$$

$J_u^{II}$  есептеуімен салыстырғанда тікбұрыштың (екінші қарапайым фигураның) көлденең және тік жақтары орын ауыстырғанына назар аударайық.  $b$  «көлденең» жағымен 5 см тең  $v$  өсіне параллель болды, ал «тік»  $h$  — тарап, 30 см тең.

Осыдан  $J_v = 13\,333 + 11\,250 = 24\,583 \text{ см}^4$ .

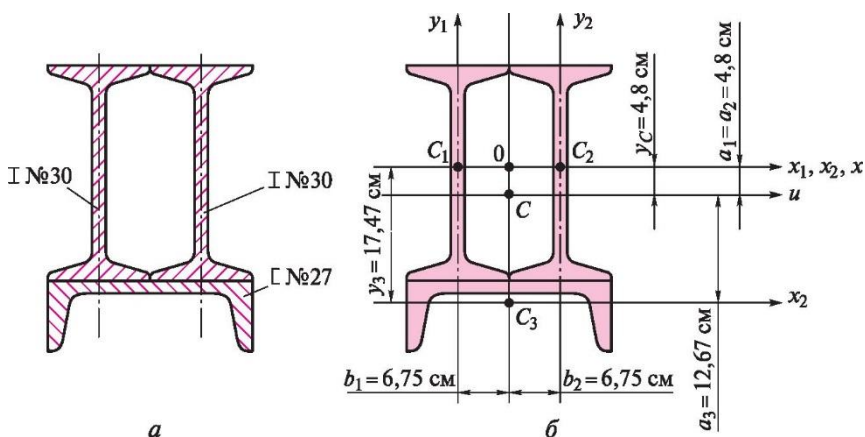
*Жауап:*  $J_u = 30\,690 \text{ см}^4$ ,  $J_v = 24\,583 \text{ см}^4$ .

**1.41-мысал.** Ауырлық ортасы жағдайын және үш прокаттық профильден тұратын күрделі қима инерциясының негізгі орталық сәттерін анықтау (1.124-сурет, а).

*Шешім.* 1. Қиманың ауырлық ортасы жағдайын анықтаймыз.

Күрделі қиманы үш қарапайым қимаға бөлеміз: екі қоставр № 30 (оларды 1 және 2 сандарымен белгілейміз) және швеллер № 27 (3 санымен белгілейміз). Олардың ауырлық орталарын көрсетеміз  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  (1.124-сурет, б).

$x$  және  $y$  координаттық өстерінің жүйесін таңдаймыз. 1.40-мысалындағы шешімдердегі тұжырымдарды ескере отырып,  $y$  өсін күрделі қима симметрия өсімен қиыстырамыз,



1.124-сурет. Мысалға 1.41:  
*a* — берілген кима; *б* — орталық және негізгі орталық өстер

ал  $x$  өсін  $C_1$  және  $C_2$  қоставрлары ауырлық орталары арқылы жүргіземіз.

$\underline{x}_C$  және  $\underline{y}_C$  координаттарын анықтау үшін формулалар жазамыз. Себебі  $y$  өсі симметрия өсіне сәйкес келеді, координат  $\underline{x}_C = 0$ , мұны студенттерге тиісті формула бойынша  $\underline{x}_C$  өздері есептеп, тексеру ұсынылады.  $\underline{y}_C$  координаты мына формула бойынша анықталады:

$$\underline{y}_C = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A_1 + A_2 + A_3}.$$

Қарапайым қималардың алаңын және  $x$  өсіне қатысты олардың ауырлық орталары координаттарын анықтаймыз. 2 және 3 кестелердегі, I қосымшадағы (тиісінше қоставр мен швеллер үшін) деректерді пайдалана отырып, келесі мәндерді аламыз:

$$A_1 = 46,5 \text{ см}^2; \quad y_1 = 0;$$

$$A_2 = 46,5 \text{ см}^2; \quad y_2 = 0;$$

$$A_3 = 35,2 \text{ см}^2; \quad y_3 = -\frac{h}{2} - z_0 = -\frac{30}{2} - 2,47 = -17,47 \text{ см}$$

( $h$  және  $z_0$  белгілері I қосымшада түсіндірілген).

Осыдан

$$\underline{y}_C = \frac{46,5 \cdot 0 + 46,5 \cdot 0 + 35,2 \cdot (-17,47)}{46,5 + 46,5 + 35,2} = \frac{-614,9}{128,2} = -4,8 \text{ см}.$$



С күрделі қимасының ауырлық ортасы қоставрлар ауырлық ортасынан 4,8 см төмен, мұны «минус» белгісі көрсетеді.

Инерцияның негізгі орталық сәттерін анықтаймыз.

$u$  және  $v$  негізгі орталық өстерін  $S$  күрделі қимасының ауырлық ортасы арқылы жүргіземіз.

$u$  өсіне қатысты инерцияның негізгі орталық сәті

$$J_u = J_u^I + J_u^{II} + J_u^{III}.$$

1, 2 және 3 қарапайым қималардың  $u$  өсіне қатысты инерция сәттері  $J_u^I = J_{x_1}^I + a_1^2 A_1$ ;  $J_u^{II} = J_u^I$  формулалары бойынша анықталады (себебі  $S_1$  және  $S_2$  ауырлық орталары  $u$  өсінен бірдей алшақтатылған);  $J_u^{III} = J_{x_3}^{III} + a_3^2 A_3$ . 2 және 3 кестелердегі, I қосымшадағы деректерді пайдалана отырып, келесі мәндерді аламыз:

$$J_{x_1}^I = 7\,080 \text{ см}^2; \quad a_1 = -4,8 \text{ см};$$

$$J_{x_2}^{II} = J_{x_1}^I = 7\,080 \text{ см}^2; \quad a_2 = a_1 = -4,8 \text{ см};$$

$$J_{x_3}^{III} = 272 \text{ см}^2; \quad a_3 = h/2 + z_0 + y_C = 30/2 + 2,47 - 4,8 = 12,67 \text{ см}.$$

$$\text{Тогда } J_u^I = 7\,080 + (-4,8)^2 \cdot 46,5 = 8\,151 \text{ см}^2;$$

$$J_u^{II} = J_u^I = 8\,151 \text{ см}^2;$$

$$J_u^{III} = 272 + 12,67^2 \cdot 35,2 = 5\,923 \text{ см}^2;$$

$$J_u = 8\,151 + 8\,151 + 5\,923 = 22\,225 \text{ см}^2.$$

$v$  өсіне қатысты қима инерциясының негізгі орталық сәті

$$J_v = J_v^I + J_v^{II} + J_v^{III},$$

мұнда  $J_v^I = J_{y_1}^I + b_1^2 A_1$ ;  $J_v^{II} = J_{y_2}^{II} + b_2^2 A_2$ ;  $J_v^{III} = J_{y_3}^{III} + b_3^2 A_3$ .

Осы кестелерді пайдалана отырып, аламыз:

$$J_{y_1}^I = 337 \text{ см}^2; \quad b_1 = -\frac{b}{2} = \frac{13,5}{2} = -6,75 \text{ см} \text{— қоставр сөресінің ені};$$

$$J_{y_3}^{III} = 337 \text{ см}^2; \quad b_2 = -b_1 = 6,75 \text{ см};$$

$$J_{y_3}^{III} = 4\,160 \text{ см}^2; \quad b_3 = 0.$$

$$\text{Онда } J_v^I = 337 + (-6,75)^2 \cdot 46,5 = 2\,456 \text{ см}^2;$$

$$J_v^{II} = J_v^I = 2\,456 \text{ см}^2;$$

$$J_v^{III} = J_{y_3}^{III} = 4\,160 \text{ см}^2.$$

$v$  өсіне қатысты қима инерциясының негізгі орталық сәті тең болады

$$J_v = 2\,456 + 2\,456 + 4\,160 = 9\,072 \text{ см}^2.$$

Жауабы:  $J_u = 22\,225 \text{ см}^2$ ,  $J_v = 9\,072 \text{ см}^2$ .

Қималардың геометриялық сипаттамаларын анықтау бойынша күрделі міндеттерді шешу мысалдары [7, с. 23, 118] келтірілген. Дағдыларды бекіту үшін [7 с. 26—30, 121 — 125] келтірілген міндеттерді шешу ұсынылады.

## БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ

1. Жазық фигуралардың негізгі геометриялық сипаттамаларын атаңыз. Олардың әрқайсысының математикалық және физикалық мағынасын түсіндіріңіз.
2. Қарапайым фигуралардан тұратын күрделі фигураның ауырлық ортасының жағдайын қалай анықтауға болады?
3. Ауырлық орта жағдайының дұрыстығын қалай тексеруге болады.
4. Өзіндік өске қатысты инерция сәті және негізгі орталық өске қатысты инерция сәті немен ерекшеленеді?

## 1.9. КЕҢІСТІКТЕГІ КҮШТЕР ЖҮЙЕСІ

Алдыңғы бөлімдерде бір нүктеге жинақталған немесе жазықта еркін орналасқан күштердің жазық жүйесі әсеріндегі дененің тепе-теңдік шарттары қарастырылған болатын. Көптеген жағдайларда мұндай күштермен техник-құрылысшының жұмыс істеуіне тура келеді.

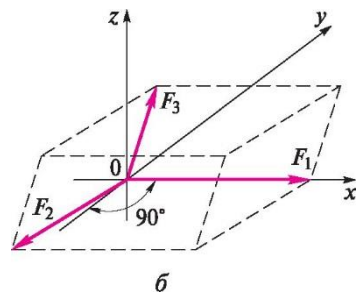
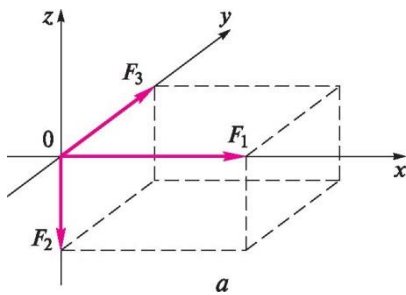
Алайда тұтас инженерлік құрылыстардың бірқатарына салынатын күштер бір жазықта жатпайды. Мұндай күштердің жүйесін кеңістіктік деп атайды. Жазық күштер жүйесі сияқты оларды да екі топқа бөлуге болады:

1. жинақталатын күштердің кеңістіктегі жүйесі;
2. еркін орналасқан күштердің кеңістіктегі жүйесі.

### 1. Жинақталатын күштердің кеңістіктіктегі жүйесі

Мұндай жүйенің қарапайым мысалы тікбұрышты (1.125-сурет, а) және тікбұрышты емес (1.125-сурет, б) параллелепипедтердің қабырғалары бойынша орналасқан үш күш болып табылады.

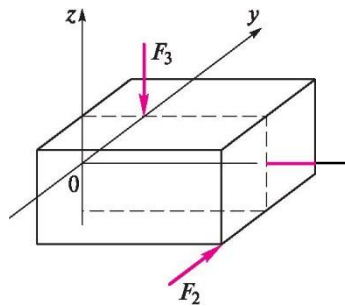
Жалпы жағдайда жинақталатын күштердің кеңістіктегі жүйесі анағұрлым күрделі болуы мүмкін, яғни құрамында кеңістікте әртүрлі бұрыштармен орналасқан әлдеқайда көп күштер болуы ықтимал.



1.125-сурет. Жинақталатын күштердің кеңістіктегі жүйелері:

$a$  — өзара перпендикуляр;  $b$  — еркін орналасқан

1.126-сурет. Еркін орналасқан күштердің кеңістіктегі жүйесі



Жазық жүйедегі сияқты мұндай күштер үшін тепе-теңдік шарттары  $x$ ,  $y$  және  $z$  өстерінде барлық күштер проекциясы сомасының нөлге теңдігі болып табылады:

$$\sum X = 0; \sum Y = 0; \sum Z = 0. \quad (1.24)$$

## 2. Еркін орналасқан күштердің кеңістіктегі жүйесі

Жалпы түрде мұндай жүйені бейнелеу біршама қиындық туғызады, бірақ жинақталатын күштер жүйесіне координат өстерімен сәйкес келмейтін және қиылыспайтын күштерді қосатын болсақ, ол туралы түсінік алуға болады (1.126-сурет).

Күштердің тепе-теңдігі міндеттерін шешу үшін алты теңдеуді құруға болады:

$$\begin{aligned} \sum X = 0; \quad \sum Y = 0; \quad \sum Z = 0; \\ \sum M_x = 0; \quad \sum M_y = 0; \quad \sum M_z = 0. \end{aligned} \quad (1.25)$$

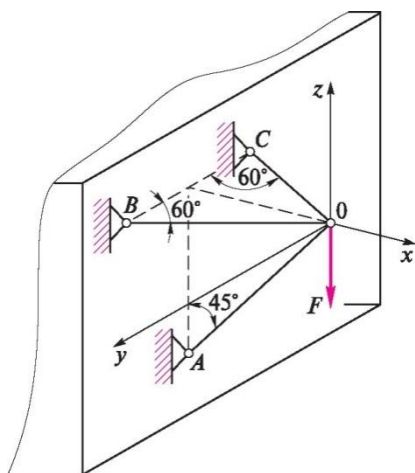
Жекелеген жағдайлар да орын алуы мүмкін: күштер бір-біріне параллель, симметриялы орналасқан және т.б.

### 3. Кеңістіктегі күштер жүйесінің тепе-теңдік теңдеулері қолданылатын практикалық есептер

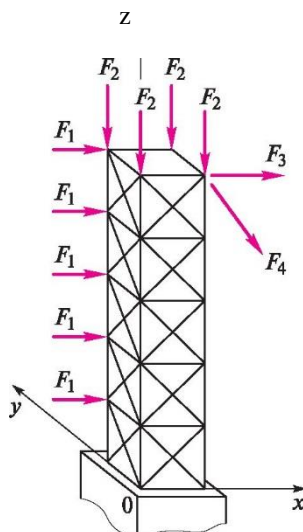
Жинақталатын күштердің кеңістіктегі жүйесінің қарапайым оқиғасы үш өзектен тұратын кеңістік кронштейнінде әрекет ететін күштер болып табылады (тепе-теңдік теңдеулерінің саны бойынша) (1.127-сурет).

Еркін орналасқан күштердің кеңістіктегі жүйесінің неғұрлым типтік мысалы кеңістіктік фермада әрекет ететін (1.128-сурет) күштер, оның ішінде жоғары жатқан құралымдардың салмағы, желдің күші, өткізгіштердің күштері және т.б. болып табылады.

Екі жүйені де электр беру желісі тіректері, темір жолдың байланыс желісінің тіреулері ретінде жиі пайдаланылатын, алайда азаматтық құрылыста кеңінен тарамған торлы кеңістік мұнарасы немесе фермалар есебінде қарастыруға тура келеді. Осы себепке байланысты, сондай-ақ есептеудің күрделілігіне орай оларға тоқталмаймыз.



1.127-сурет. Кеңістіктік кронштейн



1.128-сурет. Кеңістіктік торлы ферма

### **БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ**

1. Кеңістіктегі күштер жүйесі қалай жіктеледі?
2. Жинақталатын күштердің кеңістіктегі жүйесіне арналған тепе-теңдік теңдеулерін жазыңыз.
3. Еркін орналасқан күштердің кеңістіктегі жүйесіне арналған тепе-теңдік теңдеулерін жазыңыз.
4. Техникадағы күштердің кеңістіктік әрекетіне мысал келтіріңіз.

## АБСОЛЮТТІ ИЛГІШ ДЕНЕЛЕР МЕХАНИКАСЫ

1675 ж. Роберт Гук ғылыми журналдардың бірінде әріптерді ауыстырып қою жолымен шифрленген заң тұжырымы түріндегі «aceiiinssstuv» анаграммасын жариялады. Бұл жаңалық ашуға өтінім болатын. Бір жылдан кейін Гук әртүрлі заттармен көптеген тәжірибелер жүргізе отырып, өзі ашқан заңның дұрыстығына түпкілікті көзі жеткеннен кейін «Utensiasicvis» («Ұзару қандай болса, күш те сондай») шифрленбеген тұжырымын жариялады. Р.Гук зерттеу зертханасында жұмыс істей жүріп, ғалымдардың болжамдарын растау үшін тәжірибелер жүргізді. Зерттеушілік қабілеті мен ынтасының нәтижесінде өзін бүкіл әлемге танымал еткен бірқатар жаңалықтар ашты.

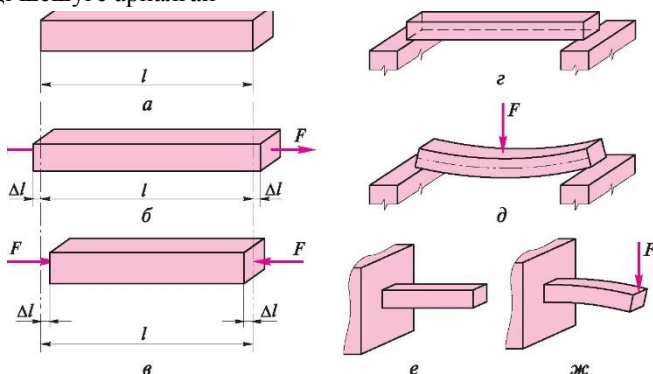
### 2.1. АБСОЛЮТТІ ИЛГІШ ДЕНЕЛЕР МЕХАНИКАСЫНЫҢ ЖАЛПЫ ЕРЕЖЕЛЕРІ

1-тарауда біз абсолютті қатты болып саналатын денелерді қарастырдық. Абсолютті қатты дене статикасының тепе-теңдік теңдеуі кейбір қарапайым құралымдар мен құрылыстар үшін тірек реакциялар мен ішкі күш салуын анықтау сияқты бірқатар практикалық міндеттерді шешуге мүмкіндік берді. Сонымен қатар денелердің қасиеттеріне "қарабайыр" көзқарасқа байланысты қатты денелер механикасы шеше алмайтын көптеген міндеттер бар.

#### 1. Абсолютті илгіш дене үлгісі

Абстракті модельдерден нақты денелер мен құралымдарға тағы бір қадам жасаймыз, атап айтқанда барлық денелерді *абсолютті илгіш* деп санайтын боламыз. Бұл сыртқы күштердің әсерінен мұндай денелердің (2.1-сурет, а) өз *өлшемдерін өзгертетінін* білдіреді, мысалға олар ұзарады (2.1-сурет, б) немесе қысқарады (2.1-сурет, в), немесе өз *пішінін өзгертеді*, яғни күш салғанға дейін тура сызықты болса (2.1-сурет, г және е), күш салғаннан кейін қисық сызықты қалыпқа ауысады (2.1-сурет, д, ж).

Айтылғандардың негізінде осы тарау екі бөлікке бөлінді: біріншісі қарапайым жүйелердің деформацияларын анықтауға, ал екіншісі жүйелердің деформациялық қасиеттерін пайдалана отырып, статикалық анықталмайтын міндеттерді шешуге арналған



2.1-сурет. Созу, қысу және иілу кезіндегі денелердің деформациясы:

*a, г, е* — дінгек, балка, күш салғанға дейінгі консоль; *б, в* — созу және қысу кезіндегі дінгектің деформациясы; *д, ж* — иілу кезіндегі балка мен консольдың деформациясы

Бұл ретте денеге жүктеменің әрекеті тоқтатылғаннан кейін дене өзінің *бастапқы пішіні мен өлшемдерін толық қалпына келтіреді* деп саналады. Бұл тұрғыда олар абсолютті иілгіш болып есептеледі.

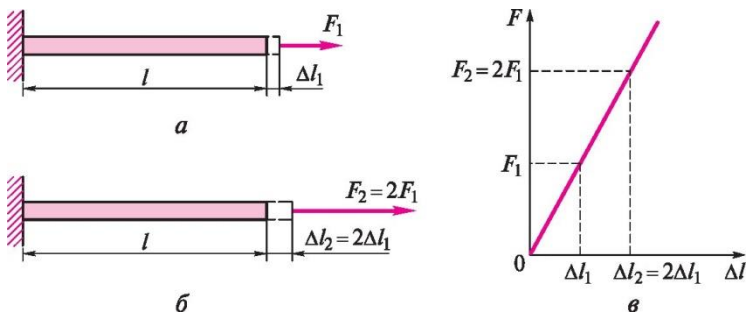
Барлық денелер деформацияланады, бірақ нақты денелердің барлығы сипатталғандай бола бермейді, яғни жүктеменің алынғаннан кейін өзінің бастапқы пішіні мен өлшемдерін толық қалпына келтіреді. Алайда денелерге абсолютті иілгіштік қасиеттерін беру, оларға абсолютті қаттылық қасиетін беруге қарағанда шындыққа әлдеқайда жақын. Сонымен қатар нақты денелердің қасиеттерін шынайы көрсету механика үшін өте маңызды нәтижеге алып келеді. Жүйе элементтерінің деформациялары арасында әрқашан тәуелділік орнатуға болады, ал деформациялар күш салуға байланысты болғандықтан, күш салу арасында да тәуелділікті орнатуға болады. Бұл қатты денелер механикасы беретін теңдеулерге қосымша теңдеулерге ие болатынымызды білдіреді, белгісіз күштерді анықтауға теңдеулердің жеткіліксіздігінен қатты денелер механикасы үшін көптеген міндеттер статикалық анықталмайтын болып табылады.

### 2.1.2. Гук заңы

Денелердің иілгіштік қасиетін ағылшын ғалымы Роберт Гук ашты. Ол әртүрлі материалдардан жасалған әртүрлі заттарды созу бойынша көптеген тәжірибелер жасап, тарихқа Гук заңы деген атпен қалған тұжырымға келді: *созылған дененің ұзаруы салынған күшке тікелей пропорционал немесе күш көп болған сайын созылу да көбірек. Бұл тұжырым сығу кезінде де дұрыс болып табылады, яғни дененің қысқаруы сығу күшінің әрекетіне тікелей пропорционал.* Гуктың жаңалығы революциялық болды деп айтуға болады, себебі оған дейін Галилео Галилей уақытынан бері барлық механика денелерді абсолютті қатты деген түсінікке негізделген.

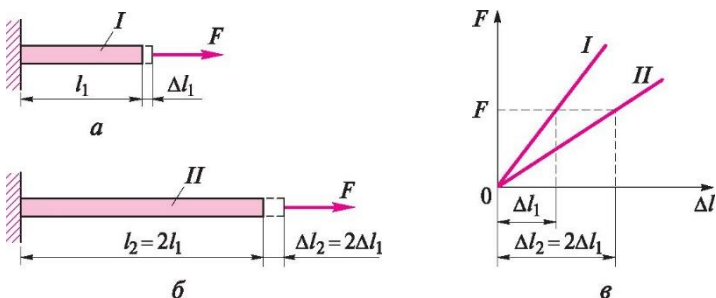
Гук тек заң тұжырымдамасын жасап қана қоймай, бірқатар факторларды ескере отырып, күш пен ұзару арасындағы сандық тәуелділікті де анықтады. Оларға толығырақ тоқталайық. Келесі төрт тәжірибені жүргізейік, олардың қарапайымдылығы соншалық, тек сипаттаудың өзінде жеңіл елестетуге болады. Иілгіш дене ретінде басқа тұрмыстық заттарға қарағанда иілгіштік туралы біздің түсінігімізге сәйкес келетін әдеттегі киім резеңкесін алайық.

**1-тәжірибе.** Өзек түріндегі иілгіш денеге (жоғарыда айтып өткендей резеңке)  $F_1$  күшін саламыз және оның біраз ұзаруын аламыз  $\Delta l_1$  (2.2-сурет, а). Осыдан кейін денеге 2 есе көп  $F_2 = 2F_1$  күшін саламыз да жаңа ұзаруды  $\Delta l_2$  аламыз (2.2-сурет, б), ол біріншіден екі есе көп болады, яғни  $\Delta l_2 = 2\Delta l_1$ . Осыдан келесі тұжырым жасауға болады: *дененің (өзектің) ұзаруы салынған күшке тікелей пропорционал.* Бұл тұжырым сығу кезінде де дұрыс болып табылады. Күш пен ұзару арасындағы тәуелділік кестесі тікелей сызық түрінде болады (2.2-сурет, в), бұл  $F$  пен  $\Delta l$  арасындағы тікелей пропорционал тәуелділікті білдіреді.



2.2-сурет.  $F_1$  (а),  $F_2 = 2F_1$  (б) Күштерімен озылып жатқан өзек, және күш пен ұзару арасындағы тәуелділік графигі



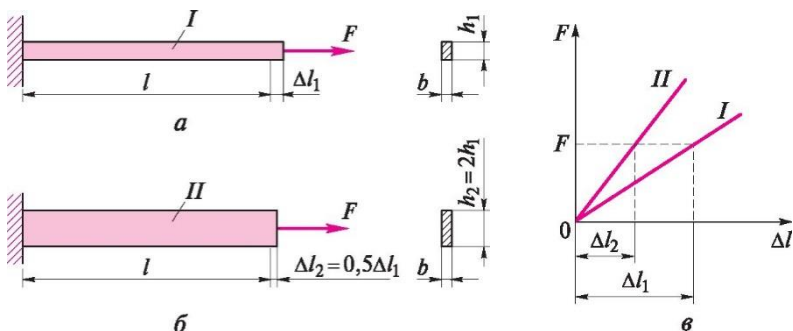


2.3-сурет. Ұзындығы  $l_1$  (а),  $l_2 = 2 l_1$  (б) созылатын өзектер және күш пен ұзару арасындағы тәуелділік кестесі (в)

**2-тәжірибе.** Ұзындықтары тиісінше  $l_1$  және  $l_2$  екі иілгіш өзекті алайық. Екінші өзектің ұзындығы біріншісіне қарағанда 2 есе ұзын болсын, яғни  $l_2 = 2 l_1$  (2.3-сурет, а, б). олардың әрқайсысына бірдей  $F$  күшін саламыз. Тәжірибе бұл біздің түсінігімізге қайшы келмейтінін көрсетеді, яғни бірдей күш салынған кезде екінші өзектің ұзаруы біріншінің ұзаруына қарағанда 2 есе артық, яғни  $\Delta l_2 = 2\Delta l_1$ . Бұл тәжірибенің нәтижелерін қорыта отырып, тұжырым жасауға болады: дененің (өзектің) ұзаруы оның ұзындығына тікелей пропорционал. Бұл 2.3, в-суретте берілген кестеде көрсетілген.

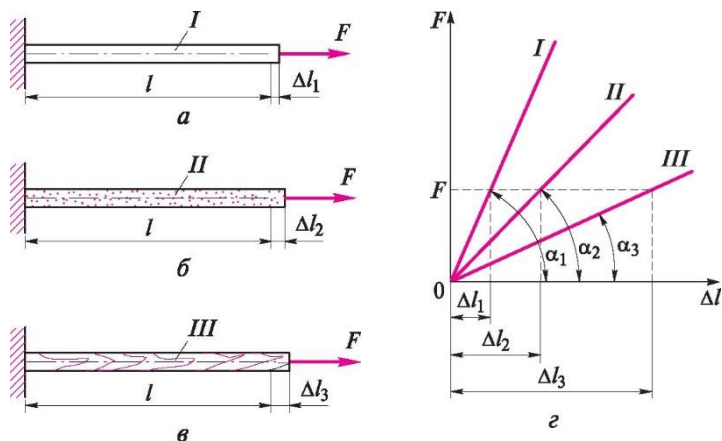
**3-тәжірибе.** Ұзындығы бірдей екі иілгіш өзектерді алайық. Екінші өзектің көлденең қимасының алаңы біріншісіне қарағанда 2 есе көп болсын, яғни  $bh_2 = 2bh_1$  (2.4-сурет, а, б). Олардың әрқайсысына бірдей  $F$  күшін саламыз.

2.4 Сурет.  $A_1$  (а),  $A_2 = 2A_1$  (б) көлденең қиылған ауданымен созылып жатқан өзектер, және күш пен ұзару арасындағы тәуелділік графигі



Тәжірибе көрсеткендей, бірдей салынған күш кезінде екінші өзектің ұзаруы біріншіге қарағанда 2 есе аз, яғни  $\Delta l_2 = 0,5\Delta l_1$ . Бұл тәжірибенің нәтижелерін қорыта отырып, тұжырым жасауға болады: *көлденең қиманың алаңы неғұрлым үлкен болса, дененің (өзектің) деформациясы да соғұрлым азырақ болады.* Осылайша деформация мен көлденең қиманың алаңы арасында кері пропорционал тәуелділік болады. Бұл 2.4, в суретте берілген кестеде көрсетілген.

**4-тәжірибе.** Ең алдымен біздің тұрмысымыздан алынған үш заттың: киім резеңкесінің, зертханалық динамометрдің және қармақ бауының иілгіштік қасиеттерін салыстырып көрейік. Олардың әрқайсысына 5 Н күшін салайық. Заттардың әрқайсысының ұзару шамасына әсер ететін кейбір факторларға әзірше назар аудармай тұрып, резеңкенің ұзаруы динамометрден артық екенін, ал динамометрдің ұзаруы қармақ баудан артық екенін байқаймыз. Болат, шойын, ағаш сияқты материалдардан (созушы күш пен ұзарудың басқа мәндерімен) жасалған өзектер де жүктеме мен ұзару арасындағы өзге тең тәуелділік шарттарында осыған ұқсас түрде болады (2.5, а-в-сурет). Ұзаруын көзбен көруге болатын, біздің күнделікті тұрмысымыздан алынған заттардан айырмашылығы құралым элементтерінің ұзаруын өте дәл өлшеу құралдарының көмегімен ғана анықтауға болады, себебі олар әдетте миллиметрлердің үлесін құрайды. 2.5, г –суретте келтірілген кестеде көрінетіндей, F күшінің бірдей мәні кезінде  $\Delta l_3 > \Delta l_2 > \Delta l_1$ . Әртүрлі материалдар үшін созылу диаграммалары абсцисса өсіне әртүрлі бұрыштарға ие. Біздің мысалымызда  $\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3$ .



2.5-сурет. Созылатын болат (а), шойын (б), ағаш (в) өзектер және күш пен ұзару арасындағы тәуелділік кестесі (г).

Бұл бұрыштар формулалар бойынша табылады:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{F}{\Delta l_1}; \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{F}{\Delta l_2}; \quad \operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{F}{\Delta l_3},$$

немесе жалпы түрде

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F}{\Delta l}.$$

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F}{\Delta l}$  шамасы материалдардың деформациялық қасиеттерінің маңызды сипаттамасы болып табылады. Ол үлкен болған сайын материалдардың деформацияға кедергісі де үлкен болады. Ағылшын ғалымы Т. Юнг бұл шаманы *иілгіштік модулі* (көрсеткіші) деп атады. Оны көбінесе *деформация модулі* деп атайды. Аталған шаманы  $E$  әрпімен белгілейді:

$$E = \frac{F}{\Delta l}.$$

Түрлі материалдардың иілгіштік (деформация) модульдерін зертханалық сынақтар арқылы анықтауға болады.

Мысалы, болат үшін  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа =  $2 \cdot 10^4$  кН/см<sup>2</sup>, шойын үшін орташа  $E = 1,2 \cdot 10^4$  кН/см<sup>2</sup>, ағаш үшін  $E = X \cdot 10^3$  кН/см<sup>2</sup>, яғни болаттың деформацияға кедергісі шойынға қарағанда 2 есе, ағашқа қарағанда 20 есе артық. Тәжірибе тұжырым жасауға мүмкіндік береді: *иілгіштік модулі үлкен болған сайын дененің (өзектің) деформациясы да азырақ және керісінше*, яғни көрсетілген шамалар арасында кері пропорционал тәуелділік байқалады.

Әдетте материалдарды белгілі өлшемдер мен пішіндердегі қысқа өзектер түрінде сынайды, сондықтан біз жалпы жағдайда «дене» сөзінің орнына «өзек» терминін жиірек пайдаланамыз.

~~Сипатталған тәжірибелердің нәтижелерін қорыта отырып, тұжырым жасауға болады:  $\Delta l$  өзегін ұзарту  $F$  қолданылатын күшке және  $l$  өзегі ұзындығына тікелей пропорционал, оның  $E$  иілгіштік модуліне және  $A$  көлденең қимасына кері пропорционал. Бұл тәуелділікті Гуктың математикалық жазбасы болып табылатын формуламен көрсетуге болады:~~

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA}. \quad (2.1)$$

Көбінесе формуланың түрі өзгертілген жазбасын қолданады (2.1). Егер қатысты ұзару түсінігін  $\varepsilon = \Delta l / l$  енгізсек, формула (2.1) келесі түрге ие болады

$$\epsilon = \frac{F}{EA}. \quad (2.2)$$

Екі формулаға да кіретін  $EA$  туындысы дене қасиетінің қорытылған көрсеткіші болып саналады және *қима қатаңдығы* деп атайды. Кейде аталған көрсеткішті  $B$  әрпімен белгілейді. Бұл жағдайда Гук заңы келесі түрде жазылады

$$\epsilon = \frac{F}{B}. \quad (2.3)$$

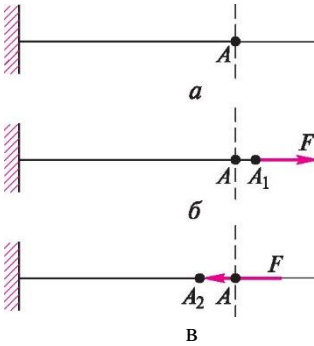
Көптеген нақты материалдар Гук заңына мүлде бағынбайды, себебі оларда тек иілгіш емес пластикалық деформациялар, яғни орнына келмейтін, жүктемені алу кезінде жоғалмайтын деформациялар орын алады. Көбінесе материалдар жүктеменің белгілі мәніне дейін иілгіштік қасиеттерін танытады, бірақ кейбірі бұзылатын сәтінә дейін иілгіш қалыпта болады. Абсолюттік иілгіш дене модулінде беріктік мәселесі ескерілмейді, яғни иілгіштік қасиеті жүктеменің кез келген шамасында пайда болады деп саналады. Сондықтан осы тараудағы міндеттерді шеше отырып, денелердің немесе құралымдардың беріктігін қарастырмаймыз (қатты дене механикасында сияқты), бұл есептеулерді едәуір жеңілдетеді.

### 2.1.3. Созылу және иілу деформациялары. Орын ауыстырулар және бұрылыс бұрыштары

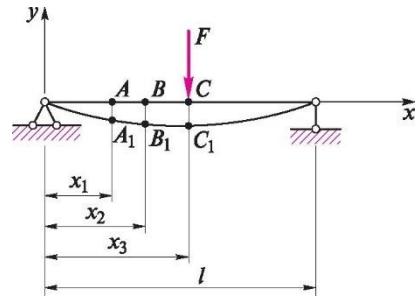
«Деформациялары», «орын ауыстырулар» және «бұрылыс бұрыштары» түсініктері (соңғылары туралы бұдан әрі айтылады) синонимдік ұғымдар, бірақ әрқайсысының спецификалық мағыналары бар. *Деформация* түсінігі 2.1.1-бөлімінде көрсетілгендей әдетте сыртқы күштердің әсерінен дене өлшемі мен пішінінің өзгеруін білдіреді.

Деформация нәтижесінде денелер ұзаруды, қысқаруды, иілуді бастан кешуі мүмкін. Мұндай деформацияларды тиісінше ұзару, қысылу, иілу деформациялары деп атайды. Деформацияның осы және басқа да кең таралған түрлері туралы 3-тарауда айтылады.

Кез келген деформация кезінде дененің әртүрлі нүктелері өздерінің қалпын, дәлірек айтқанда өз координаттарын өзгертеді. Мысалға, өзектің шеткі  $A$  нүктесі (2.6-сурет а)  $F$  созу күшінің әсерінен  $A_1$  қалпына жылжиды (2.6-сурет, б). Нүктенің бастапқы қалпынан соңғы қалыпқа ауысу кезіндегі арақашықтықты *орын ауыстыру* деп атайды. Қарастырылатын жағдайда  $AA_1$  кесіндісі  $A$  нүктесінің  $X$  өсі бойымен орын ауыстыру болып табылады.



2.6-сурет. Өзектің шеткі нүктесінің күшті салғанға дейінгі (а), созу кезіндегі (б) және қысу кезіндегі (в) күйі



2.7-сурет. Балка нүктелерінің иілу кезіндегі орын ауыстыруы

Кейде оны нүктенің желілік орын ауыстыруы деп атайды, бірақ біз бұ нақтылауды қолданбаймыз.  $F$  күшінің әсерінен қысу барысында өзектің қысқаруы кезінде  $A$  нүктесі  $A_2$  нүктесіне ауысады, яғни оның орын ауыстыруы  $AA_2$  кесіндісі болып табылады (2.6-сурет, в).

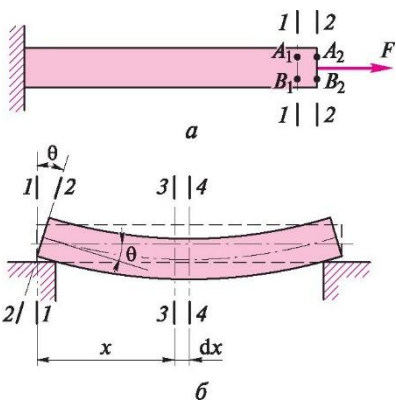
Балканың иілуі кезінде (2.7-сурет)  $A$ ,  $B$  және  $C$  нүктелерінің орын ауыстыруы тиісінше  $AA_1$ ,  $BB_1$  және  $CC_1$  қашықтықтары болып табылады, бұл координаттардың басынан  $x_1$   $x_2$  және  $x_3$  қашықтықтарындағы нүктелердің  $y$  координаттарының өзгеруін білдіреді. Жалпы түрде бұл ауысуларды  $y(x)$  белгілеу қабылданған. Балка нүктелерінің тік орын ауыстыруын оның бүгілуі деп атайды.

Созу немесе қысу кезінде дінгек түзу сызықты болып қалады, оның барлық қималары бір-біріне параллель орын ауыстырады. 1-1 қимасы 2-2 қалыпқа ауысады, бұл ретте барлық қима нүктелері, мысалға  $A$  және  $B$  бірдей орын ауыстырады:  $A_1A_2 = B_1B_2$  (2.8-сурет, а).

Сондықтан дінгектің деформациясын оның ұшының ұзаруымен немесе жылжуымен сипаттауға толық болады.

Иілу кезінде тік орын ауыстырудан басқа көптеген қималардың бұрылыстары да байқалады. Мысалға, сол жақ тіректе 1-1 қимасы 2-2 қалпына ауысады, яғни  $\theta$  (тета) грек әрпімен белгіленетін бұрышқа бұрылады (2.8-сурет, б). бұл әріпті көлденең күшті белгілеуге арналған  $Q$  әрпімен шатастыруға болмайды.

$\theta$  бұрылыс бұрышы деформацияланбаған дінгектің өсі және қисайған өсіне қатысты бұрышқа тең. Теориялық көзқарас тұрғысында орын ауыстыру мен бұрылыс бұрышы бірдей маңызды, бірақ іс жүзінде



2.8-сурет. Созу (а) және иілу (б) кезіндегі қималардың орын

орын ауыстыру көбірек қызығушылық туғызады, себебі қатандықты есептеу көбіне сонымен байланысты.

Орын ауыстыру ұзындық бірліктерімен (әдетте сантиметрлермен немесе миллиметрлермен), ал бұрылыс бұрыштары — радиандармен өлшенеді.

Орын ауыстырулар мен бұрылыс бұрыштары тәжірибелік (сараптамалық) жолмен табылуы мүмкін, яғни әрбір нақты жағдайда өлшеу жолымен анықталады, бұл едәуір күрделі және қымбат болып табылады. Дененің абсолюттік иілгіштігі негізінде қабылданған моделі оларды математикалық формулалардың көмегімен анықтауға мүмкіндік береді. Деформацияның кейбір түрлеріне арналған орын ауыстырулар мен бұрылыс бұрыштары формулаларын қарастырайық.

**Созылған және сығылған өзектердегі орын ауыстыруларды анықтау.** Бұған дейін айтыпғандай, осьтік созу мен сығу барысында, яғни күштер тіреудің (өзектің) осі бойынша әрекет еткенде, оның тілігі бұрылмайды, сондықтан тек орын ауыстыруды ғана іздеуге тура келеді. Өзектің ұшының шама бойынша орын ауыстыруы оның толық ұзындығымен сәйкес келеді (физикалық түрғыдан алып қарасақ, орын ауыстыру мен қзару бірдей болмаса да) және Гук заңының формуласы арқылы тауып алуға болады (2.6 суретті қара):

$$AA_1 = \Delta l = \frac{Fl}{EA},$$

мұндағы  $EA$  — тіліктің түзулігі (2.1.2 бөліністі қара).

Гук заңы орын ауыстыруды тек өзектің ұшының ғана емес, оның кез-келген нүктесінен де табуға мүмкіндік береді. Ол үшін Гуктың формуласына  $l$  өзектің орнына осы нүктеге дейінгі ара қашықтықты енгізеді.

Балқадағы орын ауыстырулар мен бұрылыс бұрыштарын анықтау. Ортадан керілген және сығылған элементтер үшін жарамды Гук заңы балқадағы майысулар мен бұрылыс бұрыштарын анықтауға мүмкіндік бермейді.

Сур. 2.9. Деформацияға (майысуға) дейінгі (а) және кейінгі (б) элементарлық учаске

Илетін элементтерде, оның ішінде балкаларда да орын ауыстырулар мен бұрылыс бұрыштарын табу үшін дифференциалдық тәуілділікке, болмаса энергетикалық теорияға негізделген мүлдем басқа амалдар ойластырылған. Оның біріншісі балкалар үшін, екіншісі — одан гөрі күрделі денелер, мысалы, кәсектер үшін қолданылады.

Деформациясын ұзындықпен сипаттауға болатын кейбір керілетін немесе сығылатын элементтерге қарағанда, майысатын элементтердің деформациясы олардың осінің қисаюымен сипатталады. Өзірге кәдімгі балканың деформациясын қарастырумен шектеліік. (2.8 сурет),оның бүгілуін қисаю радиусы арқылы сипаттауға болады (сур. 2.9). Осыдан келіп, математикалық қорытындыларды қоя тұрып, балканың (немесе оның бейтарап қабатының) қисықтығының осінің радиусын мына формула бойынша анықтауға болады дей аламыз:

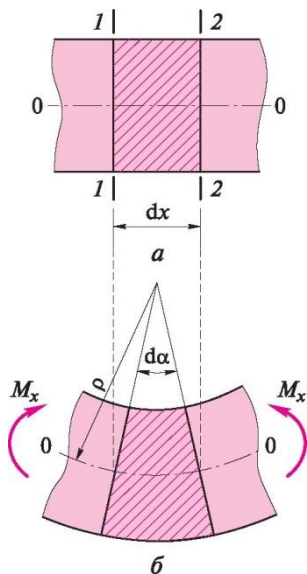
$$\rho = \frac{EJ}{M_x}, \quad (2.4)$$

Мұндағы  $E$  — балка материалына тәуелді және материалдың созуға және сығуға, (2.1.2 бөліністі қара)сондай-ақ майысуға қарсылығын сипаттайтын иілгіштік модулі;  $J$  — майысудың тілігіне қарсылықтың геометриялық факторы болып табылатын, қарастырылатын балка тілігінің инерция моменті (1.8 бөліністі қара);  $M_x$  — қарастырылатын балканың ұшынан  $x$  арақашықтықтағы тілігіндегі майысу моменті.

Гук заңы формуласынан көріп отырғанымыздай, созылуға немесе сығылуға қарсылық  $A$  тілік ауданына тәуелді (2.1), ал майысуға қарсылық  $J$  инерция моментіне тәуелді. Бұл жерде  $A$  мен  $J$  арасында белгілі бір ұқсастық бар.

Есептеулерде көп жағдайда қисықтық радиусына кері және қисықтық деп аталатын  $1/\rho$  шамасы қолданылады. Бұл жағдайда формула (2.4) мына түрде болады

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EJ}. \quad (2.5)$$



Өзектің салыстырмалы ұзаруы (қысқаруы) (2.2) мен балканың қисықтығы (2.5) формуласы құрылымы бойынша ұқсас. Оны анығырақ көру үшін, оларды тағы бір рет келтіре кетейік:

$$\varepsilon = \frac{F}{EA} \text{ и } \frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EJ}.$$

Мұндағы  $F$  мен  $M_x$  — күштік факторлар (тиісінше күш пен момент);  $E$  — иілгіштік модулі (екі формулада да бірдей);  $A$  мен  $J$  — созуға (сығуға) және майысуға қарсылықты сипаттайтын геометриялық факторлар.

$EA$  және  $EJ$  туындыларын тиісінше өзек тілігіні нақтылығы немесе жай ғана өзектің (созу кезіндегі) нақтылығы және балканың (майысу кезіндегі) нақтылығы деп атайды.

Қарапайым геометриялық фигураларға арналған  $A$  және  $J$  мәндері II қосымшада, ал прокаттың қарапайым профильдері үшін — I қосымшада көрсетілген. Қарапайым геометриялық фигуралардан немесе прокат профильдерінен тұратын күрделі фигуралар үшін 1.8 бөліністе көрсетілген әдістемені қолдануға болады.

Техникалық есептеулерде балканың деформациясын бағалау үшін қисықтықты қолдану ыңғайлы бола бермейді, өйткені оны көзге елестету қиындық тудырады. Сондықтан да, деформативтілік деңгейін бағалау үшін негізінен балканың қисаюын (орын ауыстыруын), кейде – бұрылыс бұрышын қолданады. Қисаю мен бұрылыс бұрыштарын анықтаудың бірқатар тәсілдерін қарастырайық.

**Аналитикалық тәсіл.** Бұл тәсіл дифференциалдық тәуелділікті қолдануға негізделген. Біз 1-тарауда  $q$  таратылған жүктеме,  $Q_x$  көлденең күш және  $M_x$  майыстыру моменті арасындағы тәуелділіктер жайында айтып өткенбіз.

$$\frac{dM_x}{dx} = Q_x; \quad \frac{dQ_x}{dx} = -q.$$

$M_x$  майыстыру моменті, углом поворота  $\theta$  бұрылыс бұрышын мен  $u$  балканың қисаюы арасында да осындай дифференциалдық тәуелділік бар.

Балка ұзындығы бойымен тілік бұрылысы бұрышының өзгеруін теңдеу  $\theta(x)$  – жалпы түрде  $y(x)$  деп белгіленетін балканың майысқан осінің ең бастапқы туындысы болып табылады:

$$\frac{dy}{dx} = \theta. \tag{2.6}$$

Балка ұзындығы бойымен майысу моменті  $M_x$  өзгерісінің теңдігі оның  $EJ$  нақтылығын есепке алғанда бұрылысы бұрышының өзгеруін теңдеуінің  $\theta(x)$  бастапқы және балканың иілген осінің  $y(x)$  теңдеуінің екінші туындысы болып табылады:



$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{M_x}{EJ}. \quad (2.7)$$

Осылайша, көлденең күш пен таратылған жүктеме балканың иілген осі теңдеуінің тиісінше үшінші және төртінші туындылары болып табылады.

Практикалық есептеулерде көп жағдайларды кері есептерді шығаруға тура келеді, атап айтсақ: бәрімізге белгілі  $M_x$  өзгеріс теңдеуі ( $M_x$  эпюрасы) кезіндегі балканың иілген осінің теңдеуін табу (ал одан майысуды табу қиындық тудырмайды). Мұндай есеп кіркітіру (интеграциялау) жолымен шешіледі, яғни иілген осьтің  $y(x)$  теңдеуін табу үшін  $M_x$  өзгеріс теңдеуін екі рет кіркітіру (интеграциялау) қажет. Бірінші кіркітіруден кейін бұрылыс бұрышының теңдеуін аламыз

$$\theta(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{EJ} \left( \int M_x dx + C \right), \quad (2.8)$$

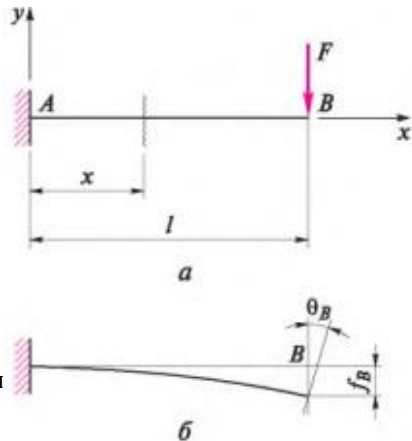
Ал екіншіден кейін — балканың иілген осінің теңдеуі шығады.

$$y(x) = \frac{1}{EJ} \left[ \int \left( \int M_x dx + C \right) dx + D \right].$$

Бұл теңдеулерге анықталу тәртібі нақты мысалдармен көрсетілетін  $C$  және  $D$  тұрақтылары кіреді.

Үш ең қарапайым оқиғалар мысалында жалпы түрдегі, яғни сандық мәнін анықтамастан майысулар мен бұрылыс бұрыштарын табу тәртібін қарастырайық.

2.1-мысал. *AB консолындағы B нүктесінің бұрылыс бұрышы мен майысуын анықтайық*, оның бос ұшына *F* жинақталған күші әсер етеді (2.10 сурет). Консолдің ұшуы  $l$ , нақтылығы  $EJ$ .



2.10 сурет. 2.1 мысалға:  $a$  — консолдің деформацияға дейінгі схемасы;  $b$  — консолдың деформациядан кейінгі схемасы

$f_B$  қисығы у осіне қарама-қарсы бағытта жүзеге асырылғандықтан,  $u_B$  үшін «минус» белгісі пайда болды. Белгілер математика үшін маңызды болса, техникалық есептеулерде 0 және  $f$  абсолюттік мәндері маңыздырақ.

**Шешім.** А нүктесіндегі координаттың басын таңдап аламыз, осы терді дәстүрлі түрде бағыттаймыз. Әдетте,  $M_x$  мәнін бос жақ ұштағы консолді қарастырып табады, алайда біздің жағдайымызда мұны бітеу жер арқылы жасаған жөн, әйтпесе интеграция барысында шешім табу қиындап кетеді. Координаттың басынан X ара қашықтықта орналасқан балка тілігіндегі иілгіш моменті

$$M_x = -F(l - x).$$

$EJy'' = M_x$  екенін есте ұстай отырып,  $M_x$  арналған мәнді екі рет интеграциялаймыз

$$EJ\theta = EJy' = \int (-F(l - x)) dx = -F \left( lx - \frac{x^2}{2} \right) + C; \quad (a)$$

$$EJy = \int \left[ -F \left( lx - \frac{x^2}{2} \right) + C \right] dx = -F \left( \frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) + Cx + D. \quad (b)$$

Қатты бітеу жерде, яғни А нүктесінде, бұрылыс бұрышы мен майысу нөлге тең, яғни  $x = 0, y' = 0$  және  $y = 0$  жағдайында екені айдан анық. (a) және (b) теңдеулерін нөлге теңестіреміз де,  $C$  және  $D$  мәндерін табамыз. Таңдап алынған жүйе бойынша координат  $C = 0$  және  $D = 0$ .

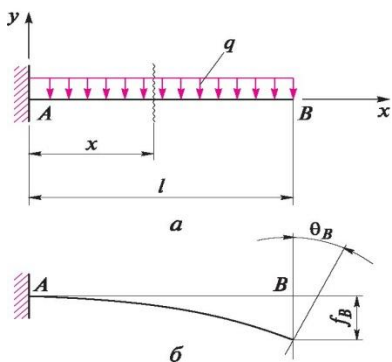
0 бұрылыс бұрышы мен  $y$  қисаюын В нүктесінде ( $x = l$  жағдайында), яғни олар барынша үлкен мәнге ие болатын жерде анықтаймыз:

$$\theta_B = -\frac{1}{EJ} F \left( l^2 - \frac{l^2}{2} \right) = -\frac{Fl^2}{2EJ};$$

$$y_B = f_B = -\frac{1}{EJ} F \left( \frac{l^3}{2} - \frac{l^3}{6} \right) = -\frac{Fl^3}{3EJ}.$$

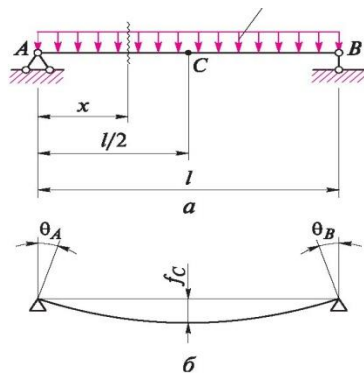
**Мысал 2.2.** Біркелкі бөлінген жүктеме  $q$  әрекет ететін конструкторлық Аның В нүктесінде айналу және бұру бұрышын анықтаңыз (2.11-сурет).

**Шешім.** Кез келген секциядағы  $M_x$ , бұл жердегі  $\frac{d^2y}{dx^2} = M_x$ ;  $M_x = -q(l - x)^2/2$  формуласымен анықталады. 0 және  $y$  табу үшін,  $M_x$  теңдеуін екі еселенген интегралдау керек, бұл  $EJ$  бүгілетін сәтте екі рет біріктірілген.



2.11. – сурет 2.2 мысалы:

*a* — консольдің деформациялану сызбасы; *б* — консольдің



2.12. – сурет 2.3 мысалы:

*a* — аркалықтың деформациялану сызбасы; *б* — аркалықтың

$$EJ\theta = EJy' = \int \left( -q \frac{(l-x)^2}{2} \right) dx = -\frac{q}{2} \left( l^2x - lx^2 + \frac{x^3}{3} \right) + C;$$

$$EJy = \int \left[ -\frac{q}{2} \left( l^2x - lx^2 + \frac{x^3}{3} \right) + C \right] dx = \frac{q}{2} \left( \frac{l^2x^2}{2} - \frac{lx^3}{3} + \frac{x^4}{12} \right) + Cx + D.$$

Басындағы координаттардың тандалған күйінде (A нүктесінде) C және D интегралдың тұрақты мәндері нөлге тең.

B нүктесінде бұрылу бұрышы және дефлекторияны табамыз, яғни,  $x = l$  үшін:

$$\theta_B = -\frac{q}{2EJ} \left( l^3 - l^3 + \frac{l^3}{3} \right) = -\frac{ql^3}{6EJ};$$

$$y_B = f_B = -\frac{q}{2EJ} \left( \frac{l^4}{2} - \frac{l^4}{3} + \frac{l^4}{12} \right) = -\frac{ql^4}{8EJ}.$$

**Мысал 2.3.** Біркелкі үлестірілген жүктеме  $q$  әрекет ететін аркалық C нүктесінде айналу бұрышы мен дефлекцияны табыңыз (2.12-сурет).

**Шешім.** Аркалық қимасының A-дегі қашықтықта орналасқан қимадағы иілу сәті формула бойынша анықталады

$$M_x = \frac{ql}{2}x - \frac{qx^2}{2} = \frac{q}{2}(lx - x^2).$$

$$EJ \frac{d^2y}{dx^2} = M_x$$

екенін есте сақтай отырып, жоғарыдағы теңдеуді екі рет интеграциялаймыз.

Әлбетте, А және В тіректерінде дефлексия нөлге тең. (6) өрнегіндегі  $x = 0$  дегенді және оны нөлге теңестіру үшін  $D = 0$  аламыз.

Айналдыру бұрышы тіректерге емес, ал сәуленің ортасында нөлге тең.  $X = 1/2$  өрнегін (а) өрнектеп, оны нөлге теңестіру үшін аламыз

В тірегінде, яғни  $x = l$  тең жағдайда,

Ең үлкен бүгілуді анықтаңыз. Бұл жағдайда ол С нүктесінде болады, яғни  $x = l/2$  кезінде:

Бұл жағдайда белгілердің келесі ережесі қабылданады: егер дефлексия у осінің бағытымен сәйкес келсе, онда дефлекторлық маңызы плюс белгіге

$$\int EJ\theta = EJy' = \int \frac{q}{2}(lx - x^2) dx = \frac{q}{2} \left( \frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) + C; \quad (a)$$

$$\int EJy = \frac{q}{2} \int \left[ \left( \frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) + C \right] dx = \frac{q}{2} \left( \frac{lx^3}{6} - \frac{x^4}{12} \right) + Cx + D. \quad (b)$$

$$\frac{q}{2} \left( \frac{11^2}{2 \cdot 4} - \frac{l^3}{3 \cdot 8} \right) + C = 0,$$

$$C = -\frac{ql^3}{24}.$$

$$\theta_A = -\frac{ql^3}{24EJ},$$

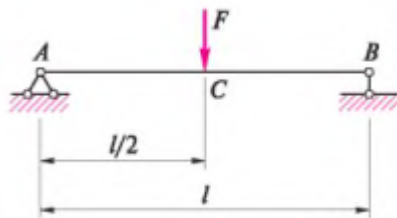
$$\theta_B = \frac{ql^3}{24EJ}.$$

Осы жердегі

А тірегіндегі бұрылу бұрышы, яғни  $\alpha = 0$ ,

$$\begin{aligned} y_C = f_C &= \frac{q}{2EJ} \left( \frac{11^3}{6 \cdot 8} - \frac{l^4}{12 \cdot 16} \right) - \frac{ql^3 l}{2 \cdot 24} = \\ &= \frac{ql^4}{2 \cdot 24EJ} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{8} - 1 \right) = -\frac{5ql^4}{384EJ}. \end{aligned}$$

2.13 Сурет. 2.1 есепке



**Графоаналитикалық әдіс.**

Бұрын қаралған аналитикалық әдіс пучтың кезкелесі бөлігіндегі айналу бұрышын анықтауға мүмкіндік береді. Мәселенің жай-күйі бойынша бір нүктеде пропорционалды табу қажет болғанда,  $y$ ,  $Mx$  және  $q$  арасындағы дифференциалдық тәуелділіктерге негізделген графоаналитикалық әдіс бойынша қарапайым шешім беріледі, атап айтқанда:

$$\frac{q^2 y}{dx^2} = \frac{M_x}{EJ} \quad \text{и} \quad \frac{q^2 M_x}{dx^2} = q$$

$Q$  мәнін біле тұра  $M_x$  нүктесін арқалықтың кез келген бөлігінде табуға болады. Осындай есептеулер 1 бөлімде шешілген. Егер, арқалықты  $M_x$  Эпюр заңына сәйкес үлкен күш әсеріне тигізсе және оны  $q$  күші ретінде қарастырса, оны кез келген  $M_\phi$  арқалығында табуға болады. Ол белгілі бір нүктеде дефлекторға сандық түрде тең болады. Осылайша, сіз бұрылыс бұрышын таба аласыз. Бұл тәсілде бір ерекшелігі бар: жалған пучок үшін тіректер әрқашан бірдей емес. Мысалы, нағыз пучтың бос аяқталуы жалған шоқтың қатаң мөрі болып саналады және керісінше. 2.1-2.3 мысалдарында көрсетілген графикалық-аналитикалық тәсілмен консольдер мен сәулелердің ауытқуларын анықтаңыз. Айналу бұрыштары табылмайды.

2.4. **Мысал.** 2.1 есебінің шартына сәйкес, консольдің В нүктесіндегі бүгілуді табу (2.14, а – сурет).

**Шешім.**  $M_x$  эпюрын құрастырамыз (2.14, б сурет).

$M_x$  диаграммасының заңына сәйкес өзгеретін күпірлік жүктемені анықтайтын нақты жалған консольді ауыстырамыз (2.14-сурет, с). Біз В нүктесінде сәйкес емес жерді көреміз:

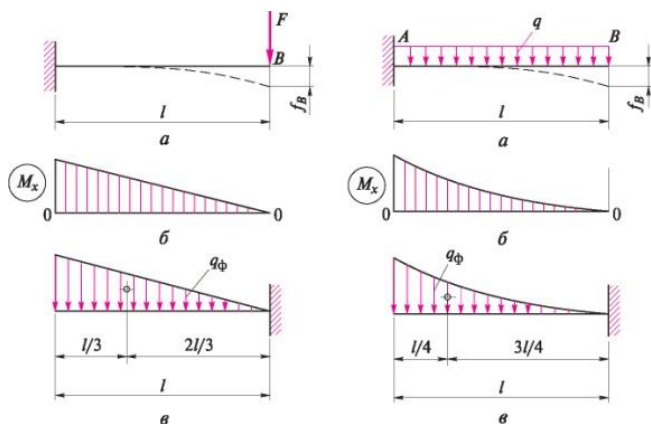
$$\frac{M_B^\phi}{EJ} = f_B = \frac{1}{EJ} \frac{1}{2} F l \frac{2}{3} l = \frac{F l^3}{3EJ},$$

$1/2 F l$  — эпюрдың ауданы  $M_x$ ;  $2/3 l$  — В нүктесінен бастап қашықтығы

$M_x$  диаграммасының ауырлық орталығы (VIII қосымшаның 2 тармағын қараңыз). Жауабы 2.1 мысалының жауабымен бірдей, тек минус таңбасы көрсетілмеген. Себебі балканың иіліп кететіні анық.

**Жауап** 2.1-мысалдағы жауаппен бірдей. Мұнда минус белгісі жоқ, себебі бұл сәуле төменге қарай иіле бастайды.

Мысал 2.5. Мысал 2.2 жағдайында консольдің В нүктесіндегі иіледі табыңыз (2.15-сурет, а).



2.14.- суреті 2.4 мысалына :  
а - консольге F күшінің әсері; б -  
M<sub>x</sub> нақты күшінің эпюры; в -  
жалған күштің консолі, оның  
эпюры M<sub>x</sub> ауданына тең

2.15. – суреті 2.5 мысалына  
а - q бөлінген жүктеме консолінің  
әрекет ету сызбасы; б - жалған  
жүктемеден M<sub>x</sub> эпюры; в - M<sub>x</sub>  
эпюр заңы бойынша өзгеретін

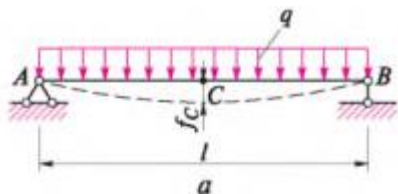
**Шешім.** M<sub>x</sub> диаграммасын құрастырамыз (Сурет 2.15, б). Біз жалған жүктеме M<sub>x</sub> диаграммасының заңына сәйкес әрекет ететін нақты жалған консольді ауыстырамыз (2.15-сурет, с). Біз В нүктесінде сәйкес емес жерді көреміз:

$$\frac{\bar{M}_B^\Phi}{EJ} = f_B = \frac{1}{EJ} \frac{1}{3} l \frac{ql^2}{2} \frac{3}{4} l = \frac{ql^4}{8EJ},$$

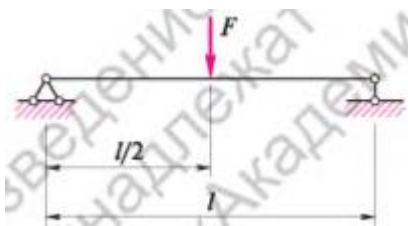
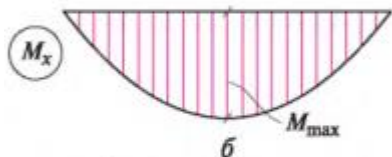
Бұл жерде  $\frac{1}{3} l \frac{ql^2}{2}$  - эпюр ауданы M<sub>x</sub> (3 қосымшаның 6 тармағын қараңыз);  $\frac{3}{4} l$  - В нүктесінен M<sub>x</sub> диаграммасының ауырлық орталығына дейінгі қашықтық (VIII қосымшаның 3 тармағын қараңыз).

Жауап 2.2-мысалдағы жауаппен бірдей. Белгі туралы ескерту 2.5-мысалдағыдай.

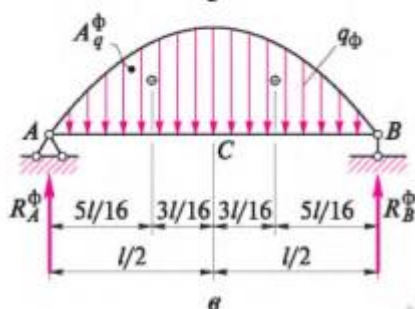
Мысал 2.6. Мысал 2.3 жағдайында, шоктың С нүктесінде бұруды табыңыз (Сурет 2.16, а).



2.16 сурет 2.6 мысалына  
 а -  $q$  жүктемесінің консольге бөлінген  
 әрекетінің сызбасы; б - нақты  
 жүктеменің  $M_x$  эпюры; в -  $M_x$  эпюр



2.17 сурет 2.2 мысалына



**Шешім.**  $M_x$ (2.16. б сурет) эпюрасын құрастырамыз, ол жердегі  $M_{max} = ql^2/8$  (4 қосымшаның тармағын қараңыз). Нақты арқалықты жалған арқалыққа ауыстырамыз, оған  $q^{\wedge}$  жалған жүктемесі әсер етеді? Ол өз кезегінде  $M_x$  эпюр заңымен, яғни параболамен өзгереді.

$R_A^{\phi}$  жалған тірек реакциясы, параболамен шектелген  $A_q^{\phi}$  фигурасы ауданының жартысына тең (8 қосымшаның 4 тармағын қараңыз).

$$R_A^{\phi} = A_q^{\phi} / 2 = \frac{2lq_{\phi}}{3 \cdot 2} = \frac{lq_{\phi}}{3 \cdot 8} = \frac{ql^3}{24}.$$

С нүктесіндегі жалған нүкте (2.16 суретін қараңыз)

$$M_C^{\phi} = R_A^{\phi} \frac{l}{2} - \frac{A_q^{\phi}}{2} \frac{3l}{16} = \frac{ql^3 l}{24 \cdot 2} - \frac{ql^3}{24} \frac{3l}{16} = \frac{ql^4}{48} - \frac{ql^4}{128} = \frac{5ql^4}{384}.$$

Осыдан

$$f_c = \frac{1}{EJ} M_C^{\phi} = \frac{5ql^4}{384EJ}.$$

Бұл нәтиже 2.3-мысалдың жауабымен сәйкес келеді және IV қосымшаның 2-тармағында берілген.



**2.2 Есеп.** Сызбаның күріштің С нүктесінде бұрылуын графоаналитикалық әдіспен анықтаңыз, оның сызбасы күріш. 2.17. Жауапты IV қосымшаның 1-тармағындағы деректермен салыстырыңыз.

**Кестелік әдіс.** Мұндай әдіс дефлекторларын анықтау теориясының көзқарасы тұрғысынан жоқ, бірақ іс жүзінде тиісті кестелерге әкелетін дайын формулаларды өте жиі пайдаланады.

Жалпы таралған арқалық пен жүктеме сызбаларындағы, бұрылудың бұрыштары мен иілуін табуға көмектесетін формулалар IV қосымшасында берілген. Олар бұрын қаралған есептерді пайдалана отырып алынған. Бізге  $u$  және  $\theta$ -ді жүктің ең түрлі түрлеріне анықтауға мүмкіндік беретін формулалар бар.

## БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ

1. Өте қатты дене үлгісі мен мүлдем серпімді дене үлгісі арасындағы айырмашылық қандай?
2. Гук заңының математикалық жазылуын көрсетіңіз.
3. Түзу жолақты тарту кезіндегі ұзаруы неге тәуелді?
4. «Деформация», «орын ауыстыру», «айналу бұрышы» ұғымдарының анықтамаларын беріңіз.
5. Жүктемелердің арасындағы дифференциалдық тәуелділіктері,  $Q_x$  көлденең күштері,  $M_x$  сәттері, айналу бұрыштары және сәуленің бұрыштары қандай?

## 2.2 СТАТИКАЛЫ ТҮРДЕ ОРЫН АУЫСТЫРУДЫ АНЫҚТАЙТЫН ТӘЖІРИБЕЛІК ТАПСЫРМАЛАР.

Барлық орын ауыстыру түрлерінің статикалық түрде анықталатын білік жүйелеріндегі жүйелерді қарастырайық,

1. Қарапайым кронштейн;
2. Тығыздығы жоғары дөңгекті ұстайтын тіреуіштер мен аспалар.
3. Қарапайым діңгектер мен консольдер;

- қарапайым жақтаулар.

Аталғанның барлығы 1 бөлімде қаралған, дегенмен бөлімде  $M_x$ ,  $Q_x$  және  $N_x$  ішкі күштері қарастырылды. Бұл жерде қажетті нүктелердегі деформацияларды (орын ауыстыруларды) қарастыратын боламыз.

## 1. ҚАРАПАЙЫМ КРОНШТЕЙНДЕРДЕГІ ДЕФОРМАЦИЯ

Есептеуді келесі ретпен жүзеге асырады

1. Күштердің немесе реакциялардың көмегімен қосылыстарды алып тастап, олардың әрекетін ауыстыра отырып, өте қатты дене статикасының тепе-теңдік теңдеуін құрастырыңыз. Аталған шешімнің бұл бөлігі проблеманың статикалық жағын білдіреді. Деформацияланған жүйенің сызбасы негізінде және теңдеу теңдеулерінің шешімін § 1-де ескере отырып, қарапайым жүйелерде жасау қиын емес. Геометрия формулалары негізінде жүйенің шыбықтарын ұзарту немесе қысқаруының арасындағы өзара қатынасты орнатыңыз.

Бұл жағдайда барлық біліктер бір-бірімен деформациялануы керек, мысалы, Е. бөлінбеген. Дөңгелектер деформацияларының арасындағы байланысты анықтау - бұл есептің *геометриялық жағы* болып табылады. Мұндай қарым-қатынас деформациялардың қосындысының теңдеуі деп аталады.

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA}$$

3. Гук заңының формуласын қолданыңыз, мұнда  $\Delta l$  - көбінесе метрлермен немесе миллиметрлермен өлшенетін сантиметрмен ұзартылған немесе қысқашты;  $N$  - 1-тармақта, кН немесе МН-да табылған штангаға күш;  $l$  - ұзындығы см, мм немесе мм;  $E$  - икемділік коэффициенті (деформация)  $E = 2 \cdot 10^4 \text{ кН} / \text{см}^2 = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ;  $A$  - штанганың көлденең қимасы, см<sup>2</sup>.

Келесі мысалдар мен проблемалар қарапайым геометриялық пішіндер мен жылжымалы профильдерді қарастырады. Аумақтарды немесе аяқталған мәндерді анықтауға арналған формулалар тиісінше II және I қосымшаларда берілген.

Қозғалысты сипаттайтын есептің жағы *физикалық* деп аталады.

**Мысал 2.7.** АВ жобасының ұзартылуын анықтаңыз және кронштейннің А нүктесінің тігінен жылжығанын анықтаңыз ( $F = 10 \text{ кН}$  күші, кронштейннің  $\alpha = 200$  см, ағыны бұрышы 45 градус, қозғалыстың көлденең қимасы - 2 см-ге тең, тартқыш материал болат ( $E = 2 \cdot 10^4 \text{ кН} / \text{см}^2$ )). Ол қатаң деп есептеледі және оның деформациясы ескерілмейді.

Шешім

*Есептің статикалық жағы*. Басқа байланыстарды алып тастап статика тепе-теңдігі теңдеуін құраймыз (2.18, б сурет):

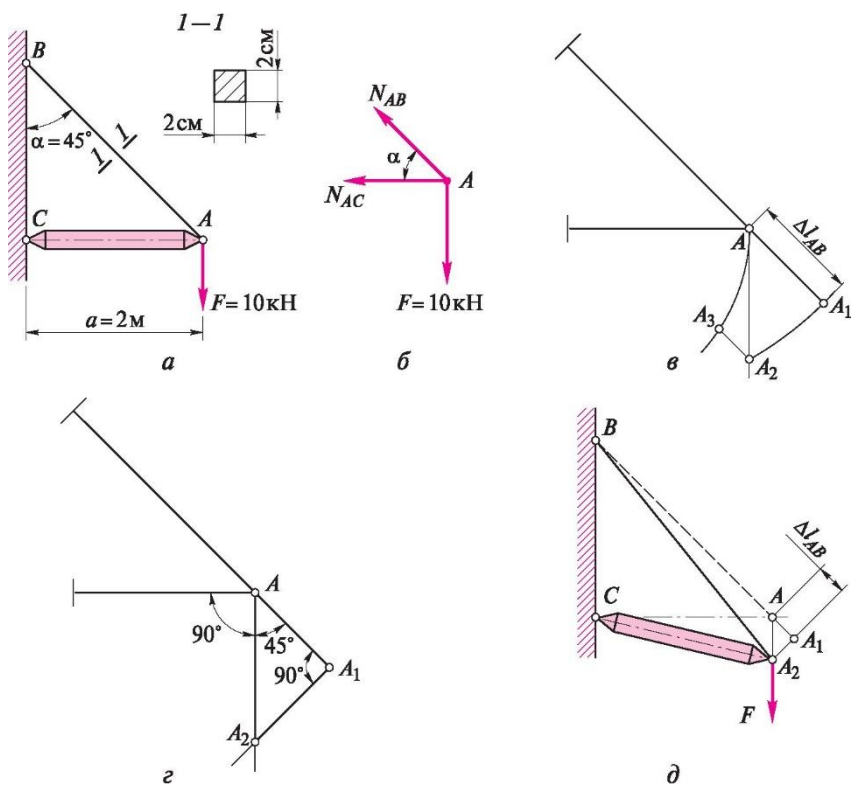
$$\sum X = -N_{AB} \cos 45^\circ - N_{AC} = 0;$$

$$\sum Y = -F + N_{AB} \cos 45^\circ = 0.$$

Келесі теңдеуден табамыз

$$N_{AB} = \frac{F}{\cos 45^\circ} = \frac{10}{0,707} = 14,1 \text{ кН.}$$

Бірінші теңдеу арқылы  $N_{ac}$  табуға болады. Есептің шарты бойынша АС тіргенің қысқаруын табу қажет емес, дегенмен оны оның материалы мен кесуі белгілі болса, табуға болады.



2.18 – суреті 2.7 мысалы:

*a* — кронштейннің артқы жағы; *б* — А кронштейні торабындағы күштер; *в, г* — А нүктесінің орын ауыстыруының нақты және қарапайымдырылған сызбасы; *д* — кронштейннің жиын ішіндегі орын ауыстыру сызбасы.

*Есептің геометриялық жағы.* Егер AC тірегі болмаған жағдайда, АВ-ны ұзарту барысында А нүктесі А1 (2.18 сурет) қалпына келер еді, бірақ шартпен белгіленген тірек тығыз болғандықтан, ол мүмкін емес. шекті нүктелермен сипатталған доғаларды ескере отыра, А нүктесі А3-ге көшу керек. Дегенмен, А нүктесінің жаңа позициясын табу үшін доғаларды қарау мәселені шешуге кедергі келтіреді, сондықтан мұндай жағдайда доғалар перпендикулярларға перпендикулярлармен қозғалыстың осіне ауыстырылады (2.18-сурет, d). А нүктесін А2 ұстанымы алады. Есептеулердегі қателік үлкен емес. 2.18, d суретін қараңыз.

$$AA_2 = \frac{AA_1}{\cos \alpha} = \frac{\Delta l_{AB}}{\cos \alpha}. \quad (a)$$

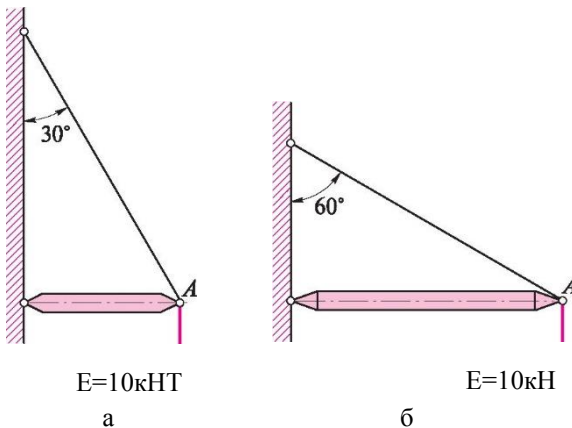
*Есептің физикалық жағы.* АВ тарту күшінің ұзаруын келесі формула арқылы табуға болады

$$\Delta l_{AB} = AA_1 = \frac{N_{AB} l_{AB}}{EA}. \quad (б)$$

Тарту күші ауданы  $l_{AB} = \frac{AC}{\cos 45^\circ} = \frac{200}{0,707} = 283 \text{ см.}$ , көлденең кесу күшінің

$A - 2 \cdot 2 - 4 \text{ см}^2$ . Сандық өрнектерді формулаға қойған кезде (б), келесі нәтиже

$$\Delta l_{AB} = \frac{14,1 \cdot 283}{2 \cdot 10^4 \cdot 4} = 0,05 \text{ см.}$$



2.19 – сурет 2.3 мысалы

Осылайша, болат тартылу күшінің ұзаруы 0,5мм құрайды.  
Оның көлденең А нүктесінен (а) шартын ескергенде келесідей болады

$$AA_2 = \frac{0,05}{0,707} = 0,071 \text{ см} = 0,71 \text{ мм.}$$

Екі шартты ескеру керек. Біріншіден, ұзарту мен деформация деңгейі төмен және оны тіректі тарту күшін масштабты түрде көрсету мүмкін емес. Сол себепті, 2.18 д суретінде олар ұзартылған. Екіншіден, көлемі кіші болғанымен, маңыздылығы өте жоғары.

**Есеп 2.3.** Мысал 2.7 жағдайын пайдалана отырып, схемалар суретте көрсетілген кронштейндердің А нүктесінің қозғалысының ұзаруын анықтаңыз. 2.19 а және б. Схемалардың әрқайсысы үшін алынатын қысқышты ұзартуды салыстырыңыз.

## 1. ӨТЕ ҚАТТЫ ЖОЛАҚТЫҢ ҚОЗҒАЛЫСЫНЫҢ СИПАТТАМАСЫ.

Өте қатаң жолақпен жасалған мысалдардың барлық түрлерінен қарапайым жағдайды қарастырайық, егер сәуленің бір ұшын негізге (мысалға, қабырғаға) бекітілген және стендте немесе суспензияда қолдаса.

**Мысал 2.8.** Ұшақтың болат аралық ұзартылуын анықтаңыз және қатаң бутаның В және D нүктелерін ауыстыру  $F = 30$  кН болса, ұзындығы  $l = 200$  см,  $a = 100$  см,  $b = 250$  см, суспензияның көлденең кимасы диаметрі  $d = 5$  см диаметрі, болаттың икемділігі модулі -  $E = 2 \cdot 10^4$  кН / см<sup>2</sup>.

Шешімі.

Есептің статикалық жағды. Тепе-теңдік теңдеуін қалыптастырамыз. Бұл жағдайда бір ғана теңдеу жеткілікті:  $MA = 0$ , себебі есептің шарты бойынша ВС-тың күшін ғана анықтау қажет.

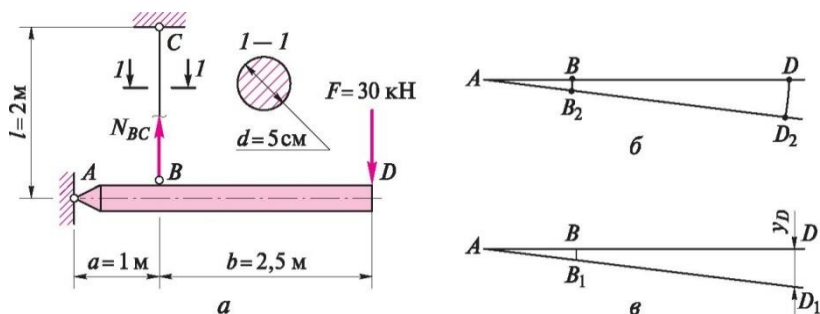
Аталған теңдеу

$$F(a + b) - N_{BC}a = 0,$$

Бұл жердегі

$$N_{BC} = \frac{F(a + b)}{a} = \frac{30 \cdot 350}{100} = 105 \text{ кН.}$$

Есептің геометриялық жағды. Біз деформацияланған жолақ сызбасын сызамыз. Шоқты, дәлірек айтқанда, оның осьтерінің барлық нүктелері орталықтарының доғасының деформациясын, қалған А нүктесінде болады



2.20 – сурет 2.8 мысалы:

$a$  — жолақтың артыңғы жағы; б, в — B және D нүктелерінің нақты және қарапайым қозғалысының сызбасы

бұл жағдайда B және D нүктелері тиісінше B<sub>2</sub> және D<sub>2</sub> позицияларына көшеді (Сурет 2.20, б). 2.7-мысалдағыдай, нүктелер шеңбер доғасының бойымен жылжытылмайды, бірақ тігінен төмен түсіп кетуін қарастырамыз (Сурет 2.20, с), яғни. пучка осіне перпендикуляр және B<sub>1</sub> және D<sub>1</sub> позицияларын алады. Ауыстырудың арасында ABB<sub>1</sub> және ADD<sub>1</sub> үшбұрыштарының ұқсастығынан туындайтын тәуелділік бар.

Есептің физикалық жағы. Гук формуласымен аспаның ұзаруын, яғни B нүктесінің тік қозғалысын анықтаймыз.

$$\Delta l_{BC} = BB_2 = \frac{N_{BC} l}{EA} = \frac{N_{BC} l}{E \pi d^2 / 4} = \frac{105 \cdot 200}{2 \cdot 10^4 \cdot 3,14 \cdot 5^2 / 4} = 0,054 \text{ см} = 0,54 \text{ мм}.$$

ABB<sub>1</sub> және ADD<sub>1</sub> үшбұрыштарының ұқсастығынан D нүктесінің тік жылжуына тең DD<sub>1</sub> жағының ұзындығын анықтаймыз:

$$y_D = DD_1 = \frac{BB_1(a+b)}{a} = \frac{0,054(100+250)}{100} = 0,19 \text{ см} = 1,9 \text{ мм}.$$

Жаян: B және D нүктелерінің тік бұрыштары тиісінше 0,54 мм және 1,9 мм.

2.4-есеп. Егер  $F = 100 \text{ кН}$  болса, тіреудің ұзындығы 100 см болған жағдайда, BD болат стендінің қысқартылуын анықтаңыз (позицияның көлденең қимасы 50x5 мм екі бұрышы

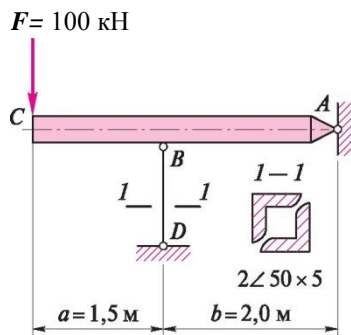


Рис. 2.21. К задаче 2.4

## 2. ҚАРАПАЙЫМ ЖОЛАҚТАРДАҒЫ КОНСОЛЬ ІШЛУІНІҢ СИПАТТАМАСЫ

Жоғарыда айтылғандай, жүктің әрекет етуі кезінде пучка нүктелерінің жылжуы иілу деп аталады. Әдетте - көлденең қима немесе жолақтың ұзындығы бойынша орналасуы, мұнда ең үлкен деформация орын алады. Қарапайым жағдайларда мұндай орналасуды анықтау өте оңай, бірақ оны күрделі жүктеменен немесе консольдық аймақтары бар жолақтарды жасау қиынырақ. Жолақ сызбасы мен жүктеменің түріне байланысты үлкен иілімдер IV қосымшасында берілген.

Төменде келтірілген мысалдарда ең үлкен бұрылыс орын алған сәуленің бөлігін көрсету өте айқын.

Мысал 2.9. Егер бөлінген жүктеме  $q = 4 \text{ кН / м} = 0,04 \text{ кН / см}$ , ұзындығы  $l = 6 \text{ м}$  болса, сәулелік материал болат ( $E = 2 \cdot 10^4 \text{ кН / см}^2$ ), сәуленің көлденең қимасы тұрақты I-пушіні №18 болып табылады.

*Шешім.* IV-қосымшаның 2-тармағына сәйкес жолақтың максималды ауытқуы оның ортасында пайла болуы келесі формула бойынша анықталады

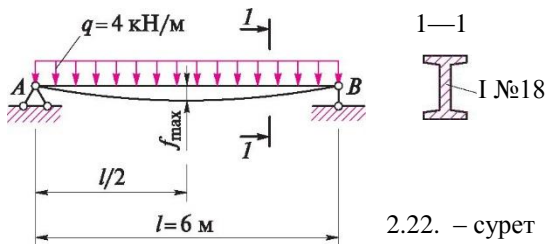
$$f_{\max} = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EJ_x}$$

2 кестеге сәйкес, қосымшаның 2-қосымшасында біз инерция сәті  $J_x = 1290 \text{ см}^4$  болатындығын білеміз. Формулада сандық мәндерді

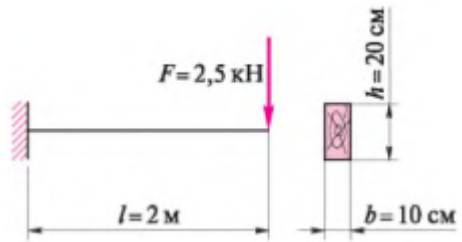
$$f_{\max} = \frac{5 \cdot 0,04 \cdot 600^4}{384 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 1290} = 2,61 \text{ см.}$$

Мысал 2.10. Консольдің бос қимасы (2.23-сурет), егер  $F = 2.5 \text{ кН}$  болса, онда консольдің материалы ағаш ( $E = 1 \cdot 10^3 \text{ кН / см}^2$ ) болып табылады, консольдің қимасы 10 және 20 см бүйірлері бар тіктөртбұрыш, 200 см.

*Шешім.* IV-қосымшаның 4-тармағына сәйкес ең үлкен дефолт консольдің ақысыз соңында болады. Ол келесі формула бойынша анықталады



2.22. – сурет 2.9 мысалына



2.23. – сурет 2.10 мысалына

II қосымшаға сәйкес тікбұрышты секцияның инерциясы

$$J_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{10 \cdot 20^3}{12} = 6667 \text{ см}^4.$$

Сандық мәндерді формулаға қойған кезде, келесі нәтижені аламыз

$$f_{\max} = \frac{2,5 \cdot 200^3}{3 \cdot 1 \cdot 10^3 \cdot 6667} = 1 \text{ см.}$$

Нақты жолақ үшін сіз секцияның жүктемесі мен мөлшерін өз еркімен таңдай алмайсыз, өйткені олар оның күші мен қатандығын қамтамасыз етеді. Екі параметр де 3 бөлімде қарастырылған.

#### 2.2.4. Қарапайым қаңқа жүйелерінің орын ауыстыруын анықтау

Қарапайым қаңқа жүйелерінің орын ауыстыруын анықтау арқалықтарға қарағанда әлдеқайда қиындау, әсіресе оларды кесте көмегімен анықтау мүмкін болмаған жағдайда. Консолды және бірконтурлы топсасыз арқалық қаңқаларының орын ауыстыруларын анықтау ретін қарастырамыз.

Аталған типтердің қарапайым қаңқадағы сызықтық орын ауыстыруларын келесі түрде анықтайды.

1. Белгіленген жүктемеден игіш тұстар эпюрасын тұрғызады. Бұндай эпюраны жүк эпюрасы деп атайды және ол  $M_F$  болып белгіленеді.

Консолды қаңқаға арналған  $M_F$  эпюрасын егер бос шетінен бастап жүретін болсақ, тіреу реакцияларын анықтауынсыз тұрғызуға болады.



Арқалық қаңқа үшін алдымен тіреу реакцияларын анықтап, кейін  $BI_F$  эпюрасын тұрғызу керек. Кейбір арқалықтар үшін тіреу реакциялары мен  $M_F$  эпюралары III қосымшасында келтірілген. Игіш тұстардың барлық эпюраларын созылған талшықтар жағынан тұрғызады.

2.  $M_F$  эпюрасын қарапайым геометриялық фигураларға бөледі: үшбұрыштар, төртбұрыштар, парабола пішініне. Фигуралардың аудандары мен олардың ауырлық ортасын анықтайды (VIII қосымшаны қараң.).

3. Анықталуы тиіс орын ауыстырудың нүктесін көрсетеді. Әдетте қаңқаның қандай да бір нүктесінің тік немесе көлденең орын ауыстыруын анықтау қажеттілігі де туындайды.

Ізделіп отырған сызықтық орын ауыстырудың бағыты бойынша жүретін бірлік күші деп аталатын  $F = 1$  күшін салады. Үстіндегі сызықшаны осы күшті  $F$  жүктемесінен ажырату үшін және әрдайым оның 1-ге тең екендігін жазбас үшін қояды.

Қаңқаның кез келген нүктесіндегі қиманың бұрылу бұрышын анықтау есебін жоғарыдағыдай есептейміз, бірақ бірлік күшін емес, бірлік моментін  $M = 1$  қоямыз. Біз сызықтық орын ауыстыруды анықтаумен шектелеміз.

4. Бірлік күшінен игіш тұстардың эпюрасын тұрғызамыз. Бұндай эпюраны  $M$  деп белгілейміз.

5.  $M_F$  эпюрасы фигураларының ауырлық орталықтары үшін  $M$  эпюрасына ординаталарды көрсетеді.

6. Ізделіп отырған орын ауыстыруды Верещагин ережесінің көмегімен келесі формула бойынша анықтайды

$$\Delta_{iF} = \frac{1}{EJ} \sum_{i=1}^n \omega_i y_i = \frac{\omega_1 y_1}{(EJ)_1} + \frac{\omega_2 y_2}{(EJ)_2} + \frac{\omega_3 y_3}{(EJ)_3} + \dots + \frac{\omega_n y_n}{(EJ)_n}, \quad (2.10)$$

мұндағы  $\Delta_{iF}$  — ізделіп отырған тік немесе көлденең орын ауыстыру;  $n$  —  $M_F$  эпюрасының бөлшектенген қарапайым фигуралар саны;  $\omega_i$  — қарапайым  $i$ -ші фигураның ауданы (VIII қосымшаны қараң.);  $y_i$  —  $M_F$  эпюрасының  $i$  фигурасының ауырлық орталықтарының астында, яғни  $\omega_i$  ауданының ауырлық орталығының астында орналасқан  $M$  эпюрасындағы ордината (VIII қосымшаны қараң.).

$\omega_i y_i$  көбейтіндісінің белгісі, егер екі эпюра да ( $M_F$  пен  $M$ ) элемент осінен бір жаққа орналасқан болса, оң және әртүрлі жақтарға орналасқан болса, теріс болып саналады. Қарастырылып отырған жерде бір эпюра жоқ болса, онда  $\omega_i y_i = 0$ .

**Мысал 2.11.**  $F = 10$  кН шоғырланған күші әрекет ететін консолды қаңқаның  $C$  нүктесінің тік және көлденең орын ауыстыруларын анықтау (сур. 2.24, а). Қаңқа материалы — болат С-230 ( $E = 2 \cdot 10^5$  МПа), көлденең  $AB$  бөлігі — № 22 Т-тәрізді екі арқалық темірі, вертикалды  $BC$  бөлігі — № 18 Т-тәрізді екі арқалық темірі (сур. 2.24, б). Орындалған есептеулер нәтижелері бойынша деформацияланған қаңқаның сызбасын сызу.

**Шешімі.** С нүктесінің көлденең орын ауыстыруын анықтау.

1. Берілген  $F$  жүктемесінен  $M_F$  игіш моменттерінің эпюрасын тұрғызамыз. Ол үшін С, В, А нүктелерінде игіш моменттерін анықтаймыз:

$$M_C = 0; \quad M_B = Fa = 10 \cdot 1,5 = 15 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_A = M_B = 15 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$



Сур. 2.24. 2.11 мысалына:

$a, \bar{b}$  — консолды қаңқаның есептік және құрылымдық сызбасы;  $v$  — берілген  $F$  күшінен  $M_F$  эпюрасы;  $г, \bar{d}$  — көлденең салынған  $F$  күшінен  $M$  эпюралары;  $e$  — вертикалды салынған  $F$  күшінен  $M$  эпюрасы;  $ж$  — деформациядан кейінгі консолды қаңқа сызбасы

---

Созылған талшықтар жағынан табылған мәндерге пропорционалды кесінділерді алып, олардың ұштарын түзу сызықтармен қосып,  $M_F$  эпюрасын аламыз (сур. 2.24, в). Алдын бұл есеп басқа тәсілмен есептелген болатын (1.33 мысалын қараң.).

2.  $M_F$  эпюрасын қарапайым фигураларға бөлеміз: қабырғалары 3 м және 15 кН • м болатын төртбұрыш пен катеттері 1,5 м және 15 кН • м болатын үшбұрыш. Сәйкесінше бұл фигуралардың аудандарын  $\omega_1$  және  $\omega_2$  деп белгілейміз, сонда  $\omega_1 = 3 \cdot 15 = 45 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$ ,  $\omega_2 = 1,5 \cdot 15/2 = 11,25 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$ .

3. С нүктесіне  $F = 1$  бірлік күшін ізделетін орын ауыстырудың бағытына қарай, яғни көлденең қоямыз (сур. 2.24, г). Оны солға да, оңға да бағыттауға болады. Вертикальды орын ауыстыруды анықтау кезінде  $F = 1$  күшін С нүктесіне вертикальды (жоғары немесе төмен) қоямыз.

4.  $M_I$  ігіш тұстарының эпюрасын  $F = 1$  бірлік күшінен құрастырамыз. Бірлік күшін  $F$  күші сияқты солға бағыттаймыз (егер оны оңға бағыттайтын болсақ, нәтиже өзгермейді, тек таңбалары ғана өзгертін болады).  $M$  эпюрасы толығымен  $M_F$  эпюрасын қайталайды, бірақ ол  $F$  есе кем (2.24, г суретін қараң.). Бірлік күшінен алынған моменттердің көлемі [кН • м] емес, [1 • м] болады.

5.  $M$  эпюрасында жүк эпюрасының ауырлық орталығының астына ординаталарды көрсетеміз.  $C_1$  ауырлық ортағының астына  $y_1 = 1,5 \text{ м}$  ординатасы, ал  $C_2$  ауырлық ортағының астына  $y_2 = 1,5 \cdot 2/3 = 1 \text{ м}$  ординатасы.  $C_2$  мен  $y_2$  арасындағы байланысты нақты көрсету үшін жүк эпюрасының оң жағынан тағы да бір бірлік эпюрасын көрсетеміз (сур. 2.24, д). Бұндай тәсіл бастапқыда пайдалы келеді, кейін есептеу дағдыларын алғаннан соң оның қажеттілігі болмайды.

6. Ізделетін көлденең орын ауыстыруды анықтаймыз. (2.10) формуласының негізінде есептік формуланы аламыз

$$\Delta_{iF} = \frac{1}{EJ} \sum_{i=1}^n \omega_i y_i = \frac{\omega_1 y_1}{(EJ)_1} + \frac{\omega_2 y_2}{(EJ)_2},$$

мұндағы  $\Delta_{iF}$  — ізделетін көлденең орын ауыстыру,  $\Delta_C^{\text{көлд}}$  деп белгілейміз;  $n$  —  $M_F$  эпюрасындағы қарапайым фигуралар саны, біздің мысалда  $n = 2$ ;  $\omega_1$  — бірінші эпюра ауданы,  $\omega_1 = 45 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$ ;  $\omega_2$  — екінші эпюра ауданы,  $\omega_2 = 11,25 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$ ;  $y_1$  — бірлік эпюрасындағы  $C_1$  ауырлық орталығының астындағы ордината,  $y_1 = 1,5 \text{ м}$ ;  $y_2$  —  $C_2$  ауырлық орталығының астындағы ордината,  $y_2 = 1 \text{ м}$ ;  $E$  — болаттың иілгіштігінің модулі,  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2 \cdot 10^8 \text{ кН/м}^2$ ;  $J_1$  — № 22 Т-тәрізді екі аралық темірдің инерция моменті,  $I$  қосымшаның 2 кестесіне сәйкес  $I_{J_1} = J_x = 2\,550 \text{ см}^4 = 2\,550 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$ ;  $J_2$  — № 18 Т-тәрізді екі аралық темірдің инерция моменті,  $J_2 = 1290 \text{ см}^4 = 1290 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$ .

Сандық мәндерді есептік формулаға қоя отырып, мынаны аламыз

$$\begin{aligned} \Delta_C^{\text{көлд}} &= \frac{\omega_1 y_1}{EJ_1} + \frac{\omega_2 y_2}{EJ_2} = \frac{45 \cdot 1,5}{2 \cdot 10^8 \cdot 2550 \cdot 10^{-8}} + \frac{11,25 \cdot 1}{2 \cdot 10^8 \cdot 1290 \cdot 10^{-8}} \\ &= 0,0132 + 0,0044 = 0,0176 \text{ м} = 1,76 \text{ см}. \end{aligned}$$

Консолды қаңқаның С нүктесіне  $F = 10 \text{ кН}$  күшінің әсерінен солға 1,76 см-ге жылжиды. Егер біз бірлік күшін оңға бағыттасақ, онда жауабы баяғыша, бірақ

«минус» таңбасымен алатын едік.

Біздің мысалда  $J_1/J_2 = 2 \cdot 550 : 1290 \approx 2$  екендігіне назар аударайық. Сондықтан кейде шартта инерция моментінің нақты мәндері емес, олардың арақатынасы көрсетіледі, мысалы  $J_1 = 2J_2$ ,  $J_2 = 3J_3$ .

*C* нүктесінің вертикальды орын ауыстыруын анықтау. Есептің 1 мен 2 тармақтары көлденең орын ауыстыруды анықтаумен бірдей келеді.

3. *C* нүктесіне вертикальды жоғары бағытталған *F* бірлік күшін қоямыз (сур. 2.24, е), нүктенің осы бағытта орын ауыстырады деп болжаймыз.

4.  $F = 1$  күшінен моменттер эпюрасын құрастырамыз. Ол үшін *C*, *B*, *A* нүктелерінен моменттерді анықтаймыз:

$$M_C = 0; M_B = 0; M_A = -1 \cdot l = -1 \cdot 3 = -3 \text{ л} \cdot \text{м}.$$

«Минус» таңбасы моменттер эпюрасының осьтен төмен қарай орналасу керектігін білдіреді, бұл жерде созылған талшықтар болады. Осылайша,  $M_F$  пен  $M$  эпюралары *AB* осінің әртүрлі жақтарында орналасқан.

5.  $C_1$  төртбұрышының ауырлық орталығы астындағы  $y_1$  ординатасын анықтаймыз:  $y_1 = 3/2 = 1,5 \text{ л} \cdot \text{м}$ .  $C_2$  үшбұрышының ауырлық орталығының астындағы  $y_2$  ординатасы нөлге тең ( $y_2 = 0$ ).

6. *C* нүктесінің вертикальды орын ауыстыруын мына формула бойынша табамыз

$$\Delta_C^{\text{верт}} = \frac{\omega_1 y_1}{EJ_1} + \frac{\omega_2 y_2}{EJ_2} = -\frac{45 \cdot 1,5}{2 \cdot 10^8 \cdot 2550 \cdot 10^{-8}} + 0 = -0,0132 \text{ м} = -1,32 \text{ см}.$$

«Минус» таңбасы  $\omega_1$  мен  $y_1$  аудандары қаңқаның *AB* осінен әртүрлі жақтарда орналасқандықтан қойылады. Осылайша *C* нүктесі біз *F* күшін жоғары бағыттаған кезде күткеніміздей жоғары емес, керісінше 1,32 см-ге төмен жылжиды.

Қаңқаның деформациядан кейінгі жуықталған сызбасын тұрғызамыз (сур. 2.24, ж). Жуықталған деп ол тек бір ғана *C* нүктесінің орын ауыстырулары бойынша тұрғызылғандықтан аталады. Орын ауыстырулардың шамалары көрнекілік үшін сызбада үлкейтіліп көрсетілген (масштабта емес).

**Мысал 2.12.**  $q = 20$  кН/м үлестірілген жүктемесі түсетін бірконтурлы арқалық қаңқаның беларқа ортасының (*E* нүктесі) иілген жерін анықтау (сур. 2.25, а). Қаңқа материалы — болат С-230 ( $E = 2 \cdot 10^5$  МПа), беларқасы мен діңгегі № 30 қос таврлы арқалықтан жасалған.

### Шешімі.

1.  $M_F$  эпюрасын тұрғызамыз (сур. 2.25, б). Осыған ұқсас құрылым 1.27 мысалында орындалған (1.100 суретін қараң.). Эпюрадан діңгектерде иігіш моменттердің жоқтығын, ал беларқа ортасында момент максималды және ол  $M_E = ql^2/8$  екендігін көріп отырмыз.

2.  $M_F$  эпюрасын екі бірдей бөлікке бөлеміз. Әр бөліктің параболамен шектелген ауданын анықтаймыз. VIII қосымшаның 5 тармағына сәйкес  $\omega = \frac{2}{3}lh$ . Біздің жағдайымызда  $l$  орнына  $l/2$ , ал  $h$  орнына —  $ql^2/8$  қоюымыз қажет:

$$\omega_1 = \omega_2 = \frac{2}{3} \frac{l}{2} \frac{ql^2}{8} = \frac{ql^3}{24}$$

3.  $F = l$  күшін беларканың  $E$  нүктесіне қойып, оны төменге бағыттаймыз (сур. 2.25, в). Бұл жерде жауап «плюс» таңбасымен шығуы тиіс, өйткені күштің бағыты беларканың иілген жерінің бағытына сәйкес келеді.

4. III қосымшаның 1 т. пайдалана отырып,  $F$  бірлік күшінен игіш моменттердің эпюрасын тұрғызамыз:

$$M_E = Fl/4 = 1 \cdot l/4.$$

Эпюраны жүктеме қосымшасының сызбасында көрсетуге болады (2.25, в суретін қараң.). Бұл сызбалардың санын азайтады.  $M_F$  мен  $M_E$  эпюралары беларқа осінен төмен орналасқан, яғни оның осінің бір жағында.

5. Жүк эпюрасының ауырлық орталығындағы бірлік эпюрасынан  $y_1$  мен  $y_2$  ординаталарын табамыз. VIII қосымшаның 5 тармағынан көргеніміздей, ауырлық орталығының оның шеткі сол мен оң нүктелерімен арасындағы қашықтық сәйкесінше  $\frac{3}{8}l$  және  $\frac{5}{8}l$ . Біздің мысалда  $M_F$  эпюрасының әр бөлігі  $l/2$  ұзындығына ие болғандықтан, бұл мәндер сәйкесінше  $\frac{3}{16}l$  және  $\frac{5}{16}l$  болады.  $y_1$  ординатасын бірлік эпюрасындағы үшбұрыштар ұқсастығын қолдана отырып анықтайтын боламыз:

$$\frac{y_1}{l/4} = \frac{5l/16}{l/2},$$

Мұнан шығатыны

$$y_1 = \frac{(5l/16)(l/4)}{l/2} = \frac{5}{32}l.$$

2.25, в суретінде көрініп тұрғандай  $y_2 = y_1$ .

6.  $E$  нүктесінің вертикальды орын ауыстыруын, яғни беларқа ортасындағы иілген жерді анықтаймыз:

$$\Delta_E^{\text{верт}} = \frac{\omega_1 y_1}{EJ_1} + \frac{\omega_2 y_2}{EJ_2} = 2 \frac{\omega_1 y_1}{EJ} = 2 \frac{ql^3}{24} \frac{5}{32} l \frac{1}{EJ} = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EJ}$$

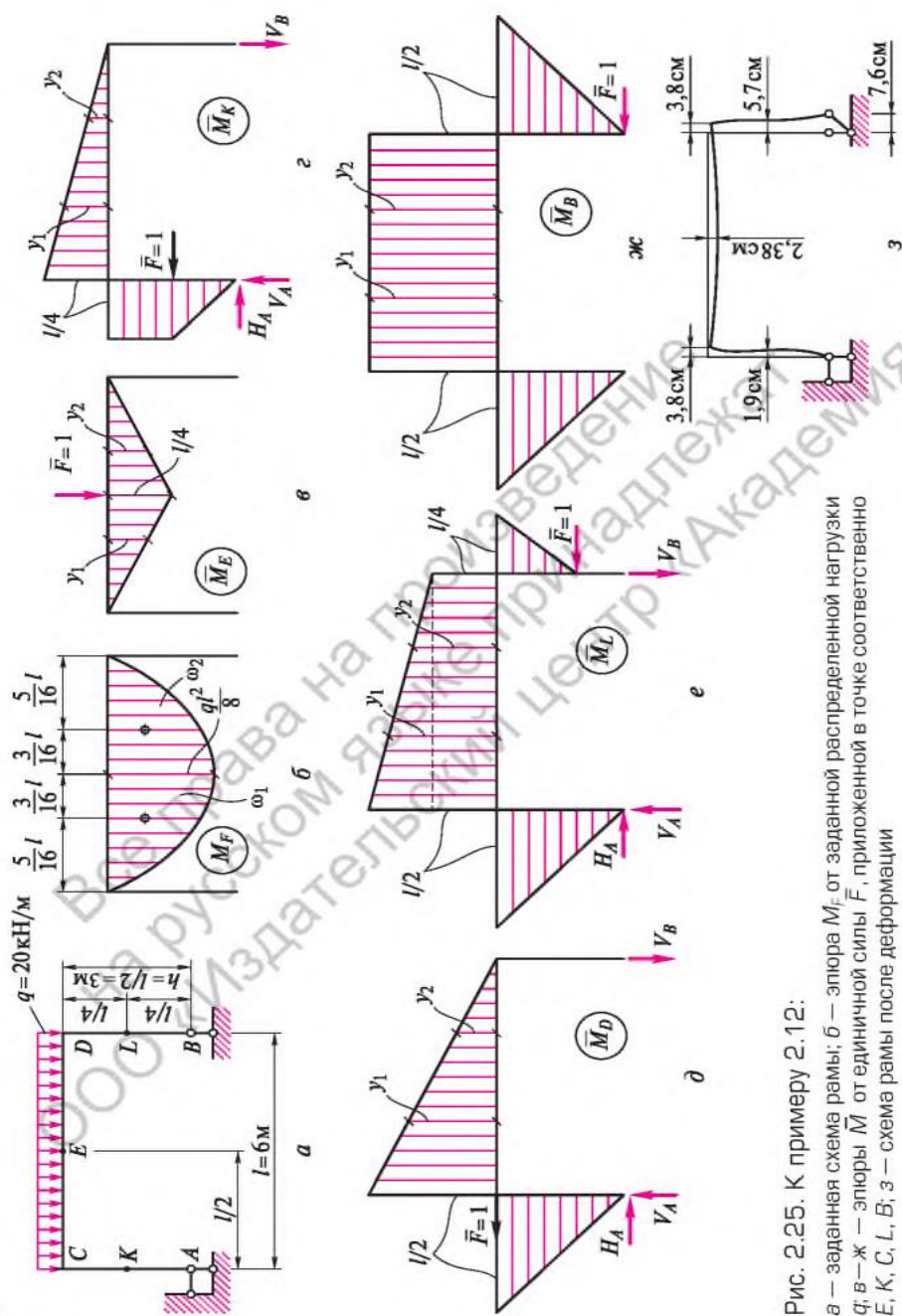


Рис. 2.25. К примеру 2.12:  
 а — заданная схема рамы; б — эпюра  $M_F$  от заданной распределенной нагрузки  $q$ ; в — эпюра  $V_B$  от единичной силы  $\bar{F}$ , приложенной в точке соответственно E, K, C, L, B; г — эпюра  $M_D$ ; д — эпюра  $M_L$ ; е — эпюра  $M_E$ ; ж — эпюра  $M_K$ ; з — схема рамы после деформации

Сур. 2.25. 2.12 мысалына:

а — қаңқаның берілген сызбасы; б — берілген  $q$  жүктемесінен алынған  $M_F$  эпюрасы; в — ж — сәйкесінше  $E$ ,  $K$ ,  $C$ ,  $L$ ,  $B$  нүктелеріне қойылған  $F$  бірлік күшінен тұрғызылған  $M$  эпюралары; з — деформациядан кейінгі қаңқаның сызбасы.

---

Осы формула бойынша жүктемесі тең бөлінген аркалықтың иілген жері анықталады (2.9 мысалын қараң.)

Формулаға  $J = 7\,080\text{ см}^4 = 7\,080 \cdot 10^{-8}\text{ м}^4$  (1 қосымшаның 2 кестесін қараң.) және  $E = 2 \cdot 10^5\text{ МПа} = 2 \cdot 10^8\text{ кН/м}^2$  мәндерін енгіземіз, сонда

$$\Delta_{E\text{ верт}} = \frac{5 \cdot 20 \cdot 6^4}{384 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 7080 \cdot 10^{-8}} = \frac{129\,600}{5\,437\,440} = 0,0238\text{ м} = 2,38\text{ см}$$

аламыз.

Нәтижесінде,  $E$  нүктесі 2,38 см-ге төмен түседі. «Плюс» таңбасы алынды, өйткені  $\omega$  мен  $y_1$  беларқа осінің бір жағында орналасқан. Есептің шешімі табылды.

Орын ауыстыруларды анықтау дағдысын пысықтау мақсатында оларды  $A$ ,  $K$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $L$  және  $B$  қаңқаларынан анықтайтын боламыз. Бұл деформацияланған қаңқаның ұқсас сызбасын жасауға мүмкіндік береді. Мынаны еске сақтаңыз: егер қандай да бір эпюра нөлге тең болса, онда көбейтінді де нөлге тең болады. Қарастырылып отырған мысалда бағаналарда берілген жүктемедегі игіш моменттер жоқ, бұл бірлік күші бағанасындағы эпюраға қарамастан,  $\omega_0 = 0$ . Сондықтан беларқадағы эпюралармен жұмыс жасайтын боламыз, өйткені ол есепті жеңілдетеді. Жүк эпюрасының екі бөлігінің аудандары кез келген нүктені қарастырған жағдайда бірдей болады:  $\omega_1 = \omega_2 = \frac{ql^3}{24}$ . Бірлік эпюраларының қарапайымдылығына байланысты олар есептеусіз келтірілетін болады (тіреу реакциялары мен сипатты нүктелеріндегі моменттерді анықтауынсыз). Есептің бұл бөлігін өздігінен шешуге болады.

Моменттердің барлық мәндері созылған талшықтар жағынан алынады. Бірлік эпюрасындағы моменттердің көлемі ұзындық бірліктеріне тең:  $l/2$ ,  $l/4$  және т.б. Олардың  $\bar{F} = 1$  күшіне көбейтілетіндігін ұмытпау керек, яғни  $1 * l/2$ ,  $1 * l/4$  және т.с.с деп жазған дұрысырақ болады. Бірді жібере отырып, біз есептеу кезіндегі жазбаны жеңілдетеміз, бірақ моменттің иіндегі күштің көбейтіндісіне тең екендігін ұмытпағанымыз жөн (біздің жағдайымызда 1-ге тең).

Қаңқа элементтерінде екі түрлі орын ауыстырулар жүреді:

- 1) созу немесе қысу салдарынан туындайтын орын ауыстырулар, яғни білікті жүйелерде қарастырылған созылулар немесе қысқарулар;
- 2) бұғу салдарынан туындайтын орын ауыстырулар.

Қаңқаларда екінші түрдегі орын ауыстырулар жиі кездеседі. Бірінші түрдегі орын ауыстырулар иілген жерлермен салыстырғанда елеусіз, сол себепті оны елемейді (ескермейді).

Сонымен А, К, С, D, L және В нүктелерінің орын ауыстыруларын анықтаймыз (Е нүктесінің иілген жері анықталды).

А нүктесі. Онда ешқандай сызықтық орын ауыстыруларға жол бермейтін топсалы жылжымайтын тіреу орналасқан, яғни олар нөлге тең (1.1.3 тармақшасын қараң.). Бұл - қаңқаның жылжымайтын жалғыз нүктесі.

К нүктесі. Бұл нүктеге  $\bar{F} = 1$  бірлік күшін солға қарай бағыттай отырып, қоямыз (сур. 2.25, г). Жауабы осы бағыттың дұрыс немесе бұрыс таңдалғанын көрсетеді. Есептеу жүргізбей-ақ, тіреу реакцияларының мәндерін көрсетеміз:

$H_A = \bar{F} = 1$ ,  $V_A = V_B = 1 \frac{1}{4}$ . Реакциялар бағыты «плюс» таңбасымен көрсетілген.

Сипаттық нүктелердегі моменттер:  $M_A = 0$ ,  $M_K = 1 \frac{1}{4}$ ,  $M_C = 1 \frac{1}{4}$ ,  $M_D = M_L = M_B = 0$ .  $\bar{M}_K$  эпюрасындағы  $y_1$  мен  $y_2$  ординаталарының мәндерін анықтаймыз:

$$y_1 = \frac{5 + 3 + 3 l}{16} \frac{11}{4} = \frac{11}{64} l; \quad y_2 = \frac{5 l}{16 \cdot 4} = \frac{5}{64} l.$$

К нүктесінің көлденең орын ауыстыруы

$$\begin{aligned} \Delta_K^{\text{көлд}} &= -\frac{1}{EJ} (\omega_1 y_1 + \omega_2 y_2) = -\frac{1}{EJ} \left( \frac{ql^3}{24} \frac{11}{64} l + \frac{ql^3}{24} \frac{5}{64} l \right) = -\frac{1}{96} \frac{ql^4}{EJ} \\ &= -\frac{1}{96 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 7080 \cdot 10^{-8}} = -0,019 \text{ м} = -1,9 \text{ см}. \end{aligned}$$

К нүктесі оңға 1,9 см-ге орын ауыстырады. К нүктесінің вертикальды орын ауыстыруы нөлге тең.

$\frac{ql^4}{EJ}$  өрнегі қалған барлық нүктелердің орын ауыстыруларын есептеу кезінде кездесетін болады. Енді, оның 1,831 м сандық мәнін бірден қоятын боламыз.

С нүктесі. Бұл нүктеге солға бағыттай отырып,  $\bar{F} = 1$  бірлік күшін қоямыз (сур. 2.25, д). Тіреу реакциялары:  $H_A = \bar{F} = 1$ ,  $V_A = 1 \frac{1}{2}$ ,  $V_B = 1 \frac{1}{2}$ . Сипаттық нүктелердегі моменттер:  $M_A = 0$ ,  $M_K = 1 \frac{1}{4}$ ,  $M_C = 1 \frac{1}{2}$ ,  $M_D = M_L = M_B = 0$ .  $\bar{M}_C$

эпюрасындағы ординаталарының мәндерін анықтаймыз:  $y_1 = \frac{11}{32} l$ ,  $y_2 = \frac{5}{32} l$ .

С нүктесінің көлденең орын ауыстыруы

$$\Delta_C^{\text{көлд}} = -\frac{1}{EJ} \left( \frac{ql^3}{24} \frac{5l}{32} + \frac{ql^3}{24} \frac{11l}{32} \right) = -\frac{1}{48} \frac{ql^4}{EJ} = -\frac{1,831}{48} = -0,038 \text{ м} = -3,8 \text{ см}$$

С нүктесі оңға 3,8 см-ге орын ауыстырады. С нүктесінің вертикальды орын ауыстыруы нөлге тең.

D нүктесі. D нүктесінің көлденең орын ауыстыруы С нүктесінің көлденең орын ауыстыруына тең, яғни  $\Delta_D^{\text{көлд}} = -3,8 \text{ см}$ .

Е нүктесі. Вертикальды орын ауыстыруы жоғарыда анықталған болатын. Ол  $\Delta_E^{\text{верт}} = 2,38 \text{ см}$ . Көлденең орын ауыстыруы С нүктесінің көлденең орын ауыстыруына тең, яғни  $\Delta_E^{\text{көлд}} = -3,8 \text{ см}$ .

L нүктесі. Осы нүктеге солға бағыттай отырып,  $\bar{F} = 1$  бірлік күшін қоямыз (сур. 2.25, е). Тіреу реакциялары:  $H_A = \bar{F} = 1$ ,  $V_A = 1 \frac{1}{4}$ ,  $V_B = 1 \frac{1}{4}$ . Сипаттық



нүктелеріндегі моменттер:  $M_A = 0$ ,  $M_C = 1\frac{1}{2}$ ,  $M_D = 1\frac{1}{4}$ ,  $M_L = 0$ .

$\bar{M}_L$  эпюрасындағы ординаталарының мәндерін анықтаймыз:

$$y_1 = \frac{1}{4} + \frac{11l}{16 \cdot 4} = \frac{27}{64}l; \quad y_2 = \frac{1}{4} + \frac{5l}{16 \cdot 4} = \frac{21}{64}l$$

L нүктесінің көлденең орын ауыстыруы

$$\Delta_L^{\text{көлд}} = -\frac{1}{EJ} \left( \frac{ql^3}{24} \frac{27}{64}l + \frac{ql^3}{24} \frac{21}{64}l \right) = -\frac{1}{32} \frac{ql^4}{EJ} = -\frac{1}{32} 1,831 = -0,057 \text{ м} \\ = -5,7 \text{ см.}$$

B нүктесі. Осы нүктеге солға бағыттай отырып,  $\bar{F} = 1$  бірлік күшін қоямыз (сур. 2.25, ж). Тіреу реакциялары:  $H_A = \bar{F} = 1$ ,  $V_A = 1\frac{1}{2}$ ,  $V_B = 1\frac{1}{2}$ . Сипаттық нүктелеріндегі моменттер:  $M_A = 0$ ,  $M_C = 1\frac{1}{2}$ ,  $M_D = 1\frac{1}{4}$ ,  $M_B = 0$ .

$y_1$  мен  $y_2$  ординаталары тең:  $y_1 = y_2 = l/2$ .

B нүктесінің көлденең орын ауыстыруы

$$\Delta_L^{\text{көлд}} = -\frac{1}{EJ} \left( \frac{ql^3}{24} \frac{l}{2} \right) \cdot 2 = -\frac{1}{24} \frac{ql^4}{EJ} = -\frac{1}{24} 1,831 = -0,076 \text{ м} = -7,6 \text{ см.}$$

Деформацияланған қаңқаның сызбасын A, K, C, D, E, L, B нүктелерінің табылған орын ауыстыруларын қоя отырып, саламыз (сур. 2.25, з). Ол жуықталған болады. Аса дәл сызба үшін нүктелердің сандарын үлкейту керек. Сол жақ тіреу қозғалыссыз, ал оң жағы оңға орын ауыстырғанына назар салайық, өйткені ол – топсалы жылжымалы.

Аса күрделі консолды қаңқалардың орын ауыстыруларын анықтау мысалдары [7, 81-86 беттерде], ал өз бетімен жұмысқа арналған есептер [7, 86-89 беттерінде] келтірілген. Кейбір қарапайым жағдайлар үшін беларқаның иілген жерлерін анықтамаларда келтірілген кестелер көмегімен табуға болады.

## БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ

1. Кронштейндердегі орын ауыстыруларды анықтаудың жалпы ретін сипаттаңыз.
2. Бағаналар мен ілмектердегі орын ауыстыруларды анықтаудың реті қандай?
3. Арқалықтардағы орын ауыстыруларды анықтаудың жалпы ретін сипаттаңыз.
4. Қарапайым қаңқа жүйелерінде орын ауыстыруларды анықтаудың ретін қандай?

### 2.3. Статикалық тұрғыда анықталмайтын жүйелерді анықтауға арналған

## практикалық есептер

Статикалық тұрғыда анықталмайтын жүйелер (есептер) туралы 1 тарауда бірнеше рет айтылған болатын. Бұндай есептер тек қана статиканың тепе-теңдігі теңдеуінің көмегімен шешіліп қана қоймайтындығын еске сала кетейік. Статикалық тұрғыда анықталмайтын жүйелерді екі топқа бөлуге болады: біріншісі – тіреу реакцияларын табудың мүмкін болмауы тұрғысынан статикалық анықталмайтындар; екіншісі – ішкі күшті табудың мүмкін болмауы тұрғысынан статикалық анықталмайтындар. *Бірінші топқа* кронштейндерді, арқалықтар мен үш білікті қаңқаларды, қозғалмастықты (немесе геометриялық өзгеріссіздікті) қамтамасыз ету үшін қажетті санынан бірлікке көп бағаналар мен ілмектердің көмегімен ұсталатын қатты дінгекті жатқызамыз. Статикалық анықталатын жүйелермен салыстырғанда статикалық анықталмайтын жүйелер күштер сыртқы күштер әсерінің нәтижесінде қалыптасып қоймай, сондай-ақ элементтерді жасау кезіндегі олқылықтар, олардың температурасының өзгеруі салдарынан да туындайды. Осы топтың жүйелерін есептеуге арналған есептер статикалық анықталмайтын сан алуан есептердің ішінен ең қарапайымы болып келеді, алайда олар статикалық анықталатын жүйелерге қарағанда әлдеқайда күрделі жолдармен шешіледі. Екінші топқа әртекті материалдардан жасалған құрылымдар жатады, мысалы темірбетондылар. Бұндай құрылымдарды есептеуге арналған есептер арнайы пәндерде қарастырылады.

### 2.3.1. Үш және одан астам білікті кронштейннің күш салуын анықтау

Екі біліктен (күш пен тірек) құралған кронштейндер 1 тарауда қарастырылған. Егер біліктер екеуден көп болса, онда жүйе статикалық тұрғыда анықталмаған деп аталады, өйткені бұндай жүйе үшін тепе-теңдік теңдеуі екеу ғана:  $\sum X = 0$ ,  $\sum Y = 0$ . Жоғарыда аталып өткендей, екеуден көп байланыстарды артық де атайды. Бұған қоса олар құрылымдығы жағынан артық емес және қатты дене статикасы теңдеуінің көмегімен олардан күшті анықтау мүмкін еместігінен ғана олар солай аталады. Бір білікті кронштейндер бір реттік статикалық анықталмағандар деп аталады. Артық біліктер көп болуы да мүмкін. Статикалық анықталатын кронштейндердегі күшті есептеу 1.7 мысалында, ал орын ауыстыруларды есептеу – 2.7 мысалында қарастырылған. Енді, бір реттік статикалық анықталмайтын кронштейндер, яғни түйінінде үш білігі бар кронштейндер есебіне тоқталайық.

Бұндай кронштейндерді есептеудің жалпы тәртібі келесідей:

1. Есептің *статикалық жағы* болып табылатын тепе-теңдік теңдеуін құрастырады.
2. Деформацияланған кронштейннің сызбасы сызылады. Онда әр біліктің ұзаруы (қысқаруы), олардың ұштарының орын ауыстыруы,

ұштарының орын ауыстыратын нүктесі көрсетіледі. Кейін деформация ортақтастығының теңдеуі деп аталатын ұзарулар (қысқарулар) арасындағы геометриялық тәуелділікті табады. Бұл есептің *геометриялық жағы* болып саналады.

3. Гук заңының формуласы бойынша әр біліктің ұзауын (қысқаруын) анықтайды

$$\Delta l = \frac{Nl}{EF},$$

Бұл есептің *физикалық жағы* болып табылады. Біліктердің ұзаруын (қысқаруын) деформация ортақтастығының теңдеуінде бұл біліктердегі күштер арқылы өрнектейді және статика теңдеуіне жеткіліксіз келген теңдеулерді алады.

**2.13 мысал.** 2.18 суретінде көрсетілген статикалық анықталатын кронштейнге  $AD$  білігін қосу арқылы алынған статикалық анықталмайтын кронштейннің біліктерінен күштерді табу (сур. 2.26).  $AD$  білігінің көлденең қимасы – 1,5 см диаметрдегі дөңгелек,  $AC$  білігінің – екі бұрышы 50 x 5 мм, қалған деректерін 2.7 мысалынан алу. Статикалық анықталатын және статикалық анықталмайтын кронштейндердегі күштерді салыстыру.

#### Шешімі.

*Есептің статикалық жағы.* Жазбаларды қысқарту мақсатында  $N_{AB} = N_1$ ,  $N_{AD} = N_2$ ,  $N_{AC} = N_3$ ,  $l_{AB} = l_1$ ,  $l_{AD} = l_2$ ,  $\Delta l_{AB} = \Delta l_1$  және  $\Delta l_{AD} = \Delta l_2$  деп есептейтін боламыз. Статика тепе-теңдігінің теңдеуін құрастырамыз:

$$\sum X = 0, \text{ немесе } -N_1 \cos 45^\circ - N_2 \cos 60^\circ - N_3 = 0; \tag{a}$$

$$\sum Y = 0, \text{ немесе } N_1 \cos 45^\circ - N_2 \cos 30^\circ - F = 0;$$

Екі теңдеуде үш белгісіз күш:  $N_1$ ,  $N_2$  және  $N_3$ . Екінші теңдеуден  $N_1$  мен  $N_2$  арасындағы тәуелділікті орнатуға болады:

$$N_1 = \frac{F}{\cos 45^\circ} - N_2 \frac{\cos 30^\circ}{\cos 45^\circ},$$

мұндағы

$$N_1 = 1,41F - 1,22N_2. \tag{б}$$



Сур. 2.26. 2.13 мысалына.

*Есептің геометриялық жағы.*  $\Delta l_1$  мен  $\Delta l_2$  деформация ортақтастығының теңдеуін құраймыз.  $AC$  тірегі қатты екенін ескере отыра, оның оң жақ ұшы төменге  $AA_3$  қашықтығына орын ауыстырады деп есептейміз. Негізінде орын ауыстыру вертикальды емес, шеңбер доғасы бойымен өтетін болады, бірақ біз бұл жағдайды ескермейтін боламыз, өйткені ол есепті айтарлықтай күрделендіре түседі.  $AB$  мен  $AD$  біліктері  $F$  күшінің әсерінен сәйкесінше  $\Delta l_1$  мен  $\Delta l_2$ -ге ұзарады. Егер олар бір-бірімен байланыспаған жағдайда, олардың ұштары  $A_1$  мен  $A_2$  болар еді, алайда біліктер ажырамай деформацияланатындықтан, олардың ұштары  $AC$  білігіндегі сияқты  $A_3$  жеріне орын ауыстырады деп есептейтін боламыз. Біз  $A$  төбесіндегі бұрыштары сәйкесінше  $30^\circ$  және  $45^\circ$  болатын екі  $AA_2A_3$  және  $AA_1A_3$  тік бұрышты үшбұрышты алдық. Бұл үшбұрыштардың гипотенузасы ортақ  $AA_3 = \frac{AA_1}{\cos 45^\circ} = \frac{AA_2}{\cos 30^\circ}$ .  $AA_1 = \Delta l_1$ , ал  $AA_2 = \Delta l_2$  екендігін ескере отыра,

$$\Delta l_1 \cos 30^\circ = \Delta l_2 \cos 45^\circ$$

жаза аламыз. Бұндағы

$$\Delta l_1 = \Delta l_2 \frac{\cos 30^\circ}{\cos 45^\circ} = 0,82\Delta l_2. \quad (в)$$

*Есептің физикалық жағы.* Гук заңына сәйкес

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EA_1}; \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{EA_2}$$

(в) өрнегін ескере отырып

$$\frac{N_1 l_1}{EA_1} = 0,82 \frac{N_2 l_2}{EA_2}$$

аламыз. Бұндағы

$$N_1 = 0,82 \frac{N_2 l_2 EA_1}{EA_2 l_1} = 0,82 \frac{N_2 l_2 A_1}{A_2 l_1}$$

Алынған формулаға кіретін шамалардың сандық мәндерін табамыз:

$$l_1 = a/\cos 45^\circ = 200/0,707 = 283 \text{ см}; l_2 = a/\cos 60^\circ = 200/0,5 = 400 \text{ см};$$

$$A_1 = 2 \cdot 2 = 4 \text{ см}^2; A_2 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 1,5^2}{4} = 1,77 \text{ см}^2.$$

Демек,

$$N_1 = 0,82 \frac{N_2 \cdot 400 \cdot 4}{1,77 \cdot 283} = 2,62 N_2 \quad (\text{г})$$

Алынған тәуелділікті (б) өрнегіне отырып, мынаны аламыз:

$$2,62 N_2 = 1,41 F - 1,22 N_2;$$

$$3,84 N_2 = 1,41 F,$$

Бұдан

$$N_2 = \frac{1,41 F}{3,84} = \frac{1,41 \cdot 10}{3,84} = 3,67 \text{ кН.}$$

(г) өрнегін ескере отырып

$$N_1 = 2,62 \cdot 3,67 = 9,62 \text{ кН}$$

Жүктеменің жартысын өзіне алған артық біліктің есебінен  $N_1$  күші 14,1 кН-нан (2,7 мысалын қараң.) 9,62 кН-ға азайды.

(а) өрнегінің біріншісін қолдана отырып  $N_3$  – ті анықтаймыз:

$$N_3 = -N_1 \cos 45^\circ - N_2 \cos 60^\circ = -9,62 \cdot 0,707 - 3,67 \cdot 0,5 = -6,8 - 1,83 = -8,63 \text{ кН}$$

«Минус» таңбасы  $N_3$  күшінің А түйінінен емес, керісінше оған бағытталғанын білдіреді.



2.27 сурет. 2.5 есебіне

**Есеп 2.5.** Егер  $F = 30 \text{ кН}$ ,  $\alpha_1 = 30^\circ$ ,  $\alpha_2 = 45^\circ$ ,  $a_1 = 6 \text{ см}$ ,  $a_2 = 4 \text{ м}$ ,  $d = 2 \text{ см}$ ,  $l = 1,5 \text{ м}$ , материалы – болат,  $AC$  тірегі № 12 қос таврлы арқалық болса, кронштейндегі күшті анықтаңыз (сур. 2.27).

### 2.3.2. Қаттылық дәрежесі жоғары дiңгектi ұстап тұрған iлмектер мен бағаналардың күш салуын анықтау

Қаттылық дәрежесі жоғары дiңгектi ұстап тұрған және статикалық тұрғыдан анықталатын жүйені жасайтын iлмектер мен бағаналардың күш салуын анықтау есебі 1 тарауда қарастырылған (1.20 және 1.21 мысалдарын қараңыз.). Дiңгек нүктелерiнiң орын ауыстыруын анықтау есебі 2.8 мысалында шешiмiн тапқан болатын. Статика тепе-теңдiгiнiң теңдеуiнен iлмектер мен бағаналар саны көп болып келетiн статикалық тұрғыдан анықталмайтын жүйенi қарастырамыз. Бұндай жүйелер әртүрлi болып келедi. Дiңгектiң бiр ұшы негiзге (қабырғаға, тiреуiшке және т.б.) топсамен бекiтiлген, ал қалған бөлiгi екi байланыс (екi iлмек, немесе екi бағананың, немесе бiр iлмек пен бiр бағананың) көмегiмен ұсталып тұрған қарапайым жағдайды қарастыралық. Статикалық анықталатын жүйелерде тек бiр ғана байланыс (бағана немесе iлмек) болатындығын естерiңiзге сала кетелiк.

Iлмектер мен бағаналармен ұсталынып тұратын қатты дiңгектен құралған статикалық анықталмайтын жүйелердiң бiлiктерiндегi күш келесi тәртіпте анықталады:

1. Ойша бағаналар мен iлмектердi алып тастап, оларды  $N_1$  және  $N_2$  деп белгiленетiн күштермен алмастырылады.
2. Жүйенiң статикалық анықталмау дәрежесiн бекiтедi. Жүктеменiң әсерiнен жүзде үш белгiсiз пайда болады:  $V_A$ ,  $N_1$  және  $N_2$ .

Параллельді күштердің жүйесі үшін екі тәуелсіз тепе-теңдік теңдеуін құрастыруға болады, мәселен А және В нүктелеріне қатысты моменттер теңдеуі. Осылайша, үш белгісізбен екі теңдеуіміз бар. Есепті шешу үшін бір теңдеу жетіспейді. Бұндай есеп, жоғарыда айтылып өткендей, бір реттік статикалық анықталмайтын деп аталады. Есептің шарты бойынша қозғалмайтын А тіреуінің  $N_A$  реакциясын анықтау талап етілмейді, сондықтан бұл реакция кіретін теңдеуді алып тастаған жөн. Нәтижесінде екі белгісіз мүшеден:  $N_1$  және  $N_2$ -ден тұратын, қозғалмайтын тіреуге қатысты бір моменттер теңдеуі қалады. Теңдеуді құрастыру есептің статикалық жағына жатады.

3. Біліктердің деформациялары арасындағы тәуелділікті анықтайды. Ол үшін алдымен деформациядан бұрынғы және кейінгі жүйесі көрсетілген және әр біліктің ұзаруы (қысқаруы) берілген деформацияланған жүйенің сызбасы сызылады. Біліктердің ұзаруы (қысқарулары) арасына әрдайым тәуелділікті бекітуге болады, мысалы үшбұрыштар ұқсастығын қарастыра отырып. Кейбір формуламен өрнектелген бұндай тәуелділік жүйе деформациясының ортақастығы теңдеуі деп аталады. Көрсетілген тәуелділікті алу өз алдына есептің геометриялық жағы болып саналады.

4. Деформация ортақастығының теңдеуінде ұзартуларды (қысқартуларды) осы біліктердегі күштер арқылы өрнектейді. Ол үшін Гук заңының  $\Delta l = Nl / EA$  формуласын қолданады.

Нәтижесінде статиканың тепе-теңдігі теңдеуіне жеткіліксіз теңдеу болып келетін  $N_1$  және  $N_2$  күштері арасындағы тағы да бір байланысты аламыз. Бұндай тәуелділікті есептің физикалық жағы деп атайды. Екі теңдеу бойынша белгісіз күштерді анықтайды.

**Мысал 2.14.** А нүктесінде қозғалмайтын негізге топсаның көмегімен бекітілген AG дінгегін ұстап тұратын BC ілмегі мен DK бағанасындағы күштерді анықтау (сур. 2.28, а).

Егер біз осы дінгекті 2.20 суретіндегі дінгекпен салыстыратын болсақ, осы мысалда DK бағанасының пайда болғанын көруімізге болады.

### Шешімі.

Есептің статикалық жағы. Біліктерді алып тастап, оларды  $N_{BC}$  және  $N_{DK}$  күштерімен алмастырамыз (сур. 2.28, б). Жазбаның қарапайымдылығы үшін  $N_{BC} = N_1$  және  $N_{DK} = N_2$  деп аламыз. Есептің шарты бойынша бізге топсадағы күш қажет емес, вертикальды жүктеме түскен кезде екі тепе-теңдік теңдеуінен біреуі ғана қалады:  $\sum M_A = 0$ . Біздің мысал үшін ол келесі түрге енеді:

$$-N_1 \cdot 2a - N_2 \cdot 3,5a + F \cdot 4,5a = 0,$$

Бұдан

$$2N_1 + 3,5N_2 = 4,5F. \quad (a)$$



2.28 сурет. 2.14 мысалына:

$a$  – дінгектің берілген сызбасы;  $b$  – жүктемелер мен күштер әсерінің сызбасы;  $\vartheta$  – дінгек деформациясының сызбасы.

Бір теңдеуде екі белгісіз мүше болғандықтан, бұл есеп бір реттік статикалық анықталмайтын болып табылады.

*Есептің геометриялық жағы.* Деформацияланған жүйенің сызбасын саламыз (сур. 2.28,  $\vartheta$ ). Дінгек қатты болғандықтан, ол деформацияға ұшырамайды, тек  $A$  нүктесіне қатысты бұрылады.  $ABB_1$  мен  $ADD_1$  үшбұрыштар ұқсастығынан  $\frac{BB_1}{DD_1} = \frac{AB}{AD}$  шығады.  $BB_1 = \Delta l_{BC} = \Delta l_1$ , ал  $DD_1 = \Delta l_{DK} = \Delta l_2$  ескере отырып, мынаны жазамыз:

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{2a}{3,5a'}$$

Бұдан

$$\Delta l_1 = \frac{2}{3,5} \Delta l_2 = \frac{4}{7} \Delta l_2 \quad (6)$$

*Есептің физикалық жағы.* Гук заңының формуласының көмегімен BC және DK біліктерінің ұзаруларын ондағы күштер арқылы өрнектеп, (6) теңдеуіне қоямыз:



$$\frac{N_1 l_1}{E_1 A_1} = \frac{4N_2 l_2}{7E_2 A_2}. \quad (B)$$

2.28, *a* суретінде көрсетілгендей,  $l_1 = 2l$ ;  $E_1 = E_2 = E$ ;  $A_1 = A$ ;  $l_2 = l$ ;  $A_2 = 2A$ . Жалпы түрде келтірілген бастапқы деректерді (B) формуласына қоя отырып, мынаны аламыз:

$$\frac{N_1 \cdot 2l}{EA} = \frac{4N_2 l}{7E \cdot 2A'}$$

Бұндағы

$$N_1 = \frac{1}{7}N_2.$$

Табылған арақатынасты ескере отырып, (*a*) теңдеуі мына түрге енеді:

$$2\frac{1}{7}N_2 + 3,5N_2 = 4,5F,$$

немесе

$$2N_2 + 24,5N_2 = 31,5F,$$

Бұндағы

$$N_2 = \frac{31,5F}{26,5} = \frac{31,5 \cdot 30}{26,5} = 35,66 \text{ кН};$$

$$N_1 = \frac{1}{7}35,66 = 5,09 \text{ кН}.$$

Көріп отырғанымыздай, ВС ілмегіндегі күш 2.8 мысалымен салыстырғанда (онда күш 105 кН болатын) ДК бағанасын енгізу нәтижесінде түбегейлі өзгеріп кетті. Табылған күштер бойынша 2.8 суретінде орын алған діңгектің орын ауыстыруы анықталынды.

Қарастырылған жүйелерде біліктерді жасау кезіндегі олқылықтар (жобалық ұзындықтың үлкен немесе кем болуы) нәтижесінде, сондай-ақ олардың бірінің температурасының өзгеруі салдарынан ішкі күштер пайда болуы мүмкін. Бұндай есептер [7, 132-135 беттерінде] шешімін тапқан болатын. Сол беттерде өз бетімен жұмысқа арналған есептер берілген.

### 2.3.3. Кесілмейтін арқалықтарды есептеп шығару

**Кесілмейтін арқалықтар туралы жалпы мағлұматтар.** 1.5.1.5 бөлімшесінде тіреу реакцияларының саны тұрғысынан кесілмейтін арқалықтар жөнінде айтылған болатын. Төменде біз статикалық тұрғыдан анықталмайтын арқалықтарды олардың деформацияларын пайдалана отырып есептеп шығаруды қарастыратын боламыз.

Қарапайым арқалықты кесілмейтін арқалықтан және статикалық анықталмайтын арқалықтардың басқа да түрлерінен айырмашылығын көрнекі түрде көрсету үшін 2.29 суретіне жүгінеміз. 2.29, *a* суретінде екі тіреуден тұратын қарапайым статикалық анықталатын арқалық, 2.29, *б* суретінде – екі қарапайым немесе кесілетін, статикалық анықталатын арқалықтар жүйесі,

2.29, в суретінде – үш тіреуден құралған кесілмейтін арқалық, ал 2.29, г суретінде – төрт тіреуден тұрған кесілмейтін арқалық көрсетілген.

«Кесілмейтін арқалық» пен «статикалық тұрғыдан анықталмайтын арқалық» ұғымдарының мәндерін анықтайық. Бірнеше (екі не одан көп) аралықтарды жабатын арқалықты кесілмейтін арқалық деп атайды. Арқалық өз алдына тұтас (бірыңғай, монолитті) дінгек болып келеді (сур. 2.29, в, г). Бұндай арқалықтар статикалық анықталмайтындар болып табылады. Бірақ статикалық анықталмайтындарға тек кесілмейтін немесе көп аралықты арқалықтар ғана жатпайды, сонымен қатар бір (сур. 2.29, д) немесе екі (2.29, е) тіреуінде де қатты бекітілімі бар біраралықты арқалықтар да жатады. Бұндай арқалықтар кесілмейтіндерге, яғни көпаралықтыға жатпайды, олар тек статикалық анықталмайтындар.



Сур. 2.29. Арқалықтар түрлері:

$a$  - екі тіреуден тұратын біраралықты қарапайым арқалық;  $b$  – үш тіреуден тұратын екі біраралықты арқалықтар;  $v, z$  – үш немесе төрт тіреуден тұратын кесілмейтін арқалықтар;  $d$  – топсалы және қыспақ тіректен тұратын біраралықты арқалық;  $e$  – екі қыспақ тірегі бар біраралықты арқалық.

---

Біраралықты статикалық анықталмайтын арқалықты көпаралықты (екі-немесе ұшаралықты) арқалыққа өткізетін тәсілдер бар (төменде қарастырылатын болады), барлық статикалық анықталмайтын арқалықтарды кесілмейтіндер деп те атауға болады.

Қарапайым арқалық жүйесінде (2.29, б) бір аралыққа түскен күш көршілес жатқан арқалықтардың иілімін тудырмайды. Көпаралықты кесілмейтін арқалықтарда (2.29, в мен г) кез келген аралыққа түскен күш қалған барлық аралықтарда иілістер мен ішкі күштерді тудырады.

Кесілмейтін арқалықтарды есептеп шығару, қарапайым, яғни статикалық анықталатындар сияқты тіреу реакциялары мен  $Q_x$  пен  $M_x$  ішкі күштерін анықтауға негізделген және эпюраларды салумен аяқталады. Егер кесілмейтін арқалықтардың статикалық анықталмайтындығынынан «өтсек» (ашсақ), яғни қандай да бір жолмен тіреу реакцияларын немесе тіреудегі моменттерді

тапсақ, онда есептің қалған бөлігін есептеп шығу қиынға соқпайды.

Бұндай есептерді шешудің жалпы тәртібі келесідей. Берілген статикалық анықталмайтын арқалықтардың сызбасынан арқалықтың негізгі сызбасына өтеді. Бұл, әдетте, берілгендегі сияқты жүктемелері мен аралықтары бар, бірақ статикалық анықталатын арқалық сызбасы, өйткені одан артық байланыстар «алынып тасталған».

Кесілмейтін арқалықтарды есептеудің екі тәсілі бар: күштер әдісі және үш моменттер тендеуінің көмегімен есептеу. Күштер әдісімен есептеу екі жолмен орындалады. Бірінші тәсілінде ойша артық тіреулерді алып тастап, оларды белгісіз тіреу реакцияларымен алмастырады, екінші тәсілде – ойша тіреулерге белгісіз тіреу моменттері бар топсаларын енгізеді. Бірінші жағдайда статикалық анықталатын арқалықтар үшін берілген жүктеме әсерінен иілген жерді анықтайды, кейін арқалықты бастапқы күйіне әкелетін тіреу реакцияларының көлемін есептейді. Екінші жағдайда берілген жүктеме әсерінен қиманың бұрылу бұрышын анықтайды, кейін қиманы бастапқы күйіне әкелетін тіреу моментінің көлемін есептейді.

Күштер әдісі әлдеқайда қолайсыз және оны тек қарапайым сызбалар мен оқыту мақсаттарында қолданады. Күрделі жүктеме мен аралықтардың көп санынан тұратын арқалықтар үшін үш моменттер тендеуінің көмегімен есептеу әдісі қолданылады.

**Кесілмейтін арқалықтар күштер әдісімен есептеу.** Үш тіреуден және әрқайсысы  $l_1$  ұзындықтағы екі бірдей аралықтан тұратын арқалыққа бірдей таратылған жүктеме әсер ететін қарапайым мысалды қарастырайық (сур. 2.30, *a* немесе 2.31, *a*).

Бұндай статикалық анықталмайтын арқалықты есептеудің екі тәсілі бар. Бірінші тәсілінде  $B$  аралық тірегіндегі иіліс нөлге тең (сур. 2.30, *b*), екінші тәсілінде – сол тіректегі қима бұрылысының бұрышы нөлге тең (2.31, *b*). Нәтижесінде, бірінші жағдайда негізгісі ретінде  $AC$  аралығынан тұратын бір қарапайым арқалығының сызбасын (сур. 2.33, *e*), екінші жағдайда – әрқайсысы  $l_1$  аралықтағы екі қарапайым арқалық сызбасын (сур. 2.31, *e*) қарастырамыз.

*1-ші тәсіл.* Бір артық тіреуді, мысалы, ортаншысын алып тастады делік. Онда 2.30, *b* суретінде көрсетілген деформация сызбасының орнына 2.30, *e* суретінде көрсетілген сызба шығады. Арқалықтың ортасындағы, (яғни алынған тіреу орнындағы) иіліс  $IV$  қосымшаның 2 тармағына сәйкес келесі формула бойынша анықталады:

$$f_q = f_{max} = \frac{5ql^4}{384EJ}.$$

$l = 2l_1$  ескере отырып, мынаны табамыз:

$$f_q = \frac{5 q(2l_1)^4}{384 EJ} = \frac{5 q \cdot 16l_1^4}{384 EJ} = \frac{5 ql_1^4}{24 EJ}. \quad (a)$$

Бірақ, іс жүзінде,  $B$  тіреуі бар және ол кесілмейтін арқалыққа иілуге мүмкіндік бермейді. Кейбір  $R_B$  тіреу реакциясы арқалықты бұрынғы қалпына

әкеледі деп есептеуге болады (сур. 2.30,  $\varepsilon$  және  $\delta$ ). Бұл реакцияны IV қосымшаның 2 тармағына сәйкес мына формула бойынша анықтауға болады:

$$f_{R_B} = \frac{R_B l_1^3}{48J}$$



Сур. 2.30. Артық тіреулерді алып тастау арқылы кесілмейтін арқалықтың статикалық анықталмайтындығын ашуға арналған суреттеме:

а – үш тіреуден тұратын кесілмейтін ABC арқалығының сызбасы; б – кесілмейтін арқалықтың деформациялану сызбасы; в – бөлінген жүктмеден AC қарапайым арқалығының деформациялану сызбасы; г -  $R_B$  реакциясының әсеріндегі арқалықтың иілісі; д -  $R_B$

Сур. 2.31. Тіреуіне топсаны енгізу арқылы кесілмейтін арқалықтың статикалық анықталмайтындығын ашуға арналған суреттеме: а - кесілмейтін арқалық сызбасы; б – кесілмейтін арқалықтың деформациялану сызбасы; в – екі кесілетін арқалық сызбасы; г – тіреудегі моменттің әсерінен кесілетін арқалықтың бастапқы күйіне қайтып келуі

реакциясының әсерімен арқалықтың бастапқы күйіне қайтып келуі.

$l = 2l_1$  ескере отырып,

$$f_{R_B} = \frac{R_B(2l_1)^3}{48EJ} = \frac{R_B \cdot 8l_1^3}{48EJ} = \frac{1}{6} \frac{R_B l_1^3}{EJ}. \quad (6)$$

$f_q$  және  $f_R$  тең болатыны анық, сондықтан ( $a$ ) мен ( $b$ ) теңдеуінің оң жақтарын теңестіреміз:

$$\frac{5}{24} \frac{ql_1^4}{EJ} = \frac{1}{6} \frac{R_B l_1^3}{EJ}$$

Қысқартудан кейін алатынымыз:

$$\frac{5}{24} ql_1 = \frac{1}{6} R_B,$$

мұндағы

$$R_B = \frac{5}{4} ql_1$$

Арқалыққа (екі аралығына) түсетін барлық жүктеме  $2ql_1$ -ге тең. Арқалық симметриялы болғандықтан,  $R_A$  мен  $R_C$  тіреу реакциялары өзара тең және олардың әрқайсысы толық жүктеме мен  $R_B$  реакциясы арасындағы айырманың жартысына тең, яғни

$$R_A = R_C = \frac{1}{2}(2ql_1 - R_B) = \frac{1}{2}\left(2ql_1 - \frac{5}{4}ql_1\right) = \frac{3}{8}ql_1$$

Осылайша, тіреу реакцияларын анықтауға арналған есеп шешімін тапты.

Тіреу реакцияларын біле отырып, кез келген нүктенің иілген жерлері мен көлденең күштерін табуға болады. Мысалы,  $B$  тіреуінен иілген жерді анықтайық, арқалықтың сол жақ бөлігін қарастыра отырып:

$$M_B = R_A l_1 - ql_1 \frac{l_1}{2} = \frac{3}{8}ql_1 l_1 - \frac{ql_1^2}{2} = -\frac{ql_1^2}{8}.$$

Аралық ортасындағы тіреу моменті, яғни  $x = l_1 / 2$  кезінде келесіні құрайды:

$$M_x = R_A x - \frac{qx^2}{2} = \frac{3}{8}ql_1 \frac{l_1}{2} - \frac{q}{2}\left(\frac{l_1}{2}\right)^2 = \frac{3}{16}ql_1^2 - \frac{1}{8}ql_1^2 = \frac{ql_1^2}{16}.$$

Иілген жерлерді анықтауға арналған есеп өз шешімін тапты.

*2-ші тәсіл.* Енді аралық тіректі 1-ші тәсілдегідей сияқты алып тастамай, оған топсаны енгізді делік. Бұл тіреудің  $B$  нүктесіне төменге орын ауыстыруға мүмкіндік бермейтіндігін білдіреді, бірақ қимаға осы жерде жүктеменің әсерінен кейбір  $\theta_q$  бұрышына бұрылуға жағдай жасайды (сур. 2.31,  $\epsilon$ ). IV қосымшаның 2 тармағына сәйкес

$$\theta_q = \frac{ql_1^3}{24EJ}$$

Алайда қима вертикальды күйде қалады, яғни бұрылмайды, өйткені

арқалық монолитті болатын (2.31, б суретін қараң).

Тіреудегі кейбір  $M_B$  игіш моменттер қиманы кері бағытқа  $\theta_M$  бұрышына бұра отырып, вертикальды күйге (сур. 2.31, з) қайтарады деп есептеуге болады. IV қосымшаның 3 тармағына сәйкес  $M_B$  тіреу моментінен бұрылу бұрышы

$$\theta_M = \frac{M_B l_1}{3EJ}$$

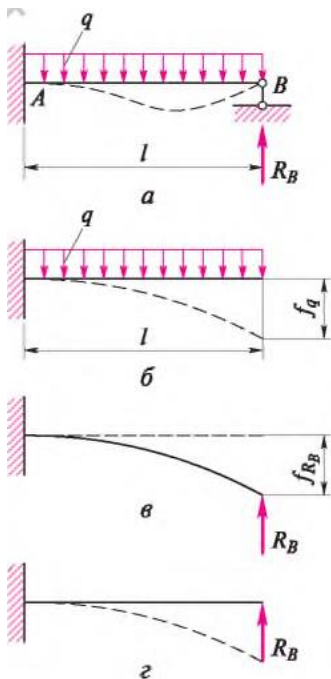
Қиманың бастапқы күйіне қайтуы  $\theta_q$  мен  $\theta_M$  бұрыштарының теңдігі кезінде орын алуы мүмкін, яғни

$$\frac{ql_1^3}{24EJ} = \frac{M_B l_1}{3EJ}, \quad \text{мұндағы } M_B = \frac{ql_1^2}{8}$$

Есепті 1-ші тәсілмен шешу кезінде В тіреуіндегі момент те  $\frac{ql_1^2}{8}$ -ге тең болды, яғни әртүрлі тәсілдермен алынған нәтиже бірдей болып шықты.

**Есеп 2.6.** Деформация сызбасы (сур. 2.32, б-з) мен IV қосымшаны пайдалана отырып, арқалықтың  $R_B$  реакциясының шамасын анықтаңыз (сур. 2.32, а).

**Кесілмейтін арқалықтарды үш моменттер теңдеуінің көмегімен есептеу.** Жоғарыда келтірілген статикалық анықталмайтын арқалықтарды есептеу әдістемесі күрделі емес арқалықтар үшін қарапайым болып табылады және күрделі жүктемедегі көпаралықты арқалықтар үшін көп еңбекті қажетсінеді. Бұндай кесілмейтін арқалықтар үшін үш моменттер теңдеуінің көмегімен есептеу әдістемесі қолданылады. Бұл каноникалық, яғни біркелкі (немесе типтік) теңдеулер. Олардың нәтижелері осы оқулыққа кірмейді. Олардың қарапайымдылығы соншалық, оларды күрделі жүктемедегі кесілмейтін арқалықтарды есептеу кезінде қолдануға болады. Аталынған әдістемеге себебінен біраралықты статикалық анықталмайтын арқалық, мысалы 2.33, а суретінде көрсетілген арқалық кесілмейтін екіаралықты арқалыққа келтірілуі мүмкін.



Сур. 2.32. 2.6 мысалына:

а – жүктеме әсері мен болуы мүмкін деформацияның берілген сызбасы; б –  $B$  тіреуі болмаған кездегі консольдың берілген жүктемеден деформациялануы сызбасы; в -  $R_B$  реакциясының әсерінен консольдың иілген жері; г -  $R_B$  реакциясының әсерінен консольдың бастапқы күйге қайтып келуі.



Сур. 2.33. Біраралықты статикалық тұрғыдан анықталмайтын арқалықты кесілмейтін арқалыққа келтіру:

а – біраралықты арқалық; екіаралықты кесілмейтін арқалық.

Бұндай тәсіл каноникалық теңдеулерді құрастыру үшін қажет. Оған кіретін жалған аралықтың ұзындығын нөлге тең деп есептейді:  $l_1 = 0$ .

Кесілмейтін арқалықтарды үш моменттер теңдеуінің көмегімен келесі тәртіпте есептейді:

1. Берілген сызбада аралықтар мен тіреулерді белгілейді. Бірінші аралықты  $l_1$ , екіншісін –  $l_2$ , үшіншісін –  $l_3$  және т.с.с. белгілейді. Бірінші тіреуді 0, екіншісін – 1, үшіншісін – 2 және т.с.с. деп көрсетіледі.
2. Берілген сызбадан негізге сызбаға көшеді. Ол үшін әр тіреуді топса мен жойылған байланыстың әрекетін өтейтін тіреу моменттерімен алмастырады. Тіреу моменттері тіреу нөмірлеріне байланысты белгіленеді:  $M_0, M_1, M_2$ , және т.с.с. Бұл моменттердің шамалары белгісіз.

Егер арқалықта консоль болса, онда оны негізгі сызбада алып тастайды, ал консольға лақтырылған күштердің әсері ескеріледі. Егер шеткі тіреулердің бірі қатты қысылған болса, онда негізгі сызбада оны топсалы тіреумен алмастырып, тағы бір аралық пен тіреуді қосады. Қосылған аралық пен тіреулерді жалған деп атайды, өйткені берілген сызбада олар жоқ (2.33 суретін қараң). Жалған аралық ұзындығын нөлге теңейді. Егер қыспақ тіреу сол жақ ұшында орналасса, онда жалған аралықты  $l_0 = 0$ , жалған тіреуді -1 (минус бірінші), ал тіреу моментін  $M_{-1} = 0$  деп белгілейді. Егер қыспақ тіреу оң жақ ұшында орналасса, онда жалған аралыққа, тіреу мен моментке алдыңғы аралықтың (тіреудің, моменттің) нөмірінен (индексінен) кейінгі келетін нөмірді (индексті) бекітеді.

3. Негізгі сызба үшін әр аралықтан берілген жүктемедегі игіш моменттердің мәндерін анықтайды. Табылған мәндер бойынша негізгі сызба үшін берілген жүктемеден моменттер эпюрасын салады. Оны  $M_x^0$  деп белгілейді. Моменттер шамалары мен эпюралар сипатын III қосымшаның деректері бойынша анықтайды.
4. Үш моменттер теңдеуінен белгісіз тіреу моменттерін табады. Теңдеулерді әр аралық тіреулері үшін құрастырады. Бір аралық тіреу кезінде – бір теңдеу, екі аралық тіреу кезінде – екі және т.б.

Барлық тіреулері топсалы немесе бір (оң) қыспақ болып келетін арқалық үшін үш моменттер теңдеуі келесі түрде болады:

1. Бірінші аралық тіреу үшін (1-ші тіреуге)

$$M_0 l_1 + 2M_1(l_1 + l_2) + M_2 l_2 = -6(B_1^\Phi + A_2^\Phi); \quad (2.11)$$

2. Екінші аралық тіреу үшін (2-ші тіреуге)

$$M_1 l_2 + 2M_2(l_2 + l_3) + M_3 l_3 = -6(B_2^\Phi + A_3^\Phi); \quad (2.12)$$

мұндағы  $M_0, M_3$  – соңғы тіреулердегі тіреу моменттері, оларды арқалық сызбасы бойынша анықтайды;  $M_1, M_2$  – аралық тіреулердегі тіреу моменттері, оларды теңдеулерді шешу арқылы анықтайды;  $B_1^\Phi, A_2^\Phi, B_2^\Phi, A_3^\Phi$  – негізгі сызба үшін жалған тіреу реакциялары (IX қосымшаны қараң.), индекстері аралықтардың нөмірлерін білдіреді.

Егер қыспақ тіреу сол жақта орналасса, онда барлық қосымша



түрлендірулерді ескере отырып (2 тармақты қараң.), үш моменттер теңдеуі келесі түрде жүреді:

3. Бірінші аралық тіреу үшін (1-ші тіреуге)

$$M_{-1}l_0 + 2M_0(l_0 + l_1) + M_1l_1 = -6(B_0^\Phi + A_1^\Phi); \quad (2.13)$$

4. Екінші аралық тіреу үшін (2-ші тіреуге)

$$M_0l_1 + 2M_1(l_1 + l_2) + M_2l_2 = -6(B_1^\Phi + A_2^\Phi); \quad (2.14)$$

мұндағы  $M_{-1}$ ,  $M_2$  – соңғы тіреулердегі тіреу моменттері, оларды аркалық сызбасы бойынша анықтайды;  $M_0$ ,  $M_1$  – аралық тіреулердегі тіреу моменттері, оларды теңдеулерді шешу арқылы анықтайды;  $B_0^\Phi$ ,  $A_1^\Phi$ ,  $B_1^\Phi$ ,  $A_2^\Phi$  – негізгі сызба үшін жалған тіреу реакциялары (IX қосымшаны қараң.). Мысалдарда олар негізгі сызбада шартты түрде көрсетілген. Жалған тіреу реакциялары туралы толығырақ [6] -да жазылған.

Теңдеулерді шешіп, тіреу моменттерін анықтайды.

5. Анықталған мәндер бойынша сәйкесінше тіреулерден таңбаларын ескере отырып,  $M_{\text{тип}}$  тіреу моменттерінің эпюрасын салады.

6. Берілген сызба үшін берілген жүктемеден  $M_x$  игіш моменттерінің мәндерін сипаттық нүктелерден  $M_x^0$  және  $M_{\text{тип}}$  эпюраларын қосу арқылы анықтайды. Анықталған мәндер бойынша  $M_x$  эпюрасын жасайды. Ол  $Q_x$  эпюрасын салғаннан кейін нақтылануы тиіс.

7. Тіреулерден  $Q_x$  көлденең күштерінің мәндерін анықтайды:

$$Q_0^{\text{оң}} = A_1^0 + \frac{M_1 - M_0}{l_1};$$

$$Q_1^{\text{сол}} = -B_1^0 + \frac{M_1 - M_0}{l_1}; \quad Q_1^{\text{оң}} = A_2^0 + \frac{M_2 - M_1}{l_2};$$

(2.15)

$$Q_2^{\text{сол}} = -B_2^0 + \frac{M_2 - M_1}{l_2}; \quad Q_2^{\text{оң}} = A_3^0 + \frac{M_3 - M_2}{l_3},$$

мұндағы  $Q_1^{\text{сол}}$ ,  $Q_1^{\text{оң}}$  –  $i$ -ші ( $i = 0, 1, 2$ ) тіреудің сәйкесінше сәл оң және сәл сол жағындағы көлденең күш мәні;  $A_1^0$ ,  $B_1^0$ ,  $A_2^0$ ,  $B_2^0$ ,  $A_3^0$  – қарапайым аркалық үшін тіреу реакциялары (III қосымшаны қараң.);  $M_0$ ,  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  – алдын табылған (4 тармақты қараң.) тіреу моменттері.

Аралықтар арасындағы және консольды жерлердегі көлденең күштерді жалпы ереже бойынша анықтайды. Табылған мәндер бойынша жүктеме мен  $Q_x$  эпюрасының сипаты арасындағы байланысты қолдана отырып,  $Q_x$  эпюрасын тұрғызады.

8. 0, 1, 2, 3 тіреулерінен тіреу реакцияларын анықтайды:

$$R_0 = Q_0^{\text{оң}}; \quad R_1 = -Q_1^{\text{сол}} + Q_1^{\text{оң}};$$

(2.16)

$$R_2 = -Q_2^{\text{сол}} + Q_2^{\text{оң}}; \quad R_3 = -Q_3^{\text{сол}} + Q_3^{\text{оң}}.$$

9.  $M_x$  эпюрасын нақтылайды. Ол үшін  $Q_x$  эпюрасының көлбеу сызығы нөлдік сызықтан өтетін нүктелерден игіш моменттерді анықтайды.

Тексеру ретінде арқалықтың кез келген нүктесіне қатысты барлық сол және барлық оң күштер моменттерінің (соның ішінде тіреу реакцияларының) қосындысын табуға болады. Олар өзара тең болуы қажет.

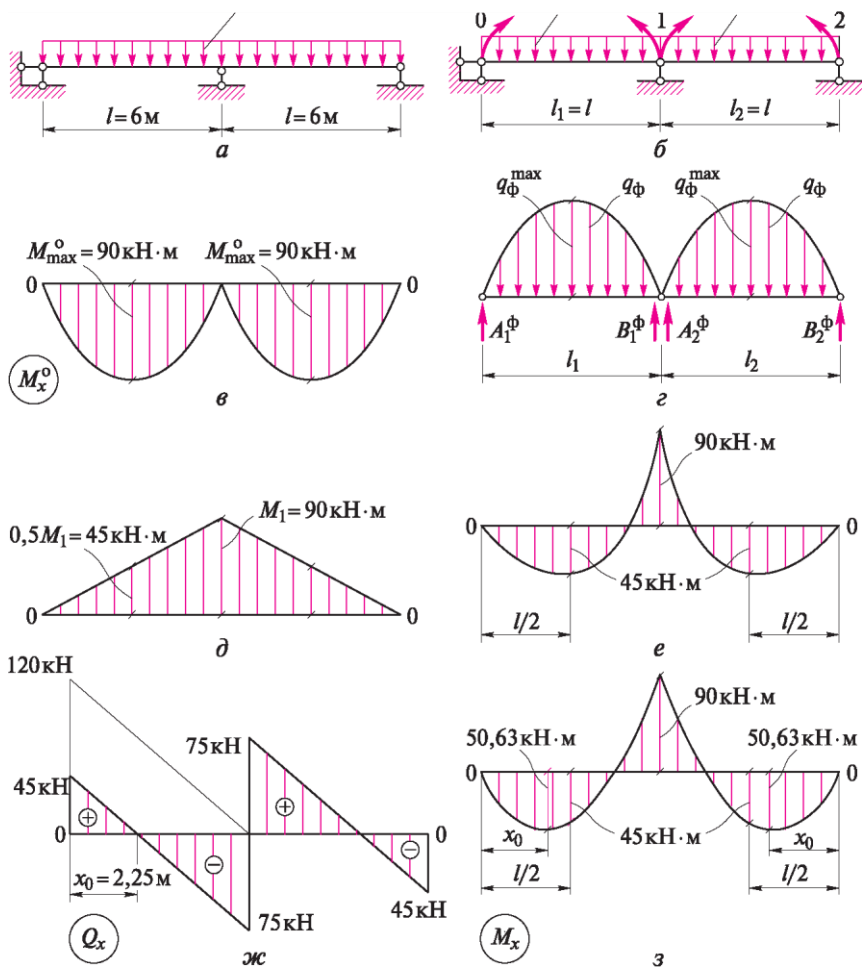
**Мысал 2.15.** Егер  $l = 6$  м,  $q = 20$  кН/м болғандағы  $M_x$  және  $Q_x$  эпюраларын тұрғызу, сондай-ақ екіаралықты кесілмейтін арқалықтың тіреу реакцияларын табу.

**Шешімі.**

1. Тіреулерді 0, 1, 2, ал аралықтарды  $l_1$  және  $l_2$  деп белгілейміз.
2. Берілген сызбадан негізгі сызбаға өтеміз: 1 тіреуіне топса енгізіп, әр тіреуге  $M_0$ ,  $M_1$ ,  $M_2$  тіреу моменттерін көрсетеміз (сур. 2.34, б).
3. Негізгі сызба үшін берілген жүктемеден игіш моменттерді анықтаймыз. III қосымшаның 4 тармағына сәйкес әр аралықтағы момент мына формуламен анықталады:

$$M_{max}^0 = \frac{ql^2}{8} = \frac{20 \cdot 6^2}{8} = 90 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Негізгі сызбаның екі арқалығының да аралық ұзындығы мен жүктемесі бірдей болғандықтан, сәйкесінше олардың аралықтарының нүктелеріндегі моменттер тең болады. Негізгі сызба үшін берілген жүктемеден игіш моменттер эпюрасын саламыз (сур. 2.34, в). Негізгі сызба үшін жалған жүктеме мен жалған тіреу реакцияларын көрсетеміз (сур. 2.34, з). Есептерді шешуде соңғы қадамды жасамауға да болады. Ол жалған тіреу реакцияларының мәні түсінікті болу үшін орындалған болатын.



Сур. 2.34. 2.15 мысалына:

а – екіаралықты кесілмейтін аркалықтың берілген сызбасы; б – аркалықтың негізгі сызбасы; в – негізгі сызба үшін арналған  $M_x^0$  эпюрасы; г -  $M_x$  заңы бойынша өзгертін жалған жүктеме мен жалған тіреу реакциялары бар аркалықтың сызбасы; д – тіреу моменттерінің эпюрасы; е -  $M_x^0$  мен  $M_1$  моменттерін қосу арқылы алынған, берілген сызбаға арналған  $M_x$  эпюрасы; ж – берілген сызба үшін арналған  $Q_x$  эпюрасы; з – нақтыланған  $M_x$  эпюрасы.

4. Үш моменттер теңдеуін құрастырамыз. Теңдеу біреу ғана болады, өйткені бізде тек бір аралық тіреу ғана бар (1-ші тіреу). Біздің теңдеуіміз (2.11) теңдеуімен сәйкес келеді:

$$M_0 l_1 + 2M_1(l_1 + l_2) + M_2 l_2 = -6(B_1^\phi + A_2^\phi); \quad (a)$$

$B_1^\phi$ ,  $A_2^\phi$  жалған тіреу реакциялары IX қосымшаның 4 тармағына сәйкес келесі формулалар бойынша анықталады:

$$B_1^\phi = \frac{ql^3}{24}; \quad A_2^\phi = \frac{ql^3}{24}.$$

Соңғы тіреу топсаларындағы тіреу моменттері нөлге тең, яғни  $M_0 = 0$  және  $M_2 = 0$ . Осыны ескере отырып (a) теңдеуі келесі түрге енеді:

$$0 \cdot l + 2M_1(l + l) + 0 \cdot l = -6\left(\frac{ql^3}{24} + \frac{ql^3}{24}\right),$$

немесе 
$$4M_1 l = -6\frac{ql^3}{12},$$

бұдан шығатыны 
$$M_1 = -\frac{ql^2}{8} = 90 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Осыған ұқсас мысалды (2.30, a суретін қараң.) 1-ші тәсілмен шешу кезінде біз тап сондай тіреудегі моментке арналған өрнекті алған болатынбыз ( $ql^2/8$ ).

5. Тіреу моменттерінің эпюрасын тұрғызамыз (сур. 2.34, d). Бұдан аралықтың ортасындағы тіреу моменті  $M_1 / 2 = -\frac{ql^2}{16} = -\frac{20 \cdot 6^2}{16} = -45 \text{ кН} \cdot \text{м}$  көруге болады.

6. Берілген сызба үшін игіш моменттер эпюрасын тіреулер мен аралықтың ортасындағы  $M_x^0$  мен  $M_1$  моменттерін қосу арқылы тұрғызамыз (сур. 2.34, e).

7. (2.15) формуласын пайдалана отырып, тіреулердегі көлденең күштердің мәндерін анықтаймыз:

$$Q_0^{\text{OH}} = A_1^0 + \frac{M_1 - M_0}{l_1} = \frac{ql_1}{2} + \frac{-\frac{ql_1^2}{8} - 0}{l_1} = \frac{ql}{2} - \frac{ql}{8} = \frac{3}{8}ql = \frac{3}{8}20 \cdot 6 = 45 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$Q_1^{\text{COЛ}} = -B_1^0 + \frac{M_1 - M_0}{l_1} = -\frac{ql}{2} - \frac{ql}{8} = -\frac{5}{8}20 \cdot 6 = -75 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Оң аралық ( $l_2$  аралығы) үшін көлденең күштерді есептеудің қажеттілігі жоқ, өйткені  $Q_x$  эпюрасы сол аралық үшін салынған эпюраға қиғаш симметриялы болып келеді (сур. 2.34, ж).

8. (2.16) формулаларын пайдалана отырып, тіреу реакцияларын анықтаймыз:

$$R_0 = Q_0^{\text{OH}} = \frac{3}{8}ql = 45 \text{ кН};$$

$$R_1 = -Q_1^{\text{COЛ}} + Q_1^{\text{OH}} = -\left(-\frac{5}{8}ql\right) + \frac{5}{8}ql = \frac{5}{4}ql = \frac{5}{4}20 \cdot 6 = 150 \text{ кН}.$$

$R_0$  мен  $R_1$  тіреу реакциялары үшін жалпы түрдегі өрнектер осыған ұқсас мысалды (2.30, *a* суретін қараң.) 1-ші тәсілмен шешу кезінде алынған  $R_A$  мен  $R_B$  тіреу реакцияларының өрнектеріне сәйкес келеді ( $R_A = \frac{3}{8}ql$ ,  $R_B = \frac{5}{4}ql$ ).

$$R_2 = R_0 = \frac{3}{8}ql = 45 \text{ кН екені анық.}$$

9.  $M_x$  эпюрасын нақтылаймыз. 0 тіреуінен  $Q_x$  эпюрасының нөлдік сызықты кесу нүктесі қандай қашықтықта орналасқ

анын анықтаймыз. Үшбұрыштар ұқсастығынан (2.34, ж суретін қараң.)  $x_0 / l = 45 / (45 + 75)$  шығады, бұндағы  $x_0 = \frac{45 \cdot 6}{120} = 2,25 \text{ м.}$

Қиылысу нүктесіндегі игіш момент

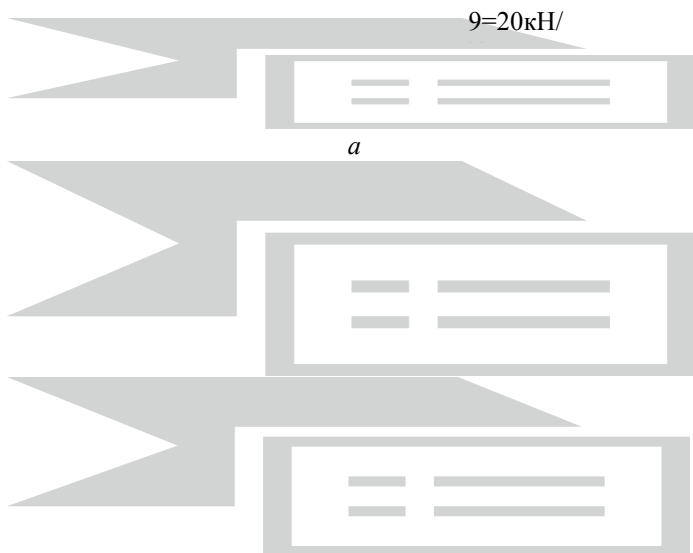
$$M_{x_0} = R_0 x_0 - \frac{qx_0^2}{2} = \frac{3}{8}qlx_0 - \frac{qx_0^2}{2} = \frac{3}{8}20 \cdot 6 \cdot 2,25 - \frac{20 \cdot 2,25^2}{2} = 50,63 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Осылайша, сол тіреуден  $x_0 = 2,25$  қашықтығында орналасқан нүктедегі момент аралықтың ортасындағы  $45 \text{ кН} \cdot \text{м}$ -ге тең моменттен үлкен. 2.34, *e* суретінде келтірілген  $M_x$  эпюрасының нақтылануы осыған негізделген.  $M_x$  нақтыланған эпюрасы 2.34, *з* суретінде көрсетілген.

**Мысал 2.16.** Егер  $q = 20 \text{ кН/м}$ ,  $l = 6 \text{ м}$  болғандағы  $M_x$  эпюрасын тұрғызу және 2.35, *a* суретінде келтірілген ұшаралықты кесілмейтін арқалық үшін тіреу реакцияларын анықтау.

**Шешімі.** Алдыңғы мысалдағы амалдарды орындайтын боламыз, бірақ оларды қысқаша сипаттап өтеміз.

1. Тіреулерді 0, 1, 2, 3, ал аралықтарды  $l_1, l_2, l_3$  деп белгілейміз (сур. 2.35, *б*).





2.16 мысалына:

а – ұшаралықты кесілмейтін арқалықтың берілген сызбасы; б – арқалықтың негізгі сызбасы; в – негізгі сызба үшін арналған  $M_x^0$  эпюрасы; г - тіреу моменттерінің эпюрасы; д – арқалықтың берілген сызбасы үшін игіш моменттер эпюрасы.

2. Негізгі сызбаға өтеміз: 1 мен 2 тіреулеріне топса енгізіп, әр тіреуге белгісіз  $M_0$ ,  $M_1$ ,  $M_2$  және  $M_3$  тіреу моменттерін көрсетеміз (сур. 2.35, б). 0 мен 3 тіреулері соңғы топсалы болғандықтан, моменттер  $M_0=0$  және  $M_2=0$ . Олар үш моменттер теңдеуін құрастыру үшін көрсетіліп отыр.

3. Негізгі сызба үшін берілген жүктемеден игіш моменттерді анықтаймыз. III қосымшаның 4 тармағына сәйкес әр аралықтағы момент мына формуламен анықталады:

$$M_{max}^0 = \frac{ql^2}{8} = \frac{20 \cdot 6^2}{8} = 90 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Алдыңғы мысалдағы сияқты. Үш қарапайым арқалық үшін игіш моменттер эпюрасын саламыз. Олар бірдей болады (сур. 2.35, в).

4. Үш моменттер теңдеуін құрастырамыз. Олар екеу болады: аралық тіреулердің сандары бойынша. 1-ші тіреу үшін теңдеу (2.11) теңдеуімен, ал 2-ші тіреу үшін (2.12) теңдеуімен сәйкес келеді:

$$M_0l_1 + 2M_1(l_1 + l_2) + M_2l_2 = -6(B_1^\phi + A_2^\phi); \quad (a)$$

$$M_1l_2 + 2M_2(l_2 + l_3) + M_3l_3 = -6(B_2^\phi + A_3^\phi);$$

Алдыңғы мысалдағы сияқты, жалған тіреу реакцияларын IX қосымшаның 4 тармағына сәйкес анықтаймыз. Барлық аралықтар бірдей және олардың

әрқайсысының арқалығына бір  $q$  жүктемесі түсетіндіктен,

$$B_1^\phi = A_2^\phi = B_2^\phi = A_3^\phi = \frac{ql^3}{24}.$$

Осылайша, (а) теңдеуінің оң жақ бөліктері бірдей және тең  $-6\left(\frac{ql^3}{24} + \frac{ql^3}{24}\right) = -\frac{ql^3}{2}$ .

$M_0 = M_3 = 0$  ескере отырып, (а) теңдеуінің біріншісі келесі түрге енеді:

$$2M_1(l + l) + M_2l = -\frac{ql^3}{2},$$

немесе

$$4M_1l + M_2l = -\frac{ql^3}{2},$$

немесе  $l$ -ға қысқартқаннан кейін

$$4M_1 + M_2 = -\frac{ql^2}{2}. \quad (\delta)$$

(а) теңдеуінің екіншісі мына түрге енеді:

$$M_1l + 2M_2(l + l) = -\frac{ql^3}{2},$$

немесе

$$M_1l + 4M_2 = -\frac{ql^3}{2},$$

немесе  $l$ -ға қысқартқаннан кейін

$$M_1 + 4M_2 = -\frac{ql^2}{2},$$

бұндағы

$$M_1 = -\frac{ql^2}{2} - 4M_2.$$

$M_1$  үшін алынған өрнекті (δ) теңдеуіне қоямыз:

$$4\left(-\frac{ql^2}{2} - 4M_2\right) + M_2 = -\frac{ql^2}{2},$$

немесе

$$-15M_2 = \frac{3}{2}ql^2,$$

бұндағы

$$M_2 = -\frac{1}{10}ql^2 = -\frac{1}{10}20 \cdot 6^2 = -72 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_2 = -\frac{ql^2}{2} - 4M_2 = -\frac{20 \cdot 6^2}{8} - 4(-72) = -360 + 288 = -72 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

5.  $M_{\text{тір}}$  тіреу моменттерінің эпюрасын тұрғызамыз (сур. 2.35, з).

6. Кесілмейтін арқалық үшін  $M_x$  игіш моменттер эпюрасын арқалықтың тіреу моменттері мен аралық моменттерін қосу арқылы тұрғызамыз (сур. 2.35, д). Бірінші мен үшінші аралықтардың ортасындағы момент  $90 - 0,5 \cdot 72 = 54 \text{ кН} \cdot \text{м}$ , ал екіншісінің ортасындағы  $-90 - 72 = 18 \text{ кН} \cdot \text{м}$ -ге тең.

Үш арқалықтың моменттерін салыстырайық: қарапайым (біраралықты) және екі кесілмейтін (екі- және үшаралықты).

Қарапайым арқалықтың бірінші аралығының ортасында момент  $90 \text{ кН} \cdot \text{м}$ -ге, екіаралықты кесілмейтін  $-45 \text{ м}$ -ге, үшаралықтыда  $-54 \text{ кН} \cdot \text{м}$ -ге тең, яғни екі кесілмейтін арқалықта да момент айтарлықтай аз.

Қарапайым арқалықтың 1-ші тіреуінде момент нөлге, екіаралықтыда  $-90$

кН · м-ге, ұшаралықтыда – 72 кН · м-ге тең.

Қарапайым арқалықтың екінші аралығының ортасында момент 90 кН · м-ге, екi аралықтыда – 45 кН · м-ге, ұшаралықтыда – 18 кН · м-ге тең.

$Q_x$  эпюрасын тұрғызу, тіреу реакцияларын анықтау және ұшаралықты арқалықтың  $M_x$  эпюрасын нақтылау амалдары алдыңғы мысалдағыдай етіп орындалады.

Қарапайым арқалықтар жүйесінің моменттер эпюрасы (2.35, *в* суретін қараң.) мен дәл сондай жүктемедегі және аралықтары бар кесілмейтін арқалықтың моменттер эпюрасымен салыстыру (2.35, *д* суретін қараң.) кезінде бірінші жағдайда аса көп игіш моменттер 90 кН · м, ал екінші жағдайда – 72 кН · м (абсолютті шама бойынша) екендігі көрініп отыр, яғни 25%-ға аз. 3 тарауда көрсетілгендей, арқалықты жасау үшін материалдардың шығыны ең алдымен ондағы игіш моменттеріне байланысты келеді. Демек, біздің жағдайымызда кесілмейтін арқалық қарапайымға қарағанда 25%-ға тиімдірек. Басқа жағдайларда материалдардың үнемділігі аз болып шығуы мүмкін, бірақ басқа да теңдей жағдайларда кесілмейтін арқалықтар қарапайым арқалықтардан тиімдірек келеді.

Күрделі жүктемедегі кесілмейтін арқалықтарды есептеудің мысалдары [7] - де берілген: бір реттік статикалық анықталмайтындар үшін – 62 – 96 беттерінде, екі реттік статикалық анықталмайтындар үшін – 190 – 201 беттерінде. Бір реттік статикалық анықталмайтын арқалықтарды есептеу бойынша өздігінен жұмысқа арналған тапсырмалар [7] -де 96 – 100 беттерінде, ал екі реттік статикалық анықталмайтындар үшін – 202 – 204 беттерінде берілген.

### 2.3.4. Статикалық тұрғыда анықталмайтын қаңқаларды есептеу

Статикалық тұрғыда анықталмайтын қаңқаны статикалық тұрғыда анықталатыннан артық байланыстарды қосу арқылы алынуы да мүмкін, мысалы, бір тіреу білігі қаңқаны бір реттік статикалық тұрғыда анықталмайтын етеді.

Бұндай қаңқаларды есептеу үшін кесілмейтін арқалықтарды есептеуге арналған әдісті қолданады. Бұл әдістің негізіне кейбір стандартты түрге ие және күштер әдісінің каноникалық теңдеуі деп аталатын орын ауыстырудың үйлесімділік теңдеуі жатыр. Бұндай теңдеулерді математикалық аппаратты және сәйкесінше теориялық тәсілдерін қолдана отырып шығару орта кәсіби оқу мекемесінің курсына қарастырылмаған. Күрделі емес статикалық тұрғыда анықталмайтын қаңқаларды есептейтін дайын әдістемелер бар.

Статикалық тұрғыда анықталмайтын қаңқаларды күштер әдісімен келесі тәртіпте есептейді:

1. Жүйенің статикалық тұрғыда анықталмайтындығы дәрежесін мына формуламен анықтайды:

$$A = 2T + B_{\text{тип}} - 3D \quad (2.17)$$



мұндағы  $T$  – қаңқадағы аралық топсалардың саны;  $B_{\text{тір}}$  – қаңқаны негізге бекітетін тіреу біліктерінің саны (топсалы жылжитын тіреуде бір тіреу білігі, топсалы жылжымайтында – екі, қатты қыспақ тіреуде – үш білік болады);  $D$  – жүйені құрайтын қатты дисктер саны.

Жүйенің статикалық анықталмайтындық дәрежесі артық байланыстар санына тең (оның белгіленуі осыдан шығып отыр). Қарапайым сызбалар кезінде статикалық анықталмайтындық дәрежесін оңай табуға болады, ал күрделі сызбаларда (2.17) формуласын қолдану қажет.

2. Статикалық анықталатын болып табылатын негізгі сызбаны таңдайды. Ол үшін артық байланыстарды лақтырып, олардың әрекетін белгісіз реакциялармен алмастыру қажет.

3. Негізгі сызба үшін сипаттық нүктелерде берілген жүктемеден игіш моменттерді анықтайды және моменттер эпюрасын жасайды. Бұл эпюра жүк эпюрасы деп аталады және  $M_x^0$  болып белгіленеді.

4. Бірлік күштерінен моменттер эпюрасын тұрғызады. Егер артық байланыстар екеу болса, онда бірлік күштері де екеу болады:  $\overline{X}_1 = 1$  және  $\overline{X}_2 = 1$ . Бұл эпюраларды бірлік эпюралары деп атайды және  $\overline{M}_1$  және  $\overline{M}_2$  болып белгіленеді. Егер артық байланыс біреу ғана болса, онда бірлік күші де біреу  $\overline{X}_1 = 1$  болады және сәйкесінше эпюра да біреу  $\overline{M}_1$ .

5. Күштер әдісінің каноникалық теңдеуі құрастырылады. Теңдеулер саны жүйенің статикалық анықталмайтындық дәрежесіне байланысты келеді (белгісіздер саны). Екі белгісіз мүшесі бар жүйе үшін келесі түрдегі екі теңдеу құрастырылады:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1F} = 0; \quad (2.18)$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2F} = 0;$$

Бір реттік статикалық анықталмайтын жүйе үшін бір теңдеу құрастырылады:

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1F} = 0; \quad (2.19)$$

Белгісіздер кезінде  $\delta$  коэффициенттерін бірлік эпюрасының мәндерін көбейту арқылы, ал  $\Delta$  бос мүшелерін + бірлік эпюрасы мен жүк эпюрасының мәндерін көбейту арқылы анықтайды. Бұған қоса VIII қосымшаны қолдану қажет. Теңдеуден  $X_1$  және  $X_2$  белгісіздерін табады.

6. Табылған күштерден  $M_{x_1}$  және  $M_{x_2}$  моменттерінің эпюрасын  $\overline{M}_1$  және  $\overline{M}_2$  эпюра мәндерін  $X_1$  және  $X_2$  мәндеріне көбейту отырып, анықтайды.

8. Статикалық анықталатын қаңқаның ережелері бойынша  $Q_x$  және  $N_x$  эпюраларын салады.

**Мысал 2.17.** Егер  $l = 4$  м,  $h = 2,5$  м,  $q = 3$  кН/м, бағаналар мен беларқалардың қаттылығы –  $EJ$  болса, 2.36 суретінде көрсетілген қаңқа үшін  $M_x$ ,  $Q_x$  және  $N_x$  эпюраларын тұрғызу.

### **Шешімі.**

1. Статикалық тұрғыда анықталмайтын қаңқаның дәрежесін (2.17) формуласы

бойынша анықтаймыз.

Қаңқада аралық топса жоқ ( $T = 0$ ); қаңқасында төрт тіреу білігі бар ( $B_{\text{тір}} = 4$ ); қаңқа өз алдына жалғыз монолитті II-тектес білік ( $D = 1$ ) болып табылады. Сәйкесінше,

$$A = 2T + B_{\text{тір}} - 3D = 2 * 0 + 4 - 3 * 1 = 1.$$

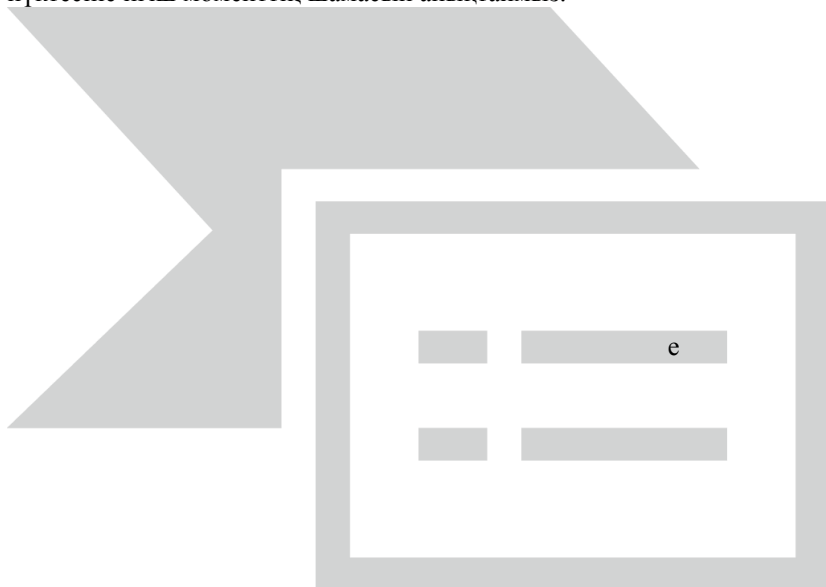
Қаңқада бір артық байланыс бар, сол себепті бір реттік статикалық тұрғыда анықталатын болып табылады.

2. Негізгі сызбаны таңдаймыз. Оң жақ тіреуден көлденең тіреу білігін алып тастап (сур. 2.36, б), 1.27 мысалда есептелген қарапайым арқалықтағы (1.100 суретті қараң.) тіреулер бар статикалық тұрғыда анықталатын қаңқаны аламыз. Алып тасталынған тіреу білігін оның шамасын табу есептің басты міндеті болып табылатын  $X_1$  күшімен алмастырамыз.

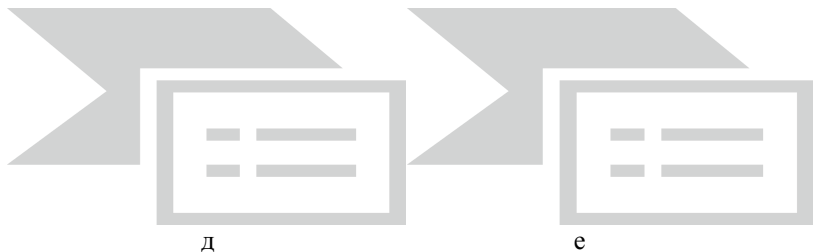
Негізгі сызба кез келген тіреу білігін алып тастап, оны осы осьтің бойымен әрекет ететін белгісіз күшпен алмастыру арқылы алынуы да мүмкін.

3. Негізгі сызба үшін берілген жүктемеден  $M_x^0$  эпюрасын жасаймыз.

1.27 мысалының шешімін пайдалана отырып және тіреу реакцияларын анықтау үшін тепе-теңдік теңдеулерін құрастырмай, беларқа ортасынан  $K$  нүктесіне игіш моменттің шамасын анықтаймыз.



Г



Сур. 2.36. 2.17 мысалына:

а – статикалық тұрғыда анықталмайтын қаққаның берілген сызбасы; б – қаққаның негізгі сызбасы;

в – негізгі сызба үшін берілген жүктемеден  $M_x^0$  эпюрасы; г -  $X_1 = 1$  күшінен моменттер эпюрасы; д -  $X_1 = 1, 13$  кН күшінен моменттер эпюрасы; е – берілген сызба үшін  $M_x$  эпюрасы.

$$M_K^0 = \frac{ql^2}{8} = \frac{3 \cdot 4^2}{8} = 6 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Негізгі сызба үшін игіш моменттер эпюрасын жасаймыз (сур. 2.36, в).

4.  $\bar{X}_1 = 1$  бірлік күшінің әсерінен игіш моменттерді анықтаймыз. Ол үшін алдымен тепе-теңдік тендеуінен тіреу реакцияларын анықтаймыз:

$$\sum M_A = 0, \quad \text{немесе } V_B l + \bar{X}_1 \cdot 0 = 0, \quad \text{бұндағы } V_B = 0;$$

$$\sum M_B = 0, \quad \text{немесе } V_A l + H_A \cdot 0 = 0, \quad \text{бұндағы } V_A = 0;$$

$$\sum X = 0, \quad \text{немесе } H_A - \bar{X}_1 = 0, \quad \text{бұндағы } H_A = \bar{X}_1.$$

$H_A$  мен  $\bar{X}_1$  күштерінің әсер ету сызығы  $A$  және  $B$  нүктелері арқылы өтеді, сондықтан бұл күштердің моменттері аталған нүктелерге қатысты нөлге тең.

Бағаналар мен беларқадан игіш моменттерді анықтаймыз.

$AC$  бағанасы ( $0 \leq x_1 \leq h$ ):  $M_{x_1} = -H_A x_1$ ;

10.  $x_1 = 0$  кезінде  $M_{x_1} = 0$ ;

11.  $x_1 = h$  кезінде  $M_{x_1} = -H_A h = -2,5\bar{X}_1$ .

$CD$  беларқасы ( $0 \leq x_2 \leq l$ ):  $M_{x_2} = V_A x_2 - H_A h$ ;

12.  $x_2 = 0$  кезінде  $M_{x_2} = V_A \cdot 0 - H_A h = -2,5\bar{X}_1$ ;

13.  $x_2 = l$  кезінде  $M_{x_2} = V_A l - H_A h = 0 \cdot l - \bar{X}_1 h = 2,5\bar{X}_1$ .

$BD$  бағанасы ( $0 \leq x_3 \leq h$ ):  $M_{x_3} = V_B \cdot 0 - \bar{X}_1 x_3 = -\bar{X}_1 x_3$ ;

1.  $x_3 = 0$  кезінде  $M_{x_3} = 0$ ;

2.  $x_3 = h$  кезінде  $M_{x_3} = -\overline{X_1}h = -2,5\overline{X_1}$ .

$BD$  бағанасына арналған моменттерді анықтамауға болатын еді, өйткені  $BD$  мен  $AC$  бағаналарының эпюралары симметриялы. Табылған мәндер бойынша  $\overline{M_1}$  эпюрасын саламыз.

5. Каникалық теңдеулерді құрастырамыз. Бір ғана белгісіз мүше ( $X_1$ ) болғандықтан, теңдеу келесідей болады:

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1F} = 0; \tag{a}$$

$\delta_{11}$  коэффициенті мен  $\Delta_{1F}$  бос мүшесін анықтаймыз.  $\overline{M_1}$  игіш моменттері екі бағанада және беларқада болғандықтан (2.36,  $z$  суретін қараң.),  $\delta_{11}$  анықтайтын формулада аудандардың үш мәнінен тұратын үш қосынды болады. Каникалық теңдеулерде бұл аудандарды  $\omega_{11}$ ,  $\omega_{12}$  және  $\omega_{13}$  деп белгілейді, бұл осы аудандардың  $X_1$  күшінен моменттер эпюрасының бөліктері екендігін білдіреді. Ауырлық орталығының ординаталарын сәйкесінше  $y_{\omega_{11}}$ ,  $y_{\omega_{12}}$  және  $y_{\omega_{13}}$  деп белгілейді.

VIII қосымшаның 1 және 2 тармақтарындағы формулаларды пайдалана отырып,  $\delta_{11}$  коэффициентін анықтаймыз.:

$$\begin{aligned} \omega_{11} &= \frac{1}{EJ} \omega_{11}y_{\omega_{11}} + \frac{1}{EJ} \omega_{12}y_{\omega_{12}} + \frac{1}{EJ} \omega_{13}y_{\omega_{13}} = \\ &= \frac{1}{EJ} \left( \frac{1}{2} \cdot 2,5 \cdot 2,5 \cdot \frac{2}{3} + 4 \cdot 2,5 \cdot 2,5 + \frac{1}{2} \cdot 2,5 \cdot 2,5 \cdot \frac{2}{3} \right) \\ &= \frac{1}{EJ} (5,21 + 25 + 5,21) = \frac{35,42}{EJ}. \end{aligned}$$

$\Delta_{1F}$  анықтауға арналған формулада  $\omega_{F_1}$ ,  $\omega_{F_2}$  және  $\omega_{F_3}$  аудандарының мәндерінен және сәйкесінше  $y_{1\omega_F}$ ,  $y_{2\omega_F}$  және  $y_{3\omega_F}$  ауырлық орталығының ординаталарынан құралған үш көбейтінді болады.

$$\Delta_{1F} = \frac{1}{EJ} \omega_{F_1}y_{1\omega_F} - \frac{1}{EJ} \omega_{F_2}y_{2\omega_F} + \frac{1}{EJ} \omega_{F_3}y_{3\omega_F},$$

Бірінші және үшінші көбейтінді нөлге тең, өйткені бағаналарда игіш моменттер нөлге тең, яғни  $M_x^0$  эпюрасы жоқ, демек,  $\omega_{F_1} = 0$  және  $\omega_{F_3} = 0$ . Екінші көбейтіндінің алдыңғы «минус» таңбасы  $\omega_F$  (2.36,  $v$  суретін қараң.) пен  $\overline{M_1}$  эпюралары (2.36,  $z$  суретін қараң.) беларқаның нөлдік сызығынан әр түрлі бөліктерінде орналасқандықтан, яғни таңбалары әртүрлі болғандықтан, қойылған болатын.  $\omega_{F_2} = \omega_F$  екендігін атап кеткен жөн. VIII қосымшаның 4 тармағына сәйкес  $\omega_F = \frac{2}{3} l M_{max}^0 = \frac{2}{3} 4 \cdot 6 = 16$ . Ординаталар  $y_{2\omega_F} = y_{\omega_{12}} = 2,5$ . Онда

$$\Delta_{1F} = \frac{1}{EJ} \omega_{F_2}y_{2\omega_F} = -\frac{1}{EJ} 16 \cdot 2,5 = -\frac{40}{EJ}$$

Алынған мәндерді (a) теңдеуіне қоямыз:

$$\frac{35,42}{EJ} X_1 - \frac{40}{EJ} = 0,$$

немесе

$$35,42X_1 - 40 = 0,$$

бұндағы

$$X_1 = \frac{40}{35,42} = 1,13 \text{ кН}.$$

6.  $X_1 = 1,13$  кН күшінен игіш моменттер эпюрасын саламыз (2.36,  $\delta$  суретін қараң.). Ол үшін  $\overline{M}_1$  эпюрасындағы барлық мәндерді (2.36,  $z$  суретін қараң.) 1,13 есеге арттыру жеткілікті болады. Демек,

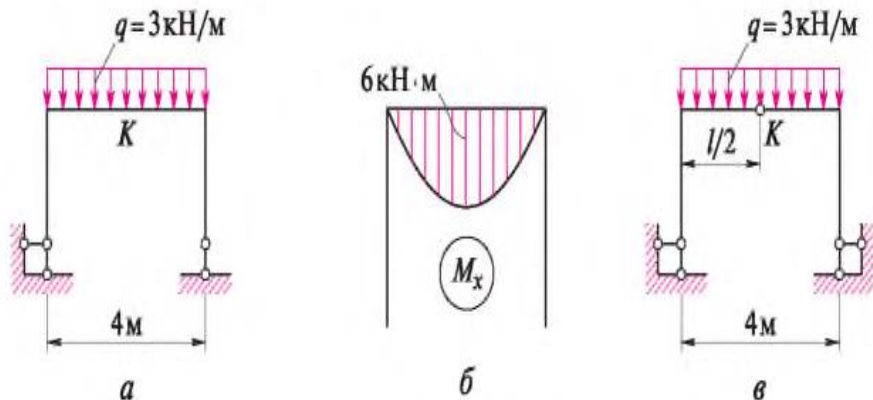
$$M_C = M_K = M_D = -1,13 \cdot 2,5 = -2,82 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

7. Берілген жүйе үшін  $M_x$  эпюрасын  $M_x^0$  мен  $M_{x1}$  эпюраларының сәйкесінше мәндерін қосу арқылы тұрғызамыз (сур. 2.36,  $e$ ):

$$M_A = 0; M_C = M_D = -2,82 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_K = 6 - 2,82 = 3,18 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Статикалық тұрғыда анықталатын болып келетін қарапайым топсасыз (1.27 мысалын қараң.) және топсалы (1.31 мысалын қараң.) қаңқалардың, сондай-ақ статикалық тұрғыда анықталмайтын (сур. 2.37) болып келетін, 2.117 мысалында қарастырылған қаңқаның игіш моменттер эпюрасын салыстырамыз. Олардың жүктемесі мен өлшемдері, сонымен қатар бағаналар мен беларқаларының қаттылығы бірдей. Статикалық тұрғыда анықталатын қаңқалардың салыстырылуы 1.31 мысалында жасалған болатын. Енді оларды статикалық тұрғыда анықталмайтын қаңқалармен салыстырамыз. 2.37,  $\delta$ ,  $z$ ,  $e$  суреттерінен көрініп тұрғандай, басқа да теңдеу жағдайларда (қаңқалар тек тіреу біліктерінің сандарымен және аралық топсаның болуымен немесе жоқтығымен ерекшеленеді) игіш моменттердің ең аз мәндері статикалық тұрғыда анықталмайтын қаңқаларда кездеседі. Олар, тіпті, статикалық тұрғыда анықталатын қаңқалардың мәндерінен 2 есе кем (моменттердің абсолютті мәндері).





Сур. 2.37. Өртүрлі құрылымдардағы қаңқалардың игіш моменттер эпюралары:  
а, б – статикалық тұрғыда анықталатын қарапайым бірконтурлы қаңқа мен оның  $M_x$  эпюрасы; в, г – статикалық тұрғыда анықталатын топсалы қаңқа мен оның  $M_x$  эпюрасы;  
д, е – бір реттік статикалық тұрғыда анықталмайтын бірконтурлы қаңқа мен оның  $M_x$  эпюрасы.

Қаңқа элементтерінің қималарының өлшемдері көптеген жағдайда игіш моменттерге және аз жағдайда бойлық және көлденең күштерге тәуелді келеді. Бұл тәуелділік материалдардың шығындары жағынан статикалық тұрғыда анықталмайтын қаңқалар статикалық тұрғыда анықталатын топсалы немесе топсасыз қаңқалардан әлдеқайда тиімдірек деген қорытынды жасатып отыр. Біздің жағдайда статикалық тұрғыда анықталмайтын қаңқалар статикалық тұрғыда анықталатын қаңқалардан 2 есе тиімдірек деп айтуға болмайды, өйткені тиімділік тек моменттердің өлшемдеріне ғана байланысты келмейді. Алайда материалдардың тиімділігі айтарлықтай байқалады.

Біз нақты жағдайларды қарастырдық. Қаңқалардың басқа да жүктемелері, көлемдері мен қаттылықтары кезінде олардың тиімділігі жөнінде қорытынды жасамас бұрын, сәйкесінше есептер жасау қажет.

**Есеп 2.7.** Беларқа қаттылығы бағана қаттылығынан 2 есе көп болатын, яғни  $(EJ)_{\text{бел}} = 2(EJ)_{\text{баг}}$  жағдайындағы, 2.36 а суретінде көрсетілген қаңқа үшін  $M_x$  эпюрасын салыңыз. Алынған эпюраны 2.17 мысалындағы эпюрамен салыстырыңыз.

**Есеп 2.8.** 2.16 мысалының шартын сақтай отырып, бағананың биіктігін 2 есе үлкейтіңіз немесе оны өз қалауыңызша өзгертіңіз.  $M_x$  эпюрасының қалай өзгертіндігін бағалаңыз.

Аса күрделі жүктемедегі және басқа да сипаттамадағы екі реттік статикалық тұрғыда анықталмайтын қаңқалардың есептелуі [7, 178 – 186 беттерінде] келтірілген. Күрделі қаңқалардың (көпаралықты, көпқабатты)

есептелуі де 10 [8] тарауында берілген.

Күрделі емес жүктемедегі кейбір қарапайым статикалық тұрғыда анықталмайтын қаңқалар үшін моменттер мен реакциялардың ең көп мәндерін табуға мүмкіндік беретін кестелер жасалынды. Күрделі қаңқаларды ЭЕМ-да есептеп шығарады.

Статикалық тұрғыда анықталмайтын жүйелер туралы айтылғандарды қорытындылай келе, келесіге назар салайық:

статикалық тұрғыда анықталмайтын құрылымдар артық байланыстардың (үстеме) болуы есебінен басқа да теңдеу жағдайларда ұқсас статикалық тұрғыда анықталатын құрылымдармен салыстырғанда аса қатты болып келеді, нәтижесінде оларда аз күштер пайда болады. Сондықтан статикалық анықталмайтын құрылымдар аса тиімдірек болып тұр;

статикалық тұрғыда анықталмайтын жүйелерде артық байланыстардың бұзылуы (жойылуы) барлық құрылымның лезде бұзылуын тудырмайды, өйткені басқа геометриялық өзгермейтін жүйеге алып келеді (статикалық тұрғыда анықталмайтын және анықталатын). Статикалық тұрғыда анықталатын жүйеден байланыстың кетуі өзгертін жүйеге алып келеді, яғни жүйе құрылым болудан қалады. Статикалық тұрғыда анықталмайтын қаңқалар барлық статикалық тұрғыда анықталмайтын жүйелер сияқты статикалық анықталатын қаңқаларға қарағанда аса «өміршең» болып келеді;

статикалық тұрғыда анықталмайтын жүйелердегі күштер қиманың көлемі мен құрылым пішініне байланысты келеді. Егер құрылым әртүрлі материалдардан жасалса, онда бұларды олардың серпімділік модулінің арақатынасын енгізу кезінде ескерген жөн;

статикалық тұрғыда анықталмайтын жүйелердегі температуралық әсер, тіреулердің отыруы, бұйым мен құрылымның олқылығы қосымша күштерді тудырады. Олар жүктемеден күштерді айтарлықтай күшейтіп немесе азайтуы мүмкін. Бұл сұрақты толығырақ [7, 103-135 беттерінде] қарастырылған.

## **БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ**

---

1. Статикалық тұрғыда анықталмайтын кронштейндерді есептеудің жалпы тәртібін сипаттаңыз.
2. Бағаналар мен ілмектердегі қатты діңгекті есептеудің реті қандай?
3. Кесілмейтін арқалықтарды есептеудің жалпы тәртібін сипаттаңыз.
4. Қарапайым қаңқаларды есептеудің реті қандай?

### **3-ТАРАУ.**

## **НАҚТЫ ДЕНЕЛЕР МЕХАНИКАСЫ ЖӘНЕ БЕРІКТІК ПЕН ҚАТТЫЛЫҚТЫ ЕСЕПТЕУ НЕГІЗДЕРІ**

Теміржол көпірін жаңадан салуды бастаған кезде көп жағдайда бір уақытта

жобалаушы да, жұмыстарды орындаушылар да болып табылатын көпір жасаушы орыс инженерлерінің келесідей дәстүрі болды. Қалыптыдан едәуір асатын жүк тиелген теміржол құрамы көпірмен өткенде, жобаның авторы көпір салу бойынша орындалған есептердің дұрыстығы мен жұмыстардың сапасына өзінің сенімділігін көрсетіп, аралық құрылыстың астына келіп тұратын.

### 3.1. ЖАЛПЫ ЕРЕЖЕЛЕР

Қатты және иілгіш дененің механикасында денелердің негіз қалаушы қасиеттері ретінде тиісінше олардың абсолютті қаттылығы мен абсолютті иілгіштігі қаралады. Екі жағдайда да денелер бұзылмайтын болып есептеледі. Денелердің ондай үлгілері құрылыс саласын коса алғанда, бірқатар мәселелерді іс жүзінде шешуге мүмкіндік береді, бірақ «Дененің немесе құрастырманың беріктігін қалай қамтамасыз етуге болады, яғни құрастырманың өлшемдерін оған әсер ететін жүктемелермен қалай байланыстыруға болады?» деген аса маңызды сұраққа жауап бере алмайды. Қатты және иілгіш дененің механикасы қабылданған ықшамдауға байланысты дененің немесе құрастырма өлшемдерінің жүктемелермен және күш салумен байланысы туралы мәселені шешуге мүмкіндік беретін есептеу формулаларын бере алмайды. Алдыңғы екі тарауда абсолютті қатты және абсолютті иілгіш денелердің үлгілерін қарастырғанымыз өзіндік мақсат емес, құрастырманың беріктігін есептеудің келесі кезеңіне дайындық болатын, осы тарау соған арналған. Мұнан былай «дене» терминімен қатар біз мәнмәтініне байланысты, құрылыс тәжірибесіне неғұрлым сай келетін «материал», «құрастырма» немесе «құрылыс» терминдерін пайдаланатын боламыз.

#### 3.1.1. Беріктік материалдар мен құрастырмалардың ең маңызды қасиеті ретінде

*Беріктікті сақтау және беріктікті жоғалту* — белгілі бір жағдайда кез келген құрастырма (немесе материал) түсуі екі аса маңызды күй. Бейнелеп айтқанда, олар құрастырмалардың «өмірі» мен «өліміне» сәйкес келеді. Жекелеген құрастырмалардың (немесе тұтастай құрылыстардың) бұзылуы экономикалық ысыраптармен ғана емес, кей кезде зардабы ең ауыр, адам шығынымен аяқталатын апаттарға алып келеді. Есептеуге негіз етіп алынған теориялардың жетілмегендігі немесе жай ғана жіберілген қателік көптеген апаттардың себептері болып табылады.

Қарапайым құрастырмалардың немесе құрылыстардың бір шоғырланған күштің әсер етуі нәтижесінде бұзылуының ықтимал нұсқаларын, яғни күштердің әсер етуінің қарапайым және көрнекі жағдайын қарастырайық. Құрастырманың өмір цикліндегі үш кезеңді бөліп көрсетуге болады: а) жүктеме салынбаған; ә) жүктеме салынған, құрастырманың пішіні өзгеріске

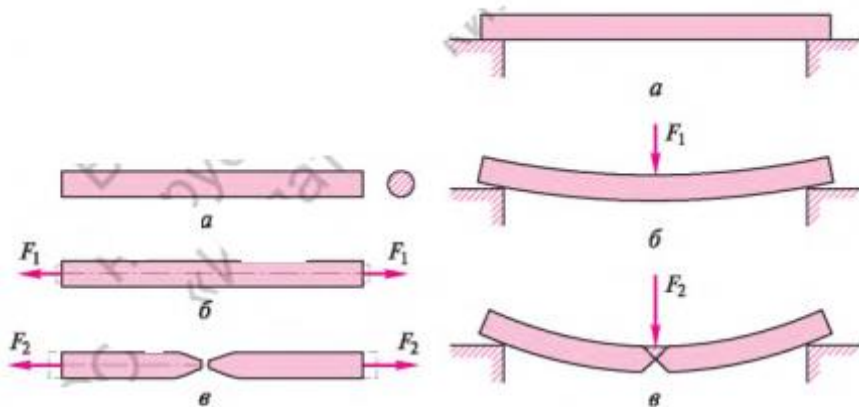


ұшырап, оған күш түскен, бірақ күштің түсуі мен пішіннің өзгеруі қауіпті емес; б) көтеруді қабілеттің жоғалуы, ең жаман жағдайда — бұзылу. 3.1 суретінде болаттан жасалған цилиндр біліктің ажырауы көрсетілген. Әдетте зертханалық үлгі осылайша ажырайды. Көріп отырғанымыздай, жүктемедегі нақты дененің әсері абсолютті қатты (1.1 суретін қараңыз) және абсолютті иілгіш (2.1 суретін қараңыз) денелер үлгісінің әсерінен өзгеше.

3.2, а, б және 3.3, а, б суреттерінде бұзушы күштің түсуіне дейінгі кәдімгі арқалық пен консоль күйлерінің мысалдары, ал 3.2, в және 3.3, в суреттерінде — олардың бұзылыс кезіндегі күйлері көрсетілген. Екі құрастырманың бұзылуы айқын, бірақ оның сипаты сынатын немесе иілгіш материалдың пайдаланылғанына байланысты.

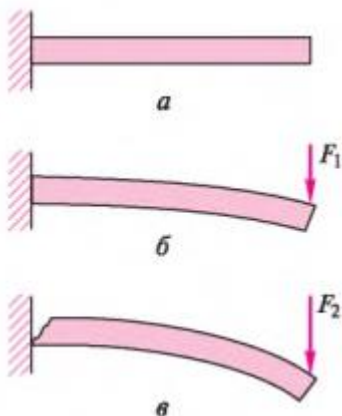
Сынатын бұзылыс кезінде арқалық күтпеген жерден екі бөлікке бөлінеді (3.2, а суретін қараңыз), ал консоль іргесінен ажырайды (3.3, в суретін қараңыз). Иілімді бұзылыс кезінде арқалық пен консольдің өзінің бастапқы пішінін қайтарымсыз өзгертетіні соншалық, олар енді тіпті құрастырмалар ретінде қарастырылмайды, әйтсе де айқын бұзылыстың жалпы қабылданған іздері болмайды.

Құрастырмалардың сипатталған сынатын және иілгіш бұзылыстары түрлі материалдарға арналған тиісті сынақтармен расталуы тиіс өзінше бір үлгілер болып табылады.



3.1 суреті. Цилиндр білігінің күйлері:  
а — күш түскенге дейін; б — бұзбайтын  $F_1$  созығыш күші түскеннен кейін;  
в —  $F_2$  бұзушы созығыш күші түскеннен кейін.

3.2 суреті. Екі тіреудегі арқалықтың күйлері:  
а — күш түскенге дейін;  
б — бұзбайтын күш түскеннен кейін;  
в — бұзушы күш түскеннен кейін.

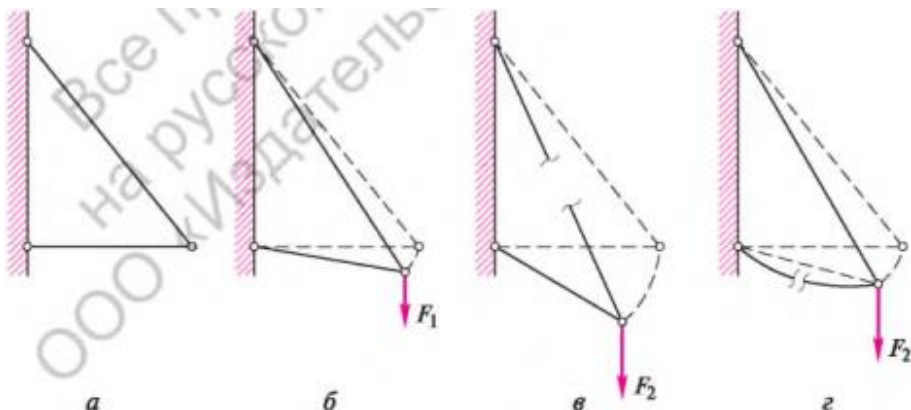


Кронштейндер мен қаңқалардағы бұзылыстардың орны мен сипатын көрсеткен қиынырақ. а, б суреттерінде бұзушы күш түскенге дейінгі кронштейннің күйелері, ал 3.4, в, г суреттерінде — оның бұзылу нұсқалары келтірілген. Көріп отырғанымыздай, бұзылыс тартқыштың ажырауынан (ажырау орны 3.4 в суретінде өз бетінше көрсетілген., кез келген уақытта ол қандай да бір кездейсоқ факторларға байланысты тарқыштың нүктесінде болуы мүмкін) немесе тіреуіштің шамадан тыс шығуынан және кейінгі бұзылуынан (3.4, г суретін қараңыз) болуы мүмкін.

3.3 суреті. Консольдің күйлері:

а — күш түскенге дейін; б — бұзбайтын  $F_1$  күші түскеннен кейін; в —  $F_2$  бұзушы күші түскеннен кейін.

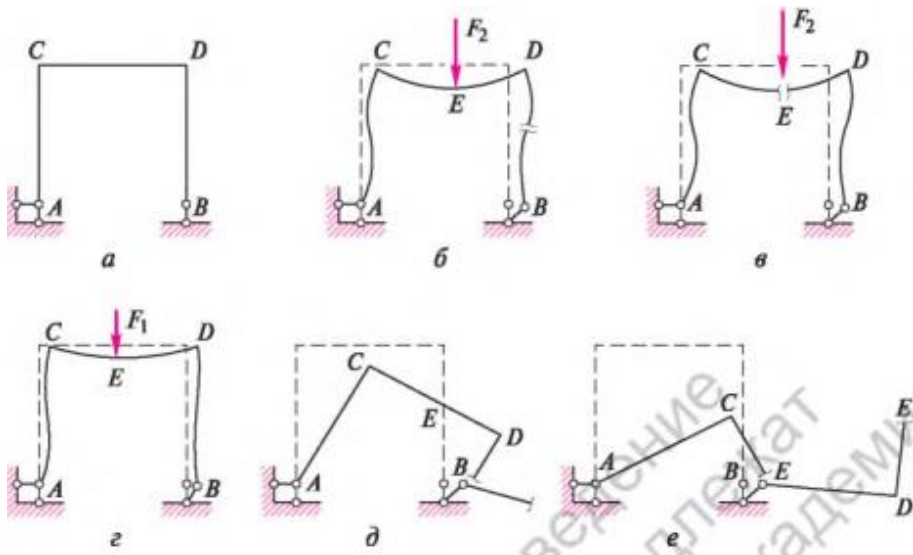
3.5 суретінде бұзушы күш түскенге дейінгі қаңқаның күйі (3.5 суреті, а, б) және оң жақ бағанның (3.5 суреті, в, г) немесе ригельдің (3.5 суреті д, е) ажырауы себепті бұзылу нұсқалары көрсетілген. Сол жақ бағанның, тораптардың, тіреулердің және т.б. бұзылыстарының болуы әбден мүмкін. Мұның бәрі көптеген факторларға байланысты.



3.4 суреті. Кронштейннің күйлері:

а — күш түскенге дейін; б — бұзбайтын  $F_1$  күші түскеннен кейін; в — тартқыштың ажырауына алып келетін  $F_2$  бұзушы күші түскеннен кейін; г — тіреуіштің ажырауына алып келетін  $F_2$  бұзушы күші түскеннен кейін.

Күрделірек құрастырмалардың, мысалы фермалардың, сондай-ақ статикалық анықталмайтын жүйелердің бұзылатын жерлерін болжап білу одан да қиын. Келтірілген барлық мысалдардан құрастырмалардың ажырауынан олардың тұтастығының бұзылатындығын көруге болады, яғни олар бөліктерге бөлінеді немесе қайтымсыз деформацияға ұшырайды, соның нәтижесінде өзінің ең басты қызметін орындауды — жүктеме көтеруді тоқтатады.



3.5 суреті. Қарапайым қаңқаның күйлері:

а — күш түскенге дейін; б — бұзбайтын  $F_1$  күші түскеннен кейін; в, г — оң жақ дінгегінің ажырауына алып келетін  $F_2$  бұзушы күші түскеннен кейін; д, е — ригельдің ажырауына алып келетін  $F_2$  бұзушы күші түскеннен кейін.

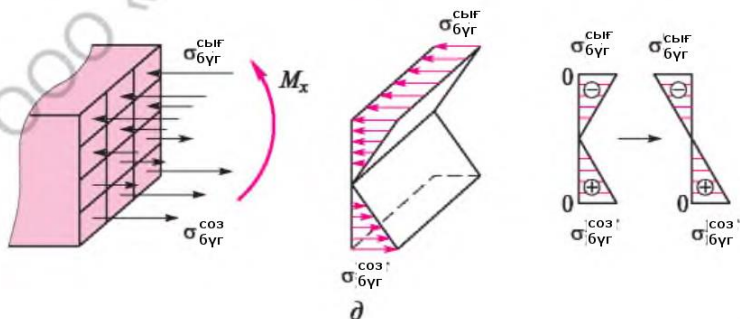
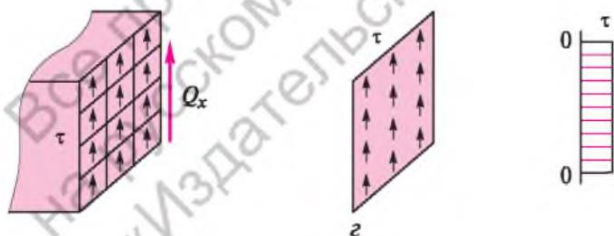
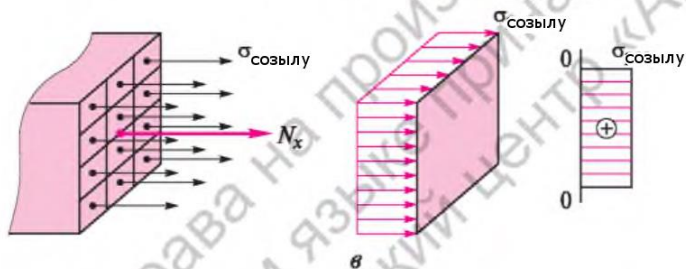
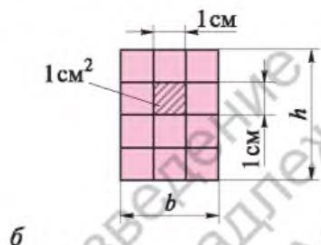
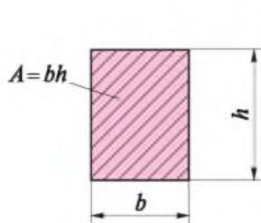
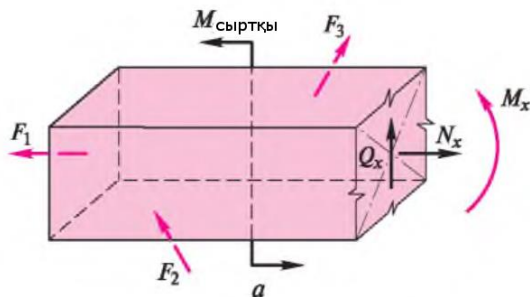
3.2—3.5 суреттеріндегі бұзылу сұлбалары біраз ықшамдалған, құрастырмалардың деформациялары асыра көрсетілген. Бұл сұлбаларға қарап, біз қиманың өлшемдері мен құрастырмалар салынған материалдардың беріктігі туралы ешнәрсе айтпадық. Ал есептегенде осы факторларды назарға алу қажет. Ең қарапайым деген жүйелердің бұзылыс нұсқаларын талдау құрастырманың көтеруші қабілетін ықтимал жоғалтуын болжап білу қабілетін дамытады.

### 3.1.2. Кернеу беріктіктің негізгі көрсеткіші ретінде

3.1.1 бөлігінде қандай да бір құрастырмалар мен құрылыстардың

ықтимал бұзылу жағдайлары туралы айтылды, бірақ олардың бұзылу себептері туралы ешнәрсе айтылмады. Құрастырманың бұзылмаушылығын қамтамасыз ету мәселесі — ғылымның беріктік туралы аса маңызды мәселесі.

3.6. суреті. Білеудегі күштер мен кернеулер күштерің жалпы жағдайы үшін:  
а — сыртқы және ішкі күштердің әсеріне білеудің тепе-теңдігі; б — білеудің көлденең қимасы мен кәдімгі алаң; в — бойлық күш  $N_x$ , қалыпты кернеулер оқаш. және олардың эпюрі; г — көлденең күш  $Q_x$ , жанама кернеулер  $t$  және олардың эпюрі; д — игіш кез  $M_x$ , қалыпты кернеулер  $\sigma$  иіл және олардың эпюрі.



Дененің беріктігін жоғалту себептерін түсіндірудің түрлі тәсілдемелері болуы мүмкін. Дененің ішінде оның тұтастығын қамтамасыз ететін молекулааралық күштердің болатындығы физика курсынан белгілі. Олар денені жүктелмеген қалыпты бүтін қылып қана қоймай, сыртқы күштерге де кедергі келтіруге қабілетті. Алайда жүктемелердің біраз мәнінде кедергі күштері оларға енді қарсы келе алмай, дене бұзыла бастайды, мысалы бөліктерге бөлінеді. Дененің беріктігін жоғалту жағдайларын түсіндіріп, молекулааралық тартылу (немесе итеру) теориясының арасындағы сыртқы және ішкі күштердің тәуелділіктерін белгілеу өте қиын. Ол үшін орта оқу орындарында зерттелмейтін математикалық аппарат қажет. Сондықтан өзіміздің пайымдауымызда біз элементарлық деп айтылатын беріктік теориясына негізделетін боламыз.

Неғұрлым қарапайымдылық пен көрнекілік үшін еркі орналасқан күштердің тегіс жүйесі әсер ететін білеуді қарастырып көрейік. Бұл жағдайда білеудің кез келген қимасында үш ішкі күштің (3.6 суреті, а): бойлық күштің  $N_x$ , көлденең күштің  $Q_x$  және игіш кездің  $M_x$ , туындауы мүмкін екендігі бірінші тараудан белгілі. Қарастырылып отырған қимадағы құрастырма беріктігінің  $N_x$ ,  $Q_x$  және  $M_x$ , күштерінің шамасына, бойлық қиманың өлшемдері мен пішініне, сондай-ақ құрастырманың материалына байланысты екендігі анық. Беріктікті бағалау үшін көп жағдайда аудан бірлігіне жататын ішкі күштермен істес болған ыңғайлы. (3.6 суреті, б).

Аудан бірлігіне әсер ететін ішкі күш ( $1 \text{ м}^2$ ,  $1 \text{ см}^2$ ,  $1 \text{ мм}^2$ ) *кернеу деп аталады*. Кернеулер денеде кез келген бағытта біркелкі немесе әрқалай таралуы мүмкін.

Анықтаудан кернеудің (қысымның) күштің  $F$  аудаға  $A$  қатысына тең екендігі шығады, яғни  $F/A$ . СИ жүйесінде күшті өлшеу бірлігі – ньютон (Н), ал ауданды өлшеу бірлігі – шаршы метр ( $\text{м}^2$ ) болып табылады, осылайша, кернеу шаршы метрге ньютондармен ( $\text{Н}/\text{м}^2$ ) өлшенеді. 1 шама паскаль (Па) деп аталады, яғни  $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н}/\text{м}^2$ .

Техникалық есептерде кернеулерді бір шаршы сантиметрге килоньютондармен ( $\text{кН}/\text{см}^2$ ), сондай-ақ мегапаскальдармен (МПа) өлшеу жалпы қабылданған.

Есептерді орындағанда паскальдарды пайдаланған ыңғайсыз. Мысалы, болат құрастырмаларындағы жұмыс кернеуі шамамен  $(200 \dots 300) \cdot 10^6 \text{ Па}$  құрайды. Миллиондардан гөрі, екі- немесе үш мәнді сандарды қолданған жеңілдірек, сондықтан көрсетілген кернеуді өлшеу бірліктерін пайдаланады. Мега сөз алды қосымшасы  $10^6$  көбейткішіне, ал кило сөз алды қосымшасы  $10^3$  көбейткішіне сәйкес келеді, яғни

$$1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па};$$

$$1 \text{ кН}/\text{см}^2 = 1 \frac{10^2 \text{ Н}}{10^{-4} \text{ м}^2} = 1 \cdot 10^7 \text{ Па} = 10 \text{ МПа}$$

Демек, көрсетілген болат құрастырмаларындағы жұмыс кернеуі 200...300 МПа, немесе 20...30 кН/см<sup>2</sup> құрайды.

МПа мен кН/см<sup>2</sup> арасындағы ара қатысты анықтайық:

$$1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Н/м}^2 = \frac{10^3 \text{ кН}}{10^4 \text{ см}^2} = 10^{-1} \text{ кН/см}^2 = 0,1 \text{ кН/см}^2;$$

$$1 \text{ кН/см}^2 = \frac{10^{-3} \text{ МН}}{10^{-4} \text{ м}^2} = 10 \text{ МПа}.$$

Бір бірліктердің басқа бірліктерге осындай өтуін күштің килоньютондармен өлшенетіндігі себепті де жасауға тура келеді. Құрылыс тәжірибесінде күштердің 10-нан 500 кН-ға дейінгі (белгілі бір жаққа ауытқулар болуы мүмкін) мәндері кеңінен таралған. Егер күш килоньютондармен өлшенсе, кернеулерді бәрінен де мегапаскальдермен келтірілген ыңғайлырақ.

Күштер мен кернеулерді өлшеу бірліктері туралы айтқанда, бұрынғы жылдарда МКГКС жүйесінің (бейресми «техникалық» деп аталған) пайдаланғандығын айтуды да ұмытпайық, онда күшті өлшеу бірлігі килограмм-күш (кгс) болатын. Осы бірлікпен қатар тонна-күш (тк) пайдаланылатын. Килограмм-күштерде (немесе тонна-күштерде) көрсетілген күш мәнін ньютондарда (немесе килоньютондарда) көрсету үшін оны еркі құлауды жылдамдатуға көбейту керек  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ :

$$1 \text{ кгс} = (1 \cdot 9,81) \text{ Н} = 9,81 \approx 10 \text{ Н};$$

$$1 \text{ тк} = (1 \cdot 9,81) \text{ кН} = 9,81 \text{ кН} \approx 10 \text{ кН}.$$

Мысалы, 20 кН күші шамамен 2 тк күшіне тең келеді. Осылай кернеулерді өлшеу бірліктерінің ара қатысын табуға болады.

Кернеулер ішкі күштермен тығыз байланысты, яғни аудан бірлігіне келтірілген күштің өзі тиісті кернеу болып табылады.

$N_x$  бойлық күші қиманың жазықтығына перпендикуляр кернеулерлерді тудырады (3.6 суреті, в). Ондай кернеулерді қалыпты деп атайды және  $\sigma$  грек әрпімен (сигма) белгілейді. Егер олар білеудің созылуын тудырса  $\sigma_{\text{соз}}$ , белгісін, онда оқысу белгісін пайдаланады. Созылу кернеулерін әдетте онды (оларға «қосу» белгісін тағайындайды), ал қысу кернеулерін — теріс («алу» белгісі) деп қабылдайды. Егер кернеулер 3.6, в суретінде көрсетілгендей, бүкіл қиманың бойымен біркелкі таралған болса, онда

$$\sigma_{\text{соз}} = \frac{N_{\text{x}}^{\text{соз}}}{A};$$

$$\sigma_{\text{қыс}} = \frac{N_{\text{x}}^{\text{қыс}}}{A};$$

мұндағы  $N_{\text{x}}^{\text{соз}}$ ,  $N_{\text{x}}^{\text{қыс}}$ , — бойлық қиманың бүкіл ауданындағы бірдей әсер ететін  $\sigma_{\text{соз}}$  и  $\sigma_{\text{қыс}}$  кернеулер болып табылатын бойлық тиісінше созығыш және қысқыш күштер (жалпы жағдайда осы күштер  $N_{\text{x}}$  белгілейді);  $A$  — көлденең қиманың ауданы.

Көлденең күш  $Q_x$  қиманың жазықтығында әсер ететін кернеулерге бірдей әсер етеді (3.6, суреті, г). Ондай кернеулерді *жанам*а деп атайды және  $T$  (тау) грек әрпімен белгілейді. Қалыпты кернеулер сияқты олар да, біздің жағдайда, біркелкі таралған, сондықтан келесі формула бойынша табылуы мүмкін:

$$T = \frac{Q_x}{A}$$

Бір бағытта әрекет ететін кернеуді  $T$  оң, басқа бағытта (қарама-қарсы) — теріс деп есептейді. Мысалы, олар біздің жағдайдағыдай жоғары қарай бағытталған болса, оларды оң («қосу» белгісі) деп есептейміз, және керісінше.  $T$  индекстері туралы әрі қарай айтылатын болады.

Қиманың жоғарғы жағында кернеулер бір жаққа, ал төменгі жағында басқа жаққа бағытталса (3.6 суреті, д), яғни кезбен қос күш жасап тұрғандай болса  $M_{\text{ніл}} = M_x$ , иіліс моментінің  $M_x$  әрекеті қалыпты кернеулердің қимаға әрекетімен барабар. Бұл кернеулер қиманың жазықтығына перпендикуляр, сондықтан, созылғанда (қысылғанда) айтқандай оларды қалыпты деп атап, о таңбасымен белгілейді, бірақ оның иіліс кернеуі екенін көрсететін төменгі «иіл» және тиісінше созылу немесе қысылу жағдайында жоғарғы «соз», «қыс» индекстерін қосады.

Қима бойындағы кернеулерді өзгерту кестесі кернеулердің эпюрі деп аталады.  $\sigma_{\text{соз}}$ ,  $T$  және  $\sigma_{\text{ніл}}$  эпюрлері тиісінше 3.6, в, 3.6, г және 3.6, д суретінде келтірілген. Егер иілу және созылу (қысылу) кернеулері бір уақытта әрекет етсе, онда олардың элементті созатынын немесе қысатынын ескере отырып, оларды қосу (алу) керек.

Кернеулер бір бағалы қасиетке ие: олар дененің өлшемдеріне қарамастан оның беріктігі туралы пікір білдіруге мүмкіндік береді.

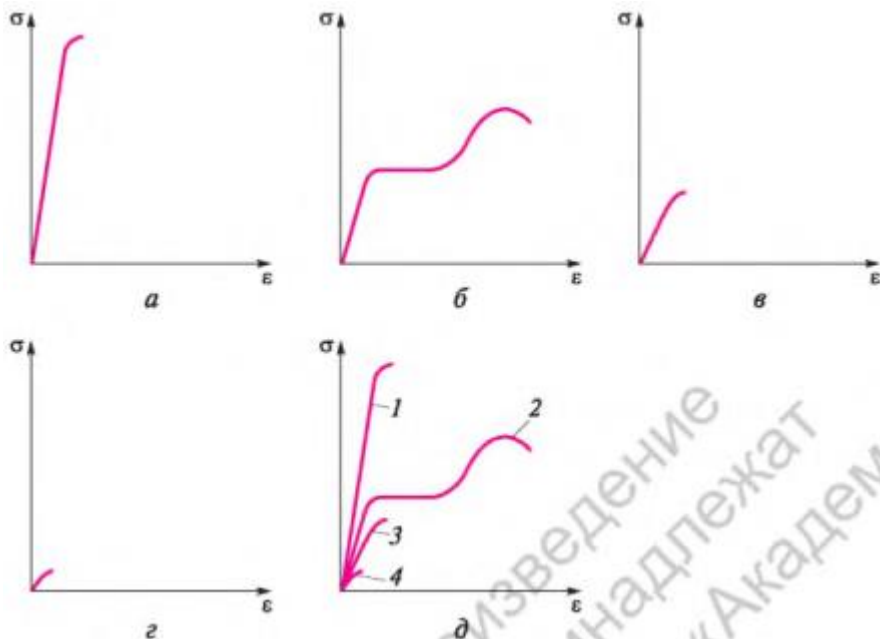
### 3.1.3. Материалдардың зертханалық сынақтары және құрастырманы есептеудің алғышарттары

Құрастырманың немесе құрылыстың беріктігі туралы қорытынды шығару үшін нақты шамадағы тәжірибелік үлгіні дайындап, оны бұзылуға



жеткізу арқылы оның қандай жүктемелерді көтере алатындығын білуге болады. Мұндай қабылдау құрастырманың немесе құрылыстың неғұрлым анық мәліметтер береді, бірақ ол өте қымбат және сондықтан да сирек жағдайларда қолданылады. Негізінен екінші тәсілді қолданады: арнайы үлгілердің (сырықтардың, кубтардың және т.б.) зертханалық зерттеулерін жүргізіп, осы сынақтардың негізінде қандай да бір құрастырма жасалған материалдың беріктігі туралы қорытынды шығарады.

Материалдардың беріктігін зертханалық сынаумен, сондай-ақ оның басқа қасиеттерін анықтаумен арнайы «Құрылыс материалдары» пәні айналысады. Зертханалық жағдайларда үлгілерді қысып, иіп, жылжытып және



басқалай сынауға болады, бірақ негіз қалаушы созып сынау болып табылады. Беріктіктің қарапайым теориясы тап соған сүйенеді. Материалдардың қысуға және иілуге беріктігін есептегенде созылуға беріктікке теңейді немесе созған кезде белгіленген беріктік шамасының үлесінен бағалайды.

3.7 суреті. Жоғары көміртекті (а) және төмен көміртекті (б) болаттың, шойынның (в), ағаштың (г) диаграммасы және салыстырмалы диаграмма (д):

1 — беріктігі жоғары арқаулық болат; 2 — төмен көміртекті болат; 3 — шойын; 4 — ағаш

Созылуға зертханалық сынақтың мәні келесіде. Зертханалық үлгі біртіндеп созғыш күшін арттырып, үлгіні бұзылуға (ажырауға) жеткізетін

ажыратқыш машинаның көмегімен созылады (3.1 суретін қараңыз, в). Сонымен бірге өздігінен жазатын аппараттар созығыш күш  $F$  пен ұзартқыштың  $A$   $l$  арасындағы немесе кернеу  $\sigma = F/A$  мен салыстырмалы ұзартқыштың  $\epsilon = \Delta l/l$  арасындағы тәуелділік кестесін сызады, ондағы  $A$  — көлденең қиманың ауданы, ал  $l$  — үлгінің бастапқы ұзындығы.  $F$  мен  $\Delta l$  немесе  $\sigma$  мен  $\epsilon$  арасындағы тәуелділік кестесі *созылу диаграммасы деп аталады*.

Беріктігі жоғары арқаулық болаттан, төмен көміртекті болаттан, шойыннан және ағаштан жасалған зертханалық үлгілерді созған кездегі әрекеттің жалпы белгілері мен ерекшеліктерін қарастырып көрейік.

Көрсетілген материалдар құрылыс тәжірибесінде таралған басқа материалдардан үлкен, иілгіш қасиеттерге ие.

Әдетте, жоғары көміртекті болып табылатын беріктігі жоғары арқаулық болат өзінің қасиеттері бойынша абсолютті иілгіш денеге өте жақын, өйткені оған жүктеме мен ұзартқыштың арасындағы бұзылғанға дейінгі дерлік тікелей пропорционалды тәуелділік тән (3.7 суреті, а).

Төмен көміртекті болаттың созылу диаграммасында (3.7 суреті, б)  $F$  мен  $\Delta l$  (немесе  $\sigma$  және  $\epsilon$ ) арасындағы тікелей пропорционалды тәуелділіктің айқын бейнеленген жері бар, яғни жүктемелер кезінде осы жердің аумағында жатқан төмен көміртекті болат Гук заңына сәйкес әрекет етеді. Жүктеме одан әрі артқанда болат аға бастағандай болады, онда иілгіштен едәуір асатын қайтарымсыз пластикалық деформациялар басталады. Содан кейін деформациялар иілгішке қайтадан жақынырақ бола бастайды да, ақырында ажырайды. Пластикалық деформацияларға қарастырылып отырған беріктік теориясы тұрғысынан қарағанда, жол беруге болмайды, сондықтан беріктікті сынағанда диаграмманың түзу сызықты бөлігі шегінде ғана орналасқан күштер мен ұзартқыштарды назарға алады. Төмен көміртекті болаттың зертханалық үлгісінің әрекеті [5] және [6] толығырақ сипатталған.

Шойын да болат сияқты иілгіш материал болып табылады, бірақ одан беріктігі төмендеу және одан едәуір сынғыш келеді, ондай екендігі 3.7, в суретіндегі диаграммада бейнелі түрде расталады.

Ағаш та иілгіш материал сияқты әрекет етеді, бірақ беріктігі бойынша болат пен шойынға жетпейді (3.7, г суреті).

Егер төрт диаграмманы (3.7, д суреті) да қосатын болсақ, онда қарастырылған материалдардың беріктігі мен деформациялық қасиеттерінің ара қатысын бағалауға болады (диаграммалар кернеуі мен ұзартуы бойынша ауқымы жағынан бірдей құралған жағдайда).

Иілгіштіктің материалдардың (құрастырмалардың) жүктемеге тікелей пропорционалды деформациялануға, ал алынғаннан кейін өзінің бастапқы пішіні мен өлшемдерін қайта қалыпқа келтіруге қабілеттілік екендігін естеріңізге сала кетейік.

Аталған қабілеттер бетон, кірпіш сияқты құрылыс материалдарында болмайды. Жүктеудің бастапқы кезеңдерінің өзінде оларда жүктемені алғаннан кейін жоғалмайтын деформациялар пайда болады. Ол

деформацияларды қалдық немесе *пластикалық деп атайды*. Техникалық механикада олар қарастырылмайды.

Нақты денелердің иілгіш қасиетіне көңіл бөлгенімізге біріншіден, Гук заңының негізінде деформация шамасын анықтауға мүмкіндік беретін осы қасиеттерге ие денелер үшін абсолютті иілгіш дене үлгісін қолдануға болатындық, екіншіден, ондай денелердің беріктігін есептеуге арналған формулалардың өте қарапайым болып табылуы себепші.

Егер материалдың беріктігі анықталған болса, онда осы материалдан жасалған құрастырма беріктігінің есебі құрастырманың сенімді жұмысын қамтамасыз ететін ақылға қонымды беріктік қорын анықтауда жатыр. 3.1.4 бөлікте айтылған беріктік қорын қамтамасыз ету тәсілдері әрқандай болып табылатын беріктікті есептеудің барлық әдістері осыған негізделген.

### 3.1.4. Құрастырмалар мен олардың элементтерін есептеу

Құрастырманы есептеу дегеніміз оның сенімді (апатсыз) жұмысын материалдарды неғұрлым аз шығындап (жұмсап), қажетті орнықтылық дәрежесімен қамтамасыз ету.

Құрастырмалардың беріктігі мен қауіпті күйлерін зерттеу мәселелерімен көптеген ғылымдар мен қолданбалы пәндер, мысалы, «Машиналардың бөлшектері» мен «Құрылыс құрастырмалары» айналысады. «Машиналардың бөлшектері» пәнінде ұйғарынды кернеулер жөніндегі әдіс кеңінен қолданылады. Құрылыс құрастырмалары құрылыс нормаларына және ережелеріне (ҚНЖЕ) сәйкес шекті күйлер әдісі бойынша есептеледі. Үш топқа біріккен ондай бірнеше күй болады. Бұл туралы толығырақ 2-тарауда айтылған [8].

Құрастырмаларда шекті күйлерге жол берілмейді.

Жалпытехникалық курс ретіндегі техникалық механикада барлық шекті күйлердің ішінде екеуі: беріктікті жоғалту мен қаттылықты жоғалту қарастырылады.

**Құрастырмалар мен олардың элементтерінің беріктігін есептеу.** Құрастырмалардың беріктігі біздің ойымызда оның бұзылмаушылығымен байланысқан. ҚНЖЕ-нде неғұрлым кеңірек ұғым — құрастырманың көтеруші қабілеті пайдаланылады. Беріктік көтеруші қабілет көрсеткіштерінің бірі болып табылады.

Құрастырманың бүкіл қолданыс мерзімі бойы бұзылмаушылығын қамтамасыз ету — есептің басты міндеті. Бұзыла бастаған кезді анықтау айтарлықтай қиын, өйткені оның орын алуы кездейсоқ факторларға да байланысты болуы мүмкін. Сондықтан құрастырмаларды есептеген кезде оның бұзылмауынан басқа, қауіпті күй тудырмауын жиі ескереді.

Беріктікті есептеу көп жағдайда күрделі инженерлік мәселе болып табылады, өйткені ол құрастырма жасалынған материалдардың қасиеттерін,

жүктемелердің сипаты мен түрін, құрастырманың есептік сұлбасының адекваттық дәрежесін ескеруді және т.б. талап етеді. Сонымен қатар, үнемділік көрсеткішін ескеру қажет, өйткені беріктіктің артық қоры, әдетте, материалдардың артық жұмсалыуына, және тиісінше құрастырманың қымбаттауына алып келеді. Бұл оқулықта бір жағынан, қатты және иілгіш денелер статикасының тепе-теңдігік теңдеуіне, екінші жағынан, құрастырмалар дайындалатын материалдардың зертханалық сынақтарына сүйенетін құрастырмаларды есептеудің қарапайым теориясы қарастырылады. *Беріктікке есептеу құрылыс құрастырмаларының барлық түрлері үшін орындалады. Оның мәнісі құрастырмалардың қималарында туындайтын ішкі күш салудың (немесе кернеулердің) нормаларда белгіленген шамалардан асып кетпеуін қамтамасыз етуде.* Құрылыс құрастырмалары үшін ондай шамалар ҚНЖЕ-нде белгіленеді. Біздің оқулығымызда олар беріледі. Құрастырманың көтеруші қабілетін қамтамасыз ету жағдайын неғұрлым жалпы түрде келесі түрде жазуға болады:

$$S \{N_x, Q_x, M_x\} \leq \Phi \{V, R\} \quad (3.1)$$

мұндағы  $S$  — деформацияның түріне байланысты  $N_x$  бойлық күші де,  $Q_x$  көлденең күші де,  $M_x$  игіш моменті де болуы мүмкін ішкі күш салуды жазудың жиынтық түрі ( $N_x$ ,  $Q_x$  және  $M_x$  күштік және моменттік сыртқы жүктемелерге байланысты екендігі және оларды статиканың тепе-теңдігі теңдеулерінен табуға болатындығы белгілі);  $\Phi$  —  $V$  мен  $R$ -ға байланысты құрастырманың көтеруші қабілетін жазудың жиынтық түрі;  $V$  — қиманың өлшемдері мен пішінін ескеретін жалпы түрдегі геометриялық фактор (деформация түріне байланысты ондай фактор  $A$  қимасының ауданы,  $W$  кедергі моменті немесе  $J$  инерция моменті болуы мүмкін);  $R$  — зертханалық сынақтардың көмегімен анықталатын және қауіпсіз әрі рұқсат етілген болып есептелетін материалдың есептік кедергісі ( $R$  мәндері тиісті кестелерде келтірілген).

$S$  пен  $\Phi$ -дан кейінгі фигуралы жақшалар параметрлердің жақшалардың ішінде келтірілген шамаларға байланысты екендігін көрсетеді. Математика тілімен айтқанда,  $S$  мен  $\Phi$  олардың атқарымы болып табылады.

Арнайы әдебиетте шартты жазудың неғұрлым қарапайым түрі жиі кездеседі (3.1):

$$S \leq \Phi.$$

(3.2)

Егер (3.2) шарты орындалып жатса, яғни сол жағы оң жағынан үлкен болмай

шықса, құрастырма берік саналады, яғни оның көтеруші қабілеті қамтамасыз етілген. Егер шарт орындалмаса, онда құрастырманың беріктігін қамтамасыз ету үшін тиісті шаралар қажет:

- өлшемдерді үлкейту;
- жүктемелерді азайту;
- беріктігі неғұрлым жоғары материалдарды қолдану және т.б.

ҚНЖЕ-нде құрастырмалардың тура дайындалмауы, уақыт жүктемелерінің өзгеруі (мысалы, қардың түсуі) және т.б. жағдайлар себепті жобалық шамалардан ауытқу ықтималдылығы ескерілгендігін атап өту қажет.

Жүктеменің ықтималдығы ең үлкен мәндерін *есенмік*, ал ең аз мәндерін — *нормативтік* деп атайды. Осы мәселелерге аса көңіл бөлмей-ақ, біз оқулықтың аясында беріктігі есептелінетін құрастырмаларға әсер ететін жүктемелерді шартты түрде есептік деп қабылдаймыз, яғни жүктемелердің есептік мәндерін анықтау жөніндегі амалдар әлдеқашан орындалып қойған деп санайтын боламыз.

Құрастырмалардың жұмыс жағдайлары әртүрлі болуы мүмкін. Оны есептік кедергінің алдында жұмыс жағдайларының коэффициентін ескерумен енгізумен ескереді. Біз бұл мәселеге көңіл бөлмейміз және қарастырылған есептерде көрсетілген коэффициентті 1-ге тең деп санаймыз.

(3.1) және (3.2) шарттарында кейбір белгілер мен индекстер ҚНЖЕ-нде қабылданғандардан өзгеше. Автор ондай өзгерістерге есептің мәнісін барынша қарапайым және көрнекі түсіндіру мақсатында барды. ҚНЖЕ-нің талаптары анығырақ ескерілген неғұрлым қатаң тәсілдемелер [8]-де сипатталған. Құрастырмаларды ұйғарынды кернеулер бойынша есептеу әдістемесі [2] мен [6]-да келтірілген.

**Қаттылықты есептеу.** Беріктігі қамтамасыз етілгенімен кейбір құрастырмаларда иілістер тым көп болуы мүмкін, сол себепті үй-жайларды қалыпты пайдалану, технологиялық үдерістердің қалыпты жүруі, тұрмыстық жағдайлар және т.б. бұзылады. Мысалы, кранның астындағы темірбетон немесе болат діңгек нормаларда белгіленген иілу шектерінен асып кетсе, онда жүк тиелген көпір кранына шұңқырдан шығуға тура келеді. Бұл оның тораптарына қосымша жүктемелер салып, мерзімінен бұрын тозуына алып келеді. Егер сыланған үйдің төбесін көтеріп тұрған ағаш діңгек өзінің ұзындығының 1/300-нен аса майысқан болса, сылақ адамдардың денсаулығы мен өміріне қауіп келтіріп, түсе бастайды. Үй-жайдың эстетикалық пішіні бұзылады. Сонымен бірге екі жағдайда да діңгектер берік, яғни бұзылу қауіпінсіз болуы мүмкін.

Мұндай құрастырмалар мен құрылыстар үшін ҚНЖЕ-нде деформациялар бойынша есеп деп жиі аталатын қаттылықты есептеу ұсынылған. Оның мәнісі нақты майысудың (немесе басқа деформация) нормаларда белгіленген шекті (ұйғарынды) майысудан асып кетпеуін қамтамасыз етуде, яғни

$$f_{\max} \leq f_{\text{шекті}}$$

мұндағы  $f_{\max}$  — иілгіш дененің статика формуласы бойынша анықталатын нақты майысу (2-тарауды қараңыз);  $f_{\text{шект}}$  — нормаларда рұқсат етілген шекті майысу (кейбір құрастырмалар үшін оның мәндері тараудың 3.7 бөлігінде келтірілген).

ҚНЖЕ қаттылықты жүктемелердің нормативтік мәндері бойынша, яғни ықтималдылығы ең төмен мәндері бойынша есептеуді ұсынады. Бұл бізден жасауға мүмкіндігіміз жоқ көптеген арнайы жағдайларды ескеруді талап етеді. Сондықтан қаттылықты есептегенде нормативтік жүктемелер бізге беріліп қойған деп санайтын боламыз.

**Құрастырмалар мен олардың элементтерінің беріктігі мен қаттылығын есептеудің жалпы тәртібі.** Есепті келесі тәртіпте орындайды.

1. Жүктемені анықтайды. Бұл құрастырмаларды есептеудегі маңызды және кей кезде күрделі қадам құрылыс саласындағы арнайы білімді талап етеді, сондықтан техникалық механиканың есептерінде жүктемелер анықталмайды (сирек жағдайларда анықталады), беріледі.

2. Есептік сұлбаны құрастырады. Техникалық механиканың есептерінде құрылыс құрастырмаларына тән көптеген ерекшеліктер есептік сұлбада есепке алынбайды, сондықтан есептік және құрастырмалық сұлбалардың арасында аса айырмашылығы жоқ, қандай жағдай болмасын, олардың айырмашылықтарын қатаң көрсету қажеттілігі туындамайды. Құрастырмалық және есептік сұлбалар туралы кейбір мәліметтер тараудың 1.1.6 бөлігінде берілген. Құрастырмалық және есептік сұлбалар туралы толығырақ 4 тарауда [8] айтылады.

3. Статикалық есепті орындайды.

*Статикалық анықталатын құрастырмаларды абсолютті қатты дене механикасының тепе-теңдігі теңдеулерінің көмегімен есептейді (1-тарауды қараңыз):*

- тіреу реакцияларын анықтайды;
- $N_x$ ,  $M_x$ ,  $Q_x$  ішкі күш салуын анықтап, есептің шарты бойынша талап етілсе, тиісті эпюрлерді құрады.

*Статикалық анықталмайтын құрастырмаларды абсолютті иілгіш дене механикасының тепе-теңдігі теңдеулерінің көмегімен есептейді (2-тарауды қараңыз):*

- статикалық анықталмаушылық дәрежесін анықтап, негізгі сұлбаны таңдайды;
- $N_x$ ,  $M_x$  және  $Q_x$  ішкі күш салуын анықтап, есептің шарты бойынша талап етілсе, тиісті эпюрлерді құрады.

4. Осы тарауда келтірілген нақты дене механикасы формулаларының

көмегімен *құрастырмалық есепті* орындайды.

*Беріктік пен орнықтылықты* есептегенде үш түрлі есепті шығарады:

- қиманы таңдау (1-ші түрі);
- беріктікті тексеру (2-ші түрі);
- көтеруші қабілетті анықтау (3-ші түрі).

Қаттылықты есептегенде (деформациялар бойынша)  $f_{\max}$  нақты майысу,  $f_{\text{шекті}}$  ұйғарынды (шекті) майысуды анықталып,  $f_{\max} \leq f_{\text{шекті}}$  шартының орындалып жатқандығы тексеріледі.

5. Қиманы құрастыруды құрастырмаларды жобалау және пайдалану тәжірибесінде қалыптасқан барлық талаптарды сақтай отырып, орындайды. Ол талаптар «Құрылыс құрастырмалары» мен «Машиналардың бөлшектері» сияқты арнайы пәндерде қарастырылады. Талаптардың көбісінің орындалған есептермен байланысы болмауы мүмкін.

Техникалық механикада құрастырмалардың немесе құрылыстардың есебі көрсетілген көлемде орындалмайды. Ол тек қана статикалық және құрастырмалық есептерден тұрады, бұған қоса соңғысы күрделі емес құрастырмалар үшін ғана жүргізіледі. Құрылыс құрастырмаларының есебі толық көлемде [8]-де келтірілген.

## БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ

1. Неліктен материалдар мен құрастырмалардың беріктігі олардың аса маңызды қасиеті болып саналады?
2. Кернеу беріктікпен қалай байланысқан?
3. Жүктемелер әсерінің жалпы жағдайында дінгектің қиасында қандай кернеулер туындайды?
4. Материалдардың беріктігіне зертханалық сынақтар не үшін жүргізіледі?
5. Жүктеме түскен сынғыш және иілімді материалдарға не болады?
6. Құрастырмалардың беріктігін есептеудің мәнісі неде?
7. Қаттылықты есептеу дегеніміз не?

## 3.2. СОЗЫЛУ

Созылуның негізгі екі түрі болады:

- ортадан немесе осьтен – созығыш күштердің әсер ету желісінің осьтің элементімен сәйкес келуі (3.8, *a* суреті);
- ортадан тыс – созығыш күштердің әсер ету желісі мен элементінің осі арасында эксцентриситет деп аталатын біраз *e* қашықтығының болуы (3.8, *b* суреті).

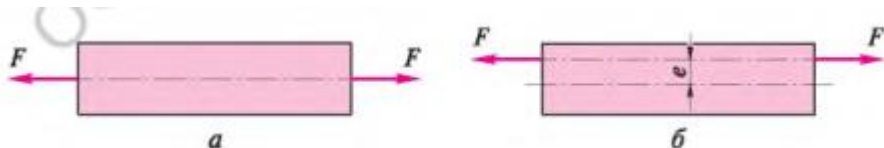
Неғұрлым қарапайым әрі тәжірибеде кең таралған осьтік созылуды

қарастырумен шектелік.

### 3.2.1. Ортадан созылған элементтің кернеулі-деформациялы күйі

Элементті кернеулі-деформациялы күйге әкелетін ортадан (осьтен) созылудың сыртқы күштердің, деформациялардың, ішкі күш салу мен кернеулердің әсер етуі тұрғысынан қарағанда, өзіне тән ерекшеліктері бар.

Сыртқы күштер элементтің осі бойынша түсіріліп, одан қарай бағытталған (3.8, а суретін қараңыз).

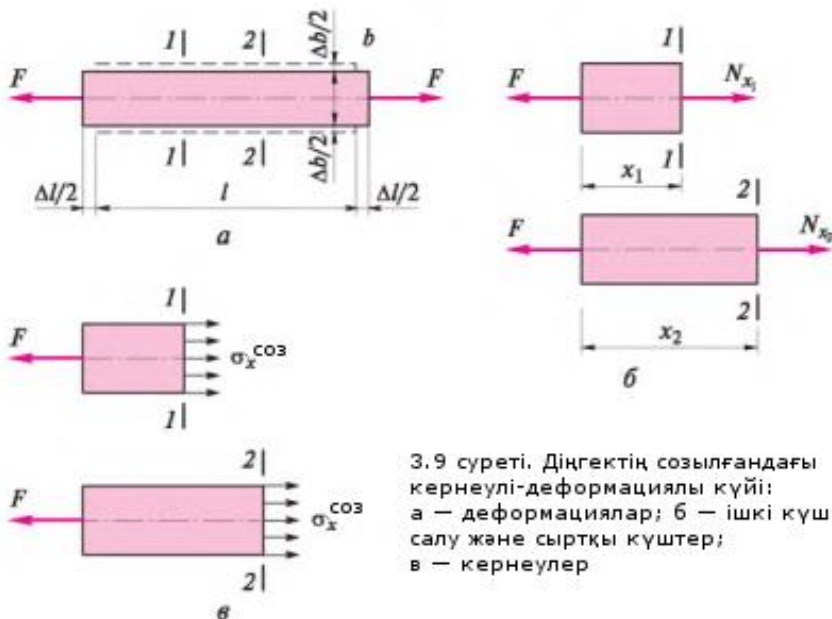


3.8 суреті. Тұтас кималы дінгектің осьтік (а) және ортадан тыс (б) созылуы

Деформациялардың мәнісі элементті *абсолютті ұзарту* деп аталатын қандай да бір шамаға  $\Delta l /$  (3.9, а суретінде,  $\Delta l = \Delta l / 2 + \Delta l / 2$ ) ұзартуда және оны көлденең қимада *абсолютті көлденең деформация* деп аталатын қандай да бір  $\Delta b$  шамасына кішірейтуде (жіңішкертуде) (3.9, а суретінде,  $\Delta b = \Delta b / 2 + \Delta b / 2$ ) жатыр. Көп жағдайда  $\epsilon = \Delta l / l$  салыстырмалы ұзартумен және  $\epsilon_1 = \Delta b / b$  салыстырмалы көлденең деформациямен істес болған қолайлы.  $\mu$  ( $\mu = \epsilon_1 / \epsilon$ ) таңбасымен белгіленетін деформациялардың салыстырмалы көлденең және бойлық қатысы *Пуассон коэффициенті* деп аталады. Гук заңы бойынша материалдың бойлық деформацияларын сипаттайтын  $\Delta l$  және  $\epsilon$  шамалары  $E$  бойлық иілгіштік (деформация) үлгісіне байланысты [(2.1) және (2.2) формулаларын қараңыз]. Материалдың көлденең деформацияларын сипаттайтын  $\Delta b$  және  $\epsilon_1$  шамалары көлденең деформация үлгісінен үлгілермен өлшенетін  $G$  бойлық деформация үлгісіне байланысты. Мысалы, болат үшін  $G = (0,25...0,33) E$ , бетон үшін  $G = (0,16...0,22) E$ , яғни болат үшін көлденең деформациялар созылу кезінде бойлық деформациялардан  $1/(0,25.0,33)$  немесе 3—4 есе, ал бетон үшін — шамамен 5—6 есе кем.



Ортадан созылған діңгектің кез келген қимасында бір ішкі күш салу — қиманың бір жағында орналасқан барлық сыртқы күштердің жиынына тең бойлық күш  $N_x$  туындайды. 3.9, б суретінде көрсетілген  $N_x=N_{x1}=N_{x2}=F$  шарты үшін созылу нәтижесін көрсету мақсатында бұл күшті  $N_x^{\text{соз}}$  таңбасымен белгілейміз.



3.9 суреті. Діңгектің созылғандағы кернеулі-деформациялы күйі: а — деформациялар; б — ішкі күш салу және сыртқы күштер; в — кернеулер

Діңгектің кез келген қимасында қиманың ауданы бойынша біркелкі таралған (3.9, в суреті) және

$$Q_x^{\text{соз}} = \frac{N_x^{\text{соз}}}{A}$$

(3.4)

тең бірдей қалыпты кернеулер  $Q_x^{\text{соз}}$  туындайды.

мұндағы  $A$  — көлденең қиманың ауданы.

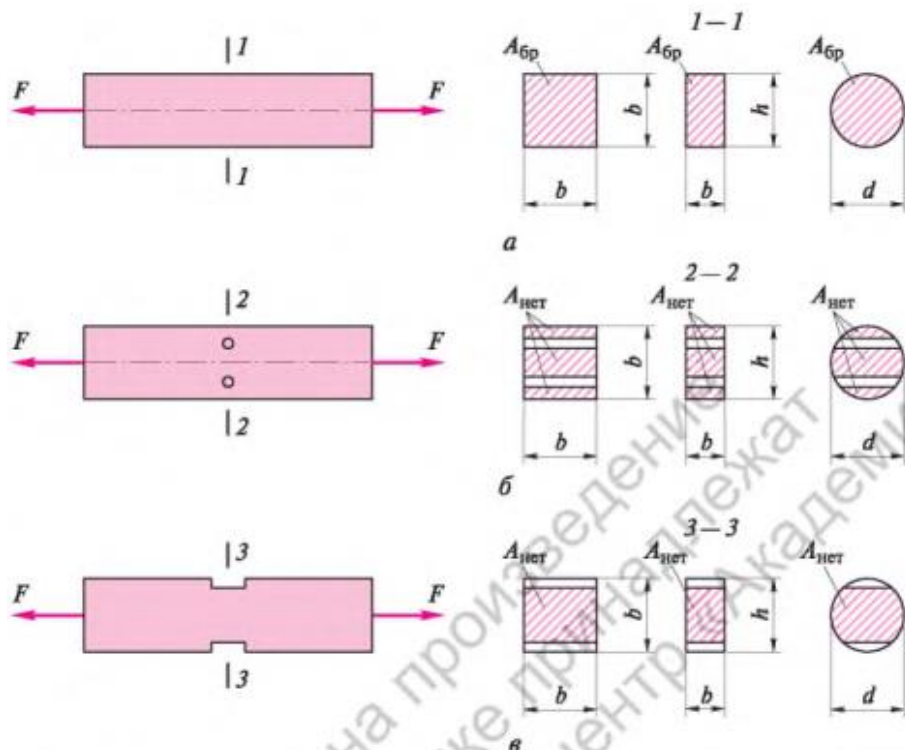
Созылу кезіндегі кернеулі күй 3.1.2 бөлігінде сипатталған жалпы түрдегі кернеулі күйдің жекеше жағдайы болып табылады, яғни бұл жағдайда  $N_x$  күшінен туындайтын кернеулер ғана болады, ал  $Q_x$  мен  $M_x$ -ден кернеулер

болмайды.

Осьтен созылу кезінде екі жағдайды бөлуге болады:

- тұтас (босаңсымаған) элементтің созылуы (3.10, а суреті);
- саңылаулардан, ойымдардан және т.б. босаңсыған элементтің созылуы (3.10, б, в суреті).

Екі жағдайда да «элемент» терминінің орнына әдетте «қима» терминін қолданады, өйткені элементтің созылған кезіндегі беріктігі элементтің өсіне перпендикулярлы қиманың өлшемдеріне байланысты.



3.10 суреті. Тұтас кималы дінгектің (а) және саңылаулар (б) мен оймалардан (в) босаңсыған дінгектердің созылуы

### 3.2.2. Тұтас қиманың ортадан созылған элементтерінің беріктігін есептеу

Ортадан созылған элементтің кернеулі-деформациялы күйі мен шекті күйлер бойынша есептеудің жалпы тәсілдемелерін [(3.2) жағдайын қараңыз] ескере отырып, созылған элементтер үшін беріктік жағдайын келесі түрде жазуға болады:

$$N_x^{\text{соз}} \leq \Phi_{\text{соз}} \quad (3.5)$$

3.2.1 бөлігінде айтылып өткендей,  $N_x^{\text{соз}}$  сыртқы созығыш күштерден (жүктемелерден) туындайтын ішкі бойлық күш салу болып табылады. Егер сыртқы күштердің барлығы элементтің осі бойынша әсер ететін болса, мысалы,  $x$  осі бойынша, онда ішкі күш салу саны бойынша қиманың бір жағында орналасқан барлық күштердің алгебралық жиынына тең болады:  $N_x = \sum F_{ix}^{\text{соз}}$  немесе  $N_x = \sum F_{ix}^{\text{от}}$ . Мұнда сыртқы және ішкі күштердің байланысы анық байқалады.

Жағдайдың оң жағындағы  $\Phi_{\text{соз}}$  шамасы (3.5) — созылған элемент көтере алатын күш салудың (күштің) шекті мәні немесе *элементтің созылған кезіндегі көтеруші қабілеті*. Ол материалдың беріктік қасиеттеріне (дәлірек айтқанда, оның есептік кедергісіне) және элементтің көлденең қимасының ауданына байланысты, яғни

$$\Phi_{\text{соз}} = R_{\text{соз}} A, \quad (3.6)$$

мұндағы  $R_{\text{соз}}$  — материалдың созылуға есептік кедергісі (оны төменгі индексден көруге болады) ҚНЖЕ-не сәйкес түрлі материалдар (металл, ағаш және т.б.) үшін келтіріледі, олардың кейбіреулері үшін  $V$  қосымшасында берілген (ҚНЖЕ-нде созылуға және қысылуға бірдей қарсы келетін материалдар үшін, мысалы болат үшін кедергіні белгілеу үшін төменгі индекстер қойылмайды; ҚНЖЕ-гі белгілер оқулықта қабылданғандардан өзгеше болуы мүмкін);  $A$  — көлденең қиманың ауданы, босаңсыған элемент болмаса — толық аудан, немесе брутто (қарапайым геометриялық фигуралар үшін оны белгілі формулалар бойынша табуға болады, прокат профильдері үшін  $I$ -қосымшада келтірілген).

Формуланы (3.6) ескере отырып, (3.5) беріктік жағдайы

$$N_x^{\text{CO}_2} \leq R_{\text{CO}_2} A,$$

(3.7)

немесе

$$\frac{N_x^{\text{CO}_2}}{A} \leq R_{\text{CO}_2}.$$

(3.8)

түрін қабылдайды.

Созылу кезіндегі беріктік жағдайы үш түрлі мәселені шешуге мүмкіндік береді.

*1-ші түрі:  $\Phi_{\text{CO}_2}$  элементінің көтеруші қабілетін анықтау.* Бұл мәселе ғимаратты қалпына қайта келтіргенде (еденді, жабынды және т.б. ауыстырғанда), ғимараттағы жабдықты ауыстырғанда, ғимараттың мақсатын өзгерткенде және т.б жағдайларда туындайды. Мұндай мәселелерде қарастырылып отырған элемент қысуға жиі жұмыс істейді.

*2-ші түрі: элементтің беріктігін тексеру.* Егер  $N_x^{\text{CO}_2}$  белгілі бір мәндерінде  $A$  мен  $R_{\text{CO}_2}$  жағдайы (3.8) орындалса, онда элементтің беріктігі қамтамасыз етілген болып саналады. Егер жағдай орындалмаса, қандай да бір шаралар қабылдау қажет: мүмкін болса, көлденең қиманың ауданын ауданын үлкейту, неғұрлым берік материалды немесе беріктік қабілеті жоғарырақ сол материалдың өзін таңдау, сыртқы жүктемені азайту.

*3-ші түрі: элементтің көлденең қимасын таңдау.* Мұндай кезде келесі түрдегі беріктік жағдайын пайдаланады:

$$A \geq \frac{N_x^{\text{CO}_2}}{R_{\text{CO}_2}}.$$

(3.9)

$N_x^{\text{CO}_2}$  және  $R_{\text{CO}_2}$  мәндерін белгілі немесе берілген деп есептеп, көлденең қиманың ауданын  $A$  табады, содан кейін берілген нысан бойынша оның өлшемдерін анықтайды. Инженерлік есептерде жобалаушы қиманың пішінін құрастырмалық және экономикалық талаптардың негізінде өзі таңдайды. Қиманы таңдаған соң, әдетте, есептеу кезінде ықтимал қателіктерді болдырмау үшін 1 түріндегі есепті шешіп, тексерісті орындайды.

(3.4) ескере отырып, (3.8) жағдай келесі түрге енеді:

$$Q_x^{\text{co3}} \leq R_{\text{co3}},$$

(3.10)

яғни қалыпты кернеу созылу кезінде элемент материалының созылуға қарсы есептік кедергісінен аспаса, элементтің көтеруші қабілеті қамтамасыз етілген деп саналады.

### 3.2.3. Көлденең қимасы босаңсыған ортадан созылған элементтердің беріктігін есептеу

Элементте құрастырмаларды бекітуге арналған саңылаулардың, оймалардың, шұқырлардың болуы оның көлденең қимасының ауданын азайтады (3.10, б, в суретін қараңыз). Демек, элементтің көтеруші қабілеті төмендейді. Алайда саңылаулар, оймалар, шұқырлар (мұнан былай оларды көлденең қиманың босаңсуы деп атаймыз) бір қарағанда элементтің бұзылу себебі (орны) болып табылатындай көрінгенмен, дұрыс технологиямен жасалған жағдайда, бұзылуға әрдайым себепші бола бермейді. Элементтің беріктігін есептеуді босаңсыған қима бойынша жүргізеді. Барлық есептік формулалар бұрынғыдай болып қала береді, бірақ толық қима (брутто) ауданының  $A_{бр} = A$  орнына оларға босаңсыған қиманың (нетто) ауданын  $A_{нет}$  қояды. Мұндай кезде (3.8) беріктік жағдайы келесі түрге енеді:

$$\frac{N_{x,cos}}{A_{нет}} \leq R_{cos} \cdot$$

(3.11)

$A_{нет}$  ауданы 3.10, б және в суреттеріндегі қималардың әрқайсысы үшін штрихтелген жерлер аудандарының жиыны болып табылады. Оны  $A_{нет} = A_{бр} - A_{бос}$  формуласы бойынша анықтауға болады, мұндағы  $A_{бос}$  — көлденең қимаға түскен босаңсулар ауданы, яғни қиманың штрихтелмеген жерлерінің ауданы. Беріктікті есептеуді орындаудан басқа, элементтің ұзартылуын табуға болады (2-тараудағы формулалар бойынша), алайда созылған элементтерде деформациялардың аз болғаны соншалық, оларды, мысалы, иілетін элементтерге қарағанда, ерекше жағдайларда ғана анықтайды.

### 3.2.4. Еңіс қималардағы кернеулер

Тараудың 3.2.1 бөлігінде қалыпты қималарда туындайтын, яғни діңгектің осіне перпендикулярлы кернеулер қаралды. Ондай кернеу 3.11, а, б суретіндегі 1 — 1 кернеу болып табылады. Бұл қималардағы кернеулер қалыпты деп аталады және  $\sigma = F/A$  тең. Көбінесе қиғаш деп аталатын, осьтен созылу кезіндегі еңіс қималардағы (алаңдардағы) кернеулерді қарастырайық. Ол үшін қимасы 2 — 2 діңгекті кесіп, діңгектің жоғарғы бөлігін алып тастайық та, бойлық күштің  $N_x$  әсерін осы қима бойынша біркелкі таралған  $p$  кернеулерімен ауыстырайық (3.11, в суреті). 2 — 2 қимасының еңіс бұрышы 1 — 1 қимасына қатысты осы қималарға нормальдардың арасындағы бұрышқа тең. Сол бұрыштарды  $\alpha$  таңбасымен белгілейік. 1—1 көлденең қиманың ауданын  $A$ , ал 2 — 2 қимасын —  $A_a$  деп белгілейік. Онда

$$A_a = \frac{A}{\cos a}.$$

$P$  кернеулері  $A_a$  ауданы бойынша біркелкі таралғандықтан, оларды келесі формуламен табуға болады:

$$p = \frac{N_x}{A_a} = \frac{F}{Aa} = \frac{F}{A \cos a} = \frac{F}{A} \cos a.$$

$F/A = \sigma$  болғандықтан,

$$p = \sigma \cos a.$$

Демек,  $a = 0$   $p = \sigma$ , ал  $a = 90^\circ$   $p = 0$ .

$P$  кернеулерін екі құрамдасқа бөлейік: 2—2 қимасының жазықтығында және оған перпендикулярлы. 2—2 қимасына перпендикулярлы құрамдас еңіс алаңдағы қалыпты кернеу  $O_a$ , ал 2—2 қимасының жазықтығындағы құрамдас еңіс алаңдағы  $T_a$  жанама кернеу болып табылады (3.11,  $z$  суреті).  $P$  кернеуін  $O_a$  мен  $T_a$ -ның геометриялық жиыны болып табылады, сондықтан оны *толық* деп атайды.

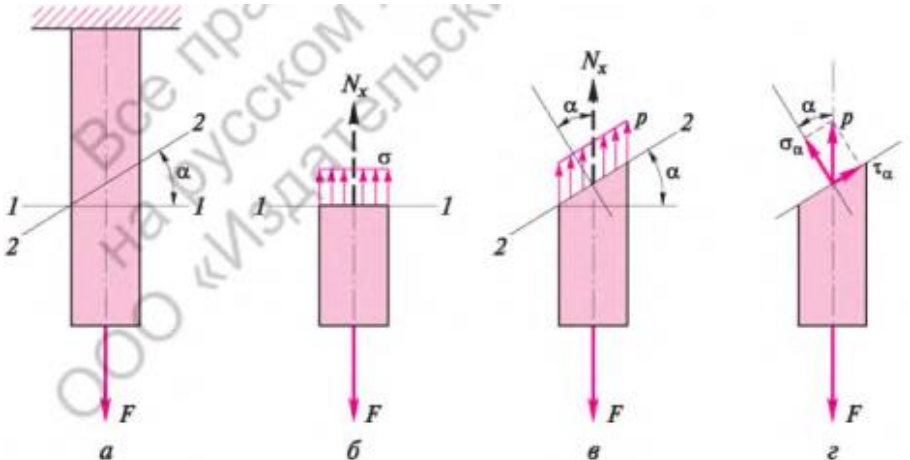
Кернеулердің әрқайсысын еңіс алаңнан табайық:

$$\begin{aligned} \sigma_a &= p \cos a = \sigma \cos a \cos a = \sigma \cos^2 a; \\ \tau_a &= p \sin a = \sigma \cos a \sin a = \frac{\sigma}{2} \sin 2a. \end{aligned}$$

$a$  бұрышына байланысты  $O_a$  мен  $T_a$ -ның қалай өзгеретінін оңай талдауға болады:

- $a = 0$   $O_a = \sigma$ ,  $a = 90^\circ$   $O_a = 0$ ,  $a = 45^\circ$   $O_a = \sigma/2$ ;
- $a = 0$   $\tau_a = 0$ ,  $a = 90^\circ$   $\tau_a = 0$ ,  $a = 45^\circ$   $\tau_a = \sigma/2$ .

Осылайша, ең үлкен қалыпты кернеулер діңгектің осіне перпендикулярлы алаңдарда, ал осьтік қалыпты кернеулердің жартысына тең ең үлкен жанама кернеулер діңгектің осіне  $45^\circ$  бұрышында орналасқан алаңдарда туындайды.  $a = 90^\circ$  болғанда қалыпты және жанама кернеулер нөлге тең, яғни бойлық талшықтар бір-бірін баспайды, және бір-бірінен ажырамайды және бір-біріне қатысты жылжымайды (жоғары немесе төмен).



3.11 суреті. Аландардағы кернеулер:

а – қималардың орналасуы көрсетілген діңгектің сұлбасы; б — қалыпты алаңдағы кернеулер; в — көлбеу алаңдағы толық кернеулер; г — көлбеу алаңдағы қалыпты  $\sigma_a$  және жанама  $\tau$  кернеулер

### 3.2.5. Созылған элементтерді есептеу бойынша практикалық есептер

Түрлі аспалар, кронштейндердің тартқышы, фермалардың біліктері бәрінен де жиі созылады. Құрастырмалардың созылған элементтері үшін созылуға жұмыс істейтін мінсіз материал болат болып табылады.

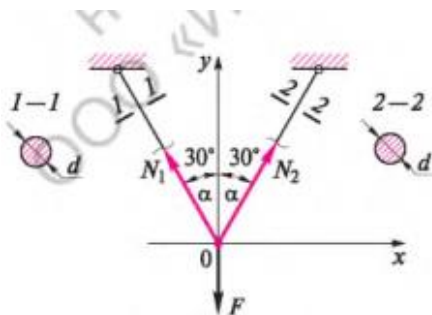
**3.1 есебі.** С-235 болаттан жасалған және диаметрі 20 мм дөңгелек көлденең қималы екі тартқыш түріндегі аспаның (3.12 суреті) қандай жүкті көтере алатындығын анықтау.

**Шешімі.** Есеп 1-ші түрге жатады: (3.7) жағдайы бойынша аспаның көтеруші қабілетін анықтау талап етіледі.

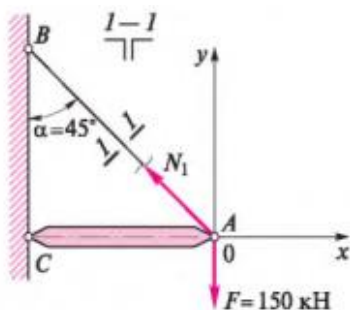
$$N_x^{\cos} \leq AR_{\cos}$$

мұндағы  $N_x^{\cos}$  — екі тартқыштағы жиынтық созығыш күш салу.

Оны  $\sum Y = 0$  тепе-теңдік теңдеуін құрап табуға болады, оның түрі осы есеп үшін келесідей болады:



3.12 суреті. 3.1 есебіне



3.13 суреті. 3.2 есебіне

$$N_1 \cos \alpha + N_2 \cos \alpha - F = 0.$$

Аспа симметриялық болғандықтан,  $N_1 = N_2$ , яғни

$$F = 2N_1 \cos \alpha.$$

Бір тартқыштағы созығыш күш салу  $N_1 = \frac{F}{2 \cos \alpha}$ .

Осыны ескере отырып, (3.7) жағдайы келесі түрді қабылдайды:



$$\frac{F}{2 \cos a} \leq A_1 R_{\text{cos}},$$

мұндағы  $A_1$  — бір тартқыш қимасының ауданы;  $R_{\text{cos}}$  — С-325 болаттың есептік кедергісі.

Ауданды анықтаймыз

$$A_1 = \frac{Pd^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 2^2}{4} = 3,14 \text{ см}^2.$$

V-қосымшаның 1-кестесі бойынша  $R_{\text{cos}} = 230 \text{ МПа} = 23 \text{ кН/см}^2$  болатынын табамыз.

Бір тартқыш мына күш салуды көтере алады:

$$A_1 R_{\text{cos}} N_1^{\text{cos}} = 3,14 \cdot 23 = 72,2 \text{ кН}.$$

F салмағындағы жүкті екі тартқыш ұстап тұрады, олардың әрқайсысы тік сызықты бұрышты құрайды  $a = 30^\circ$ . Сондықтан

$$F = 2A_1 R_{\text{cos}} \cos a = 2 \cdot 72,2 \cdot 0,866 = 125 \text{ кН}.$$

*Жауабы:* екі тартқыштан тұратын аспа салмағы 125 кН жүкті көтереді.

**3.2 есебі.** С-245 болаттан жасалған тең бүйірлі қосарланған бұрыштан тұратын тартқыш тік сызықты бұрышты құраған кезде  $a = 45^\circ$ ,  $F = 150 \text{ кН}$  күші түсірілген кронштейн тартқышының АВ қимасын таңдау (3.13 суреті).

**Шешімі.** Есеп 3-ші түрге жатады: қиманы (3.9) жағдай бойынша таңдау талап етіледі

$$A \geq N_x^{\text{cos}} / R_{\text{cos}}.$$

Есептің шарты бойынша бізге AC тіреуін есептеу талап етілмеген соң, A торабы үшін бізге AB тартқышына күш салуды табуға мүмкіндік беретін бір ғана тепе-теңдік теңдеуін  $\Sigma Y = 0$  құрған жеткілікті. Бұл теңдеу біздің есеп үшін мынадай түрді қабылдайды:

$$-F + N_1 \cos 45^\circ = 0,$$

одан

$$N_1 = \frac{F}{\cos 45^\circ} = \frac{150}{0,707} = 212,2 \text{ кН.} \quad \text{шығады}$$

$N_1$  күш салу АВ тартқышындағы бойлық созғыш күш болып табылады. (3.9) жағдайында ол стандартты  $N_x^{\text{cos}}$ , яғни  $N_x^{\text{cos}} = N_1 = 212,2 \text{ кН}$  таңбасымен

белгіленеді.

Онда

$$A_{\text{тал}} \geq \frac{Nx^{\text{coз}}}{ar_{\text{сцз}}} = \frac{212,2}{24} = 8,84 \text{ см}^2.$$

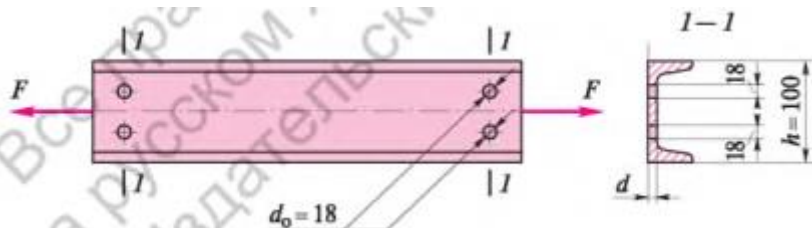
C-245 болаттың есептік кедергісі  $R_{\text{coз}} = 240 \text{ МПа} = 24 \text{ кН/см}^2$  V-қосымшаның 1-кестесінен алынған.

Біз екі бұрышқа келетін талап етілген ауданды таптық, сондықтан бір бұрыштың талап етілген қимасының ауданы мынадай:

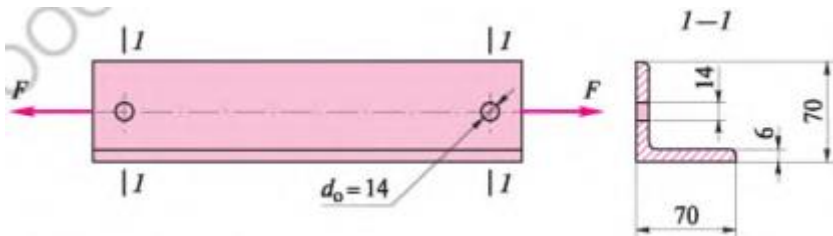
$$A_1^{\text{тал}} = A^{\text{тал}}/2 = 8,84/2 = 4,42 \text{ см}^2.$$

I-қосымшаның 1-кестесі бойынша  $A_1^{\text{тал}}$  жақын, қимасының ауданы үлкенірек бұрышты табамыз. Ондай бұрыш қимасының ауданы  $4,80 \text{ см}^2$  құрайтын  $50 \times 5$  өлшеміндегі бұрыш болып табылады. Екі бұрыш қимасының ауданы  $A = 9,60 \text{ см}^2 > A^{\text{тал}} = 8,84 \text{ см}^2$ , демек, тартқыштың беріктігі қамтамасыз етілетін болады. *Жауабы:* тартқыш  $50 \times 5$  өлшемді екі бұрыштан тұруы тиіс.

**3.3 есебі.** C-345 болаттан жасалған №10 швеллер диаметрі  $d_a = 18 \text{ мм}$  екі саңылаумен босаңсыған  $F = 300 \text{ кН}$  сыртқы созығыш күшін көтере алады ма тексеру (3.14 суреті).



3.14 суреті. 3.3 есебіне



3.15 суреті. 3.1 есебіне

**Шешімі.** Есеп 2-ші түрге жатады: көтеруші күшті тексеру, яғни (3.8) жағдайын орындау талап етіледі. Қиманың босаңсуы болғандықтан,  $A$ -ның орнына  $A_{\text{нет}}$  қою керек:

$$\frac{N x^{\text{CO}_2}}{A_{\text{нет}}} \leq R_{\text{CO}_2} \cdot \quad (a)$$

Швеллердің көтеруші қабілеті  $N_x^{\text{CO}_2} F = 300$  кН сыртқы күшінен кем болмауы тиіс.

Босаңсыған қиманың ауданы

$$A_{\text{нет}} = A - A_{\text{бос}} = A - 2dd_0,$$

мұндағы  $A$  — 10,9 см<sup>2</sup>-ге тең №10 швеллер қимасының ауданы (I-қосымшаның 3-кестесін қараңыз);  $d$  — 0,45 см-ге тең швеллер қабырғасының қалыңдығы (I-қосымшаның 3-кестесін қараңыз).

Осылайша,  $A_{\text{нет}} = 10,9 - 2 \cdot 1,8 \cdot 0,45 = 9,28$  см<sup>2</sup>.

C-345 болаттың созылуына қарсы есептік кедергі  $R_{\text{CO}_2} = 335$  МПа = 33,5 кН/см<sup>2</sup> (V-қосымшаның 1-кестесін қараңыз).

Табылған сандық мәндерді (a) жағдайына қоямыз:

$$\frac{300 \text{ кН}}{9,28 \text{ см}^2} \leq 33,5 \text{ кН/см}^2, \quad \text{немесе } 32,3 \text{ кН/см}^2 \leq 33,5 \text{ кН/см}^2.$$

Жағдай орындалады: босаңсыған қимадағы кернеулер оның есептік кедергісінен аспайды.

*Жауабы:* швеллердің көтеруші қасиеті берілген параметрлерде қамтамасыз етіледі.

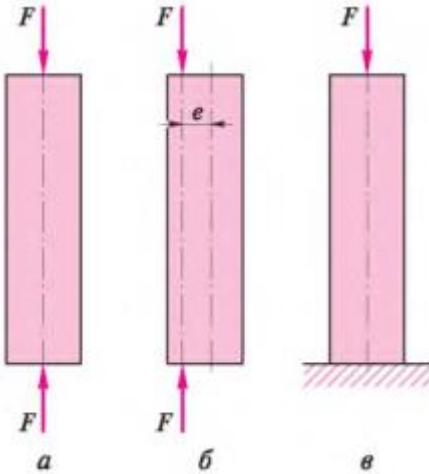
**3.1 есебі.** Диаметрі 14 мм саңылаудан босаңсыған C-235 болаттан жасалған, тең сөрелі, 70 x 6 өлшеміндегі бұрыштың қандай созылу күшке шыдайтындығын анықтаңыз (3.15 суреті).

## БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ

1. Ортадан созылған элементтің кернеулі-деформациялы күйін сипаттаңыз.
2. Ортадан созылған элементтің беріктік жағдайын жазыңыз.
3. Созылу кезінде беріктік жағдайын назарға ала отырып, қандай есеп түрлерін шешуге болады?
4. Элементтің босаңсулары оның беріктігін есептеуде қалай ескеріледі?

### 3.3. ҚЫСУ

Созылу кезіндегідей қысудың да екі негізгі түрін ажыратады: ортадан немесе осыған қысу – қысатын күштердің әсер ету желісі элементтің осімен сәйкес келеді (3.16, а суреті);



ортадан тыс қысу – қысатын күштердің әсер ету желісі мен элемент осінің арасында біраз қашықтықтың, немесе эксцентриситеттің,  $e$  болуы (3.16, б суреті).

3.16 суреті. Діңгектің ортадан (а) және ортадан тыс (б) қысылуы, сондай-ақ ұстынның (бағананың) ортадан қысылуы (в)

Элементтің ортадан қысылған кезіндегі күйін қарастырайық.

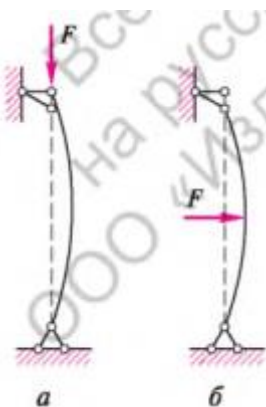
#### 3.3.1. Элементтің біліктен қысылған кезіндегі кернеулі-деформацияланған күйі

Ортадан қысым түскен элементтерді екі үлкен топқа бөлуге болады:

- 1) қысылған кезінде бойлық иіліс құбылысын есептемеуге болатын элементтер;
- 2) қысылған кезінде бойлық иіліс құбылысын есептеуге тура келетін элементтер.

Бойлық иіліс құбылысы есептелетін қысуды жай ғана бойлық иіліс деп жиі

атайды. Ол әрдайым дерлік болады және орнықтылықтың жоғалуына, яғни қысылған элементтің шамадан тыс дөңестенуіне алып келуі мүмкін. Иілісті *бойлық* деп иіліс бойлық күштен иілгендіктен атайды (3.17, а суреті).

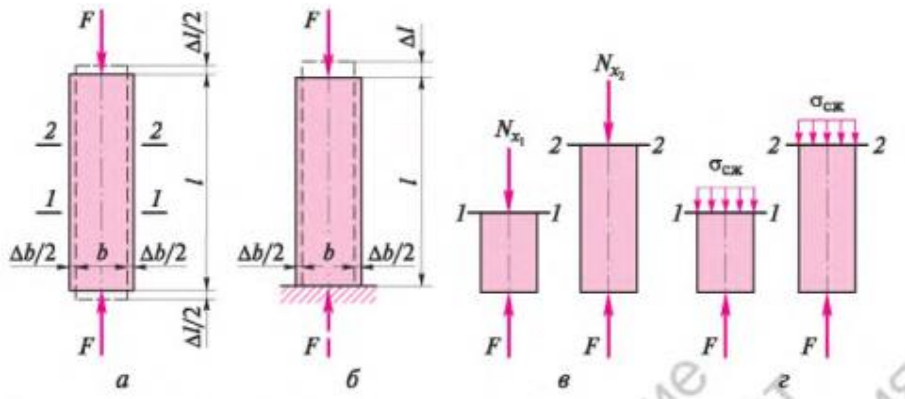


3.17 суреті. Тағанның бойлық (а) және көлденең (б) иілістері

Иіліс оське перпендикулярлы түскен күштен де

болуы мүмкін (3.17, б суреті).

Көлденең деп аталатын мұндай иіліс тараудың 3.7 бөлігінде қарастырылады. Элементті кернеулі-деформацияланған күйге түсіретін ортадан қысудың да, сыртқы күштердің әсерлері, деформациялар, ішкі күш салу мен кернеулер тұрғысынан қарағанда, ортадан созылуға тән өзіндік ерекшеліктері бар. Сыртқы күштер 3.16, а суретінде көрсетілгендей, осі бойынша денеге қарай (бір-біріне қарсы) бағытталған. Діңгектің ұшы (әдетте, төменгі) қатты табанға тақалып тұрғанда (3.16, в суреті), сыртқы күш біреу болады.



3.18 суреті. Қысқа діңгектің (бағананың) қысылған кезіндегі кернеулі-деформациялы күйі

а — бойлық  $\Delta l$  және көлденең  $\Delta b$  деформациялар; б — қатты табанға сүйелген бағананың деформациясы; в — қиманың 1 — 1 және 2 — 2 қималарындағы  $N_x$  бойлық күші; г — 1 — 1 және 2 — 2 қималарындағы қалыпты кернеулер

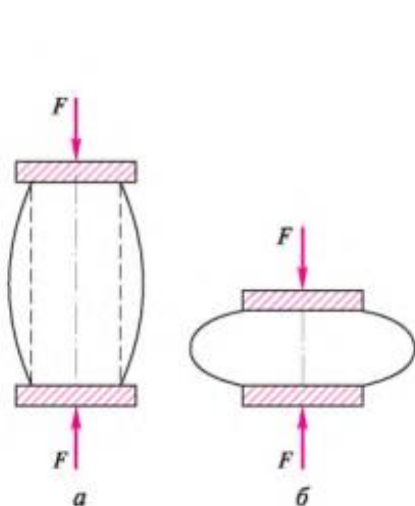
Қысылған кездегі деформациялар созылған кездегідей, бірақ белгісі басқа. Діңгек Гук заңына сәйкес қысқарады (3.18, а суреті). Бұл ұзындығының көлденең қиманың өлшеміне (бір жағының ұзындығына немесе диаметріне) қатысы әдетте үшеуден аспайтын, яғни  $l/b \leq 3$  қысқа діңгектерге қатысты айтылған.

Болаттың қысылуына зертханалық сынақтар жүргізгенде ұзындығының диаметрге қатысы үшке тең цилиндр үлгілерді пайдаланады. Ондай үлгі қысылған кезде қабысып, «кішкене бөшкеге», тіпті «шелпекке» айналып кетуі мүмкін (3.19 суреті).

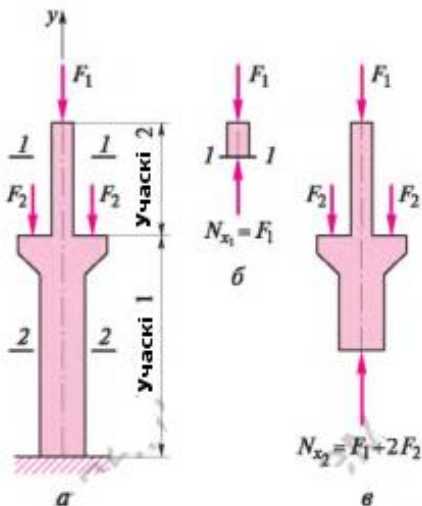
Іс жүзінде құрастырмалардың ұзындығы көлденең қиманың өлшемінен кемінде 10 есе асады. Ондай құрастырманың бұзылуы қабысудан емес,

дөңестенуден, яғни қысылған кездегі бойлық иілістен болады (3.17, *a* суретін қараңыз). Осылайша, *бойлық иіліс діңгектің қысылған кезінде басымдылық туші деформация* болып табылады. Сондықтан оқулықта бойлық иілісті ескере отырып, қысылуды есептеуге, немесе орнықтылықты есептеуге көп көңіл бөлінген.

Біліктің бойлық иілісі туралы есептің математикалық шешімі біліктің қисық сызығы теңдеуін алуға және дөңестенудің нәтижесінде оның қысқаруын анықтауға мүмкіндік береді. Көрсетілген теңдеу біліктің кез келген нүктесінің көлденең орын ауыстыруын табуға мүмкіндік береді, бірақ бұл біздің



3.19 суреті. Төмен көміртекті болаттан жасалған қысқа біліктің «кішкен бөшке» (а) және «шелпек» (б) күйіне дейін қысылуы



3.20 суреті. Ортадан қысылған консолды ұстын:  
 а — жүктемелер сұлбасы;  
 б — 1 — 1 қимасындағы бойлық күш;  
 в — 2—2 қимасындағы бойлық күш

оқулықтың аясынан тыс қарастырылатын мәселе.

Ортадан қысылған діңгектің кез келген қимасында жалғыз ғана ішкі күш салу — бойлық қысушы күш  $N_x^{кыс}$  туындайды. Егер діңгекке бір ғана сыртқы күш әсер етсе (3.18, *б* суреті), онда бойлық күш кез келген қимада  $F$ -ға тең, яғни  $N_{x1} = N_{x2} = F$  (3.18, *в* суреті). Егер діңгекке (ұстынға, бағанаға) 3.20, *а* суретінде көрсетілгендей, бірнеше күш әсер етсе, онда әрбір орын үшін шегінде  $N_x$  өзгермейтін тепе-теңдік теңдеуін құру қажет. Осылайша, 1 және 2 орындар үшін құралған  $\sum Y = 0$  теңдеуінен  $N_{x1} = F_1$  (3.20, *б* суреті),  $N_{x1} = F_1 + 2F_2$  (3.20, *в* суреті) табамыз. Іс жүзінде  $N_{x1}$  мен  $N_{x2}$  күш салуларын тепе-теңдік теңдеуін құрмай-ақ, пайымдаудың негізінде ғана анықтауға болады.

Ортадан қысылған дінгектегі кернеулерді тарату — кәдімгідей күрделі құбылыс. Беріктіктің элементарлы теориясы аясында, дінгектің қисықтығының кейбір мәндеріне дейін қалыпты кернеулерді  $O_{кыс}$  3.18, 2 суретінде көрсетілгендей, қима бойынша біркелкі таралған деп санайды. Бойлық иіліс кезінде кернеулер дөңестену себепті біркелкі таралмайды. Қысушы күштің кейбір мәндерінде шеткі талшықтардағы кернеулер беріктік шегіне жетіп, материал бұзылады. Бойлық иіліске қысылған элементтердің барлығы бейім келеді, бірақ олардың біліну дәрежесі түрлі қысылған элементтерде әртүрлі. Ол бірқатар себептерге байланысты: элементтің ұзындығына, қиманың өлшемдеріне, материалға және т.б. Қысылған кездегі аздаған бойлық иілістің болмауы мүмкін емес, бірақ ол қауіпті емес. ҚНЖЕ-нде қысылған элементтерді есептеудің негізінде жатқан бойлық иілістің қауіпсіз мәндері белгіленген.

### 3.3.2. Ортадан қысылған элементтердің беріктігі мен орнықтылығын есептеу

**Орнықтылықты жоғалту ескерілген есеп.** Ортадан қысылған элементтің беріктігі мен орнықтылығы жағдайын алу үшін ортадан созылған элементтің беріктік жағдайын есімізге түсірейік.

$$\frac{Nx^{\text{cos}}}{A_{\text{нет}}} \leq R_{\text{cos}} \cdot$$

Ортадан қысылған элементтердің беріктігін бойлық иілісті ескерусіз есептеуді тура осындай ұқсас жағдай бойынша орындайды

$$\frac{Nx^{\text{кыс}}}{A_{\text{нет}}} \leq R_{\text{кыс}} \cdot$$

(3.12)

Көп жағдайда қысылған элементтердің, мысалы ұстындардың жұмысы кезінде бойлық иіліс құбылысы туындайды, нәтижесінде ұстындардың көтеруші қабілеті азаяды. Соны ескере отырып, қысылған элементтерге арналған есептік формулаларға мәні 1-ден аз бойлық иіліс коэффициентін  $\phi$  енгізеді. Осылайша, ортадан қысылған элементтерді есептеуге арналған жағдай келесі түрді қабылдайды:

$$\frac{Nx^{\text{кыс}}}{\phi A_{\text{нет}}} \leq R_{\text{кыс}} \cdot$$

(3.13)

немесе

$$\frac{Nx_{\text{ҚЫС}}}{x} \leq \varphi AR_{\text{ҚЫС}}.$$

(3.14)

Бойлық иіліс коэффициентінің мәнін  $\varphi$  әрбір нақты жағдай үшін формулалар бойынша анықтауға болады, бірақ оны әдетте ҚНЖЕ-нде келтірілген кестелер бойынша табады (VI-қосымшаны қараңыз).  $\Phi$  байланысты болуы мүмкін негізгі параметр  $\lambda$  грек әрпімен (лямбда) белгіленетін біліктің (ұстынның) иілгіштігі болып табылады. Математикалық негіздемелерге тоқтап қалмай, иілгіштіктің келесі формула бойынша анықталатынын көрсетейік:

$$\lambda = l_0/i$$

(3.15)

мұндағы  $l_0$  — біліктің есептік ұзындығы;  $i$  — қима инерциясының радиусы. Біліктің есептік ұзындығы

$$l_0 = \mu/i$$

(3.16)

мұндағы  $\mu$  — білік ұштарын бекіту тәсілдеріне байланысты коэффициент (VII-қосымша бойынша анықталады);  $l$  — біліктің геометриялық ұзындығы. Біліктің жоғарғы және төменгі ұштарын топсалы бекіткенде (VII-қосымшаның  $a$  сұлбасы)  $\mu = 1$ ; егер біліктің жоғарғы ұшы топсалы бекітілсе, ал төменгісі қатты қысылып қалса ( $b$  сұлбасы),  $\mu = 0,7$ ; біліктің жоғарғы және төменгі ұштары қысылып қалса ( $b$  сұлбасы),  $\mu = 0,5$ ; егер біліктің жоғарғы ұшы бекітілмесе, ал төменгісі қысылып қалса ( $z$  сұлбасы),  $\mu = 2,0$ . 3.21 суретінде ондай білік төртбұрышты қима түрінде көрсетілген. VII қосымшаның  $a$ — $g$  сұлбаларына 3.21,  $v$  —  $e$  суреттері сәйкес келеді. Қима инерциясының радиусы келесі формуласы бойынша анықталады:

$$i = \sqrt{J/A},$$



мұндағы  $J$  — білік қимасы инерциясының моменті;  $A$  — білік қимасының ауданы.

Бірақтар себептердің салдарынан біліктің иілгіштігі түрлі осьтерге қатысты әртүрлі болуы мүмкін. Төртбұрышты қималы біліктің қимасының өлшемдері  $x$ - $x$  және  $y$ - $y$  осьтері бойынша бірдей емес (II-қосымшаның I-сұлбасын қараңыз), бұл осьтердің біріне қатысты орнықтылықтың неғұрлым ерте жоғалуына себепші болады. Сондықтан иілгіштікті осьтердің әрқайсысына қатысты анықтауға тура келеді.

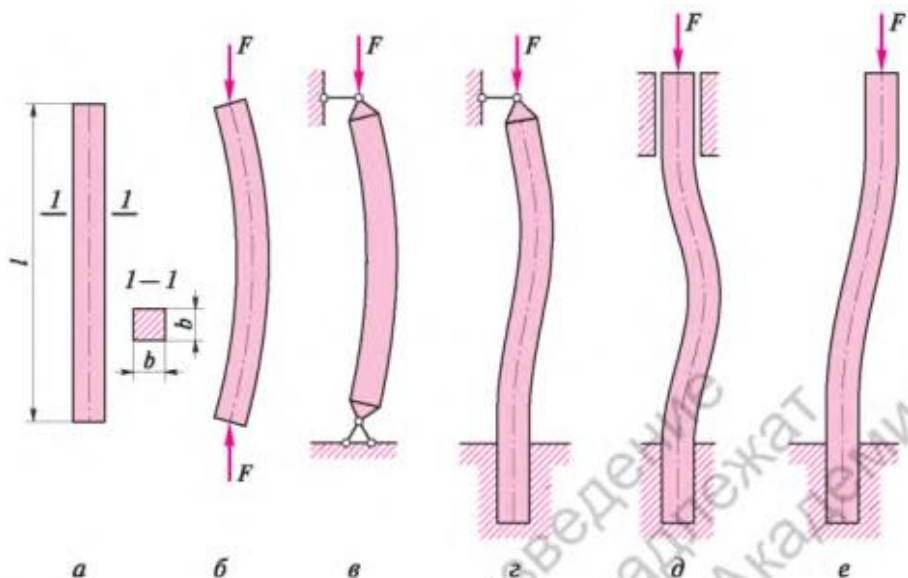
$$\lambda_x = I_0 / i_x;$$

$$\lambda_y = I_0 / i_y$$

*Ортадан қысылған элементтің бойлық иілісі элементтің иілгіштігі көбірек оське қатысты ерте болады.*

Геометриялық түрдегі кейбір қималарды анықтауға арналған  $J$  мен  $A$  формулалары II-қосымшада келтірілген. Инерция радиустары мен бұрыштардың, швеллерлердің, қос таврлы арқаулықтардың кейбір басқа сипаттамалары I-қосымшада берілген.

Егер  $x$  мен  $y$  осьтеріне қатысты қима инерциясының радиустары бірдей болса, яғни  $i_x = i_y$ , ол екі оське қатысты бойлық иіліске бірдей қарсы келеді. Сондықтан есепті бір ғана (кез келген) ось үшін орындаған жеткілікті.



3.21 суреті. Төртбұрыш қимадағы діңгектің жүктеме салынғанға дейінгі сұлбасы (а) және ұштары бекітілмеген (б), екі ұшы топсалы-бекітілген (в), жоғарғы және қысылған төменгі ұштары топсалы-бекітілген (г), екі ұшы қатты қысылған (д), жоғарғы ұшы бос және төменгі ұшы қатты қысылған (е) жүктеме салынғаннан кейінгі оның көлденең иілуі

Әдетте ұстындарды есептегенде иіліс коэффициенті  $\varphi$  0,5...0,8-ге тең қабылданады. Қимасы үлкен емес ұзын ұстындарда қауіпті кернеулі күй азғантай жүктемелер кезінде пайда болады, сондықтан аспауы тиіс шекті иілгіштік  $\lambda_{\text{шектегі}}$  ұғымы енгізіледі, яғни  $\lambda \leq \lambda_{\text{шектегі}}$ . ҚНЖЕ-нде келтірілген шекті иілгіштік мәндері бірқатар себептерге байланысты. Оны есте сақтау керек, бірақ біз есептерімізде  $\lambda_{\text{шектегі}}$  -ті назарға алмаймыз.

Қысқан кездегі беріктік жағдайы үш түрлі есептерді шығаруға мүмкіндік береді.

*1-ші түрі: ұстынның көтеруші қабілетін анықтау.* Бұл есепті шешкенде (3.14) беріктік жағдайын пайдаланады. Мұндай есептер оқу мақсаттарында жиі қарастырылады, тәжірибеде олар сирек кездеседі.

*2-ші түрі: ұстынның көтеруші қабілетін тексеру.* (3.13) беріктік жағдайын қолданады. Мұндай есептер жүктеме өзгергенде (жоғарыда жатқан құрастырмалар, жабдық және т.б. ауыстырылғанда) туындауы мүмкін.

*3-ші түрі: берілген жүктеме  $N$  кезінде ұстын қимасының өлшемдерін анықтау.* Келесі түрдегі беріктік жағдайын пайдаланады:

$$A \geq \frac{N x_{\text{кыс}}}{\varphi R_{\text{кыс}}}.$$

(3.18)

Бойлық қиманың талап етілген ауданын анықтағаннан кейін қиманы таңдауды орындайды. Бұл ұстындарды есептеу және жобалау кезіндегі есептердің ең кең таралған түрі. Оларды келесі тәртіпте шешеді.

1. Кронштейннің, біліктің, ферманың, элемент жасалған материалдың қысылған элементіне жүктемені  $N x_{\text{кыс}}$  және оның көлденең қимасының пішінін анықтайды. Осы оқулықта қарастырылған есептерде материал деп болат немесе ағаш аталады, көлденең қималардың пішіні төртбұрышты, тікбұрышты, дөңгелек, шеңбер, сондай-ақ прокат профильдеріндікіндей болады.

2. V-қосымшасы бойынша материалдың қысымға  $R_{\text{кыс}}$  есептік кедергісін анықтайды.

3. 0,5...0,8 диапазонынан анықталып, бойлық иіліс коэффициентінің алдын ала мәнімен  $\varphi$  беріледі. яғни  $\varphi_{\text{алдын}} = 0,5...0,8$ .

4. Элементтің көлденең қимасы ауданының талап етілетін ауданын келесі формула бойынша анықтайды:

$$A^{\text{талаб}} \geq \frac{N x_{\text{кыс}}}{\varphi_{\text{алдын}} R_{\text{кыс}}}.$$

5. Табылған аудан бойынша көлденең қиманың өлшемдерін таңдайды. Мысалы, төртбұрышты қима үшін оның жағы  $a = \sqrt{A^{\text{талаб}}}$ , дөңгелек қима үшін диаметр  $d = \sqrt{\frac{4A^{\text{талаб}}}{\pi}}$ . Басқа пішіндердің көлденең қималарының өлшемдерін табу үшін геометрияның тиісті формаулаларын немесе II-қосымшаны пайдаланады, прокат профильдері үшін бойынша профильдің нөмірін анықтайды (I-қосымшаны қараңыз).

6. Қабылданған қима үшін алдын ала таңдалған  $\varphi_{\text{алдын}}$  қимадан өзгеше болуы мүмкін бойлық иілістің нақты коэффициентін анықтайды (3-тармақты қараңыз). Мұны келесі тәртіпте жасайды:

- ұштарды бекіту тәсілін ескеріп, (3.16) формуласы бойынша элементтің (біліктің) есептік ұзындығын  $l_0$  табады;
- қима инерциясының радиусын анықтайды. Дөңгелек, шеңбер, төртбұрыш немесе дұрыс көпжақ пішініндегі қима үшін

$$i_x = i_y = \sqrt{J/A};$$

(3.19)

тікбұрыш немесе прокат профилінің қимасы үшін

$$i_x = \sqrt{J_x}/A; \quad i_y = \sqrt{J_y}/A;$$

(3.20)

• элементтің иілгіштігін табады. Егер инерцияның радиусы (3.19) формуласы бойынша анықталса, онда

$$\lambda_x = \lambda_y = l_0/i;$$

Егер инерция радиусын анықтау үшін (3.20) формуласы пайдаланылса, онда

$$\lambda_x = l_0/i_x;$$

$$\lambda_x = l_0/i_y;$$

Екінші жағдайда  $\lambda_x$  және  $\lambda_y$  мәндерінің ең үлкенін қабылдайды.

• V-қосымшаны пайдалана отырып, элементтің табылған иілгіштігі бойынша  $\phi$  коэффициентінің мәнін анықтайды. Егер табылған  $\lambda$  мәні V-қосымшада келтірілгендерден өзгеше болса, қажетінше интерполяцияны орындайды.

7. Қысылған біліктің орнықтылығын, яғни (3.13) жағдайының орындалуын тексереді. Сонымен бірге, егер  $\phi_{алдын}$  сәтті таңдалынып, яғни  $\phi_{алдын}$  мен  $\phi$ -ның айырмашылықтары аз болып (5%-дан аспайтын), (3.13) жағдайы орындалса, есептеу аяқталған болып саналады.  $\phi_{алдын}$  сәтті таңдалынбаса, екі жағдай орын алуы мүмкін:

- (3.13) жағдайындағы сол жағы оң жағынан үлкен, яғни орнықтылық қамтамасыз етілмеген. Қиманың өлшемдерін үлкейтіп, 6-тармақтан бастап қайта есептеу қажет;
- (3.13) жағдайындағы оң жағы сол жағынан кәдімгідей үлкен (5%-дан аса), яғни қима толығымен жүктелмеген, сондықтан үнемсіз. Қиманың өлшемдерін (3.13) жағдайының оң жағы сол жағынан 5%-дан кем асатындай етіп кішірейту қажет.

**Бойлық иіліс есепке алынбайтын ортадан қысылған элементтердің**

**беріктігін есептеу.** Егер қиманың босаңсулары болмаса, онда орнықтылықты жоғалту беріктікті жоғалтуға қарағанда ерте басталады, сондықтан (3.13) жағдайы бойынша орнықтылықты есептеу жеткілікті. Осы жағдайды орындаған кезде (3.12) жағдайы автоматты түрде орындалады.

Бойлық иіліс ескерілмейтін, яғни бойлық иіліс коэффициенті  $\phi = 1$  болғандағы бірқатар есептерді қарастырып көрейік. VI-қосымшаның 1-кестесінде қысымға есептік кедергісі, мысалы, 200 МПа-ға тең болағ үшін иіліс  $\lambda \leq 10$  болғанда  $\phi$  коэффициентінің 1-ге талпынатындығы көрсетілген. Диаметрі  $d = 5$  см болатын дөңгелек пішінді қиманы алып, бойлық иіліске жол бермеу үшін осындай көлденең қималы элементтің ұзындығы қандай болуы керектігін анықтайық. (3.15) формуласынан шығатыны:

$$l_0 = \lambda i.$$

$\lambda_x = 10$  қабылдайық. Дөңгелек үшін инерцияның радиусы (II-қосымшаны қараңыз)  $i = 0,25d = 0,25 \cdot 5 = 1,25$  см.

Онда  $l_0 = 10 \cdot 1,25 = 12,5$  см.

Осылайша, диаметрі 5 см дөңгелек қималы қысылған болат элемент ұзындығы 12,5 см-ден аспаса, яғни диаметрден 2,5 еседен артық аспайтын болса, бойлық иіліске ұшырамайды. Элементтің ұзындығы мен оның қимасының өлшемінің ара қатынасы іс жүзінде өте сирек кездеседі, әдетте ол 8-ден кем емес. Демек, бойлық иіліссіз қысуды қарастыру, ондай құбылыс болуы мүмкін құрастырмалардың ауқымы өте шектелген болғандықтан, тәжірибелік қызығушылық тудырмайды. Бұл қорытынды болаттан ғана емес, басқа материалдардан жасалған құрастырмалар үшін орынды.

**Босаңсулары бар ортадан қысылған элементтерді есептеу ерекшеліктері.**

Ондай элементтерді есептеу олардың бойлық иіліске ұшырауға бейім бе, жоқ па, соған байланысты. Егер бойлық иіліс туындамаса, онда есептеуді созылған элементтердің беріктігін есептеуге ұқсас жолмен, яғни келесі жағдай бойынша жүргізеді:

$$\frac{N x^{\text{кыс}}}{A_{\text{нет}}} \leq R_{\text{кыс}},$$

(3.21)

мұндағы  $A_{\text{нет}}$  — саңылаулардан, оймалардан және т.б. босаңсыған бойлық қиманың ауданы.

Жоғарыда аталып өткендей, қысылған элементтердегі бойлық иілістің жоқтығы сирек кездеседі.

Егер элемент бойлық иіліске бейім болса, екі жағдайды тексеру қажет:

$$\frac{N x^{\text{кыс}}}{A_{\text{нет}}} \leq R_{\text{кыс}};$$

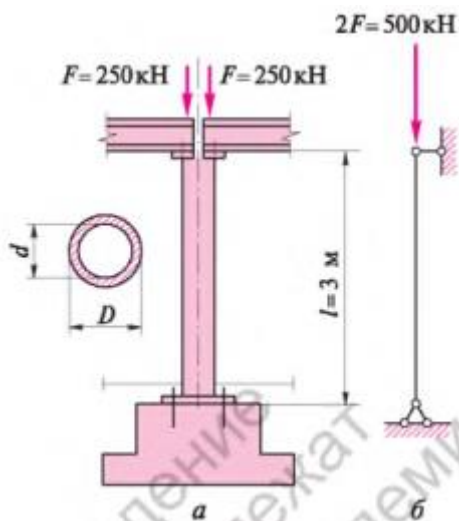
$$\frac{N x^{\text{кыс}}}{\varphi A} \leq R_{\text{кыс}}.$$

Көріп отырғанымыздай, босаңсыған қима бойынша беріктік пен жалпы орнықтылықты жоғалту тексеріледі. Босаңсулардың ауданы бүкіл қиманың қандай да бір бөлігінен аспауы керек, тиісті талаптар босаңсулардың

орналасуы мен пішініне қойылады. Бұл мәселелерді қарастыру осы оқулықтың аясынан шығады.

### 3.3.3. Қысылған элементтерді есептеуге арналған практикалық есептер

**3.4 есеп.** Екі арқаулықтың ұштары тақалған С-235 болаттан жасалған құбыр болып табылатын ұстынның қимасын таңдау (3.22 суреті), егер әрбір арқалықтың жүктемесі  $F = 250$  кН, ұстынның ұзындығы  $l = 3$  м, құбырдың ішкі диаметрінің сыртқысына қатысы  $d/D = 0,8$ .



3.22 суреті. 3.4 есебіне:

а — құбырлы болат ұстынның құрастырмалы сұлбасы; б — есептік сұлба

**Шешімі.** Есеп 3-ші түрге жатады және (3.18) жағдайын пайдаланып шешіледі. Оның жалпы шешу тәртібі тараудың 3.3.2 бөлімінде келтірілген.

1. Ұстынға толық жүктемесі анықтаймыз:  $N_{x_{кмс}} = 2F = 2 \cdot 250 = 500$  кН.
2. V-қосымшаның 1-кестесі бойынша С-235 болат үшін табамыз:  $R_{кмс} = 230$  МПа =  $23$  кН/см<sup>2</sup>.
3. Бойлық иіліс коэффициентінің алдын ала мәнін береміз.  $\varphi_{алдын} = 0,6$

болсын.

4. Бойлық қима ауданының талап етілетін (алдын ала) мәнін анықтаймыз:

$$A_{\text{талап}} \geq \frac{N x_{\text{қыс}}}{\varphi_{\text{алдын}} R_{\text{қыс}}} = \frac{500}{0,6 \cdot 23} = 36,2 \text{ см}^2.$$

5. Құбырдың сыртқы және ішкі диаметрлерін таңдаймыз. Шеңбердің ауданы

$$A = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2).$$

$d = 0,8D$  есебінің шарты бойынша, онда

$$A = \frac{\pi}{4} D^2 - (0,8D)^2 = \frac{\pi}{4} 0,36D^2 = 0,283D^2.$$

Бұл өрнекті  $A_{\text{талап}}$  теңестіріп

$$36,2 = 0,283D^2 \text{ аламыз, одан}$$

$$D = \sqrt{\frac{36,2}{0,282}} = 11,3 \text{ см.}$$

Сыртқы диаметрді бүтін мәнге дейін сантиметрлермен дөңгелектейміз:  $D = 11$  см. Онда  $d = 0,8 \cdot 11 = 8,8 \text{ см} \approx 9 \text{ см}$ ;  $A = 0,283D^2 = 0,283 \cdot 11^2 = 34,2 \text{ см}^2$ .

6. Таңдалған қиманың тексерісін орындаймыз, ол үшін  $\varphi$  коэффициентінің нақты мәнін табамыз:

• ұстынның есептік ұзындығын келесі формула бойынша табамыз:

$$l_0 = \mu l.$$

Ұстынның геометриялық ұзындығы  $l = 300$  см.  $\mu$  коэффициенті ұстынның ұштарын бекіту тәсіліне байланысты. Ұстынды іргетасқа және арқалықтарға бекіту жерлерінде арнайы тетіктер (траверс, қаттылық қырлары, пісіру қосылыстары) болмағандықтан, ұштары топсалы бекітілген болып саналады, яғни  $\mu = 1,0$  (VII-қосымшаның  $a$  сұлбасын қараңыз). Бұдан

$$l_0 = 1,0 \cdot 300 = 300 \text{ см};$$

• қима радиусының инерциясын анықтаймыз. Шеңбер түріндегі қима үшін оның екі оське қатысты мәндері бірдей:

$$i_x = i_y = i = \sqrt{J_x/A}.$$

II-қосымшаға сәйкес қима инерциясының моменті

$$J_x = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4) = 0,05 (11^4 - 9^4) = 404 \text{ см}^2.$$

Онда  $i = \sqrt{\frac{404}{34,2}} = 3,43 \text{ см}$

- ұстынның иілгіштігін табамыз:  
$$\Delta x = \lambda y = \lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{300}{3,43} = 87,5 \approx 88;$$

- VI-қосымшаның 1-кестесін пайдалана отырып, 80 және 90 иілгіштіктері үшін мәндердің  $\varphi$  интерполяциясы арқылы  $R_{\text{кыс}} = 230 \text{ МПа}$  С - 235 болат үшін нақты коэффициентті  $\varphi$  табамыз, яғни  $\varphi_{80} = 0,698$  және  $\varphi_{90} = 0,625$ :

$$\varphi_{88} = \varphi_{80} - \frac{\varphi_{80} - \varphi_{90}}{10} 8 = 0,698 - \frac{0,698 - 0,625}{10} 8 = 0,64;$$

ұстынның орнықтылығын тексереміз. Мұндай тексерістің қажеттілігі біздің бойлық иіліс коэффициентін 0,6-ға тең қабылдағанымызбен байланысты, ал таңдалған қима үшін ол 0,64 болады.

Барлық белгілі мәндерді  $N_x^{\text{кыс}} / (\varphi A) \leq R_{\text{кыс}}$  шартына алмастырамыз:

$$\frac{500 \text{ кН}}{0,64 \cdot 34,2 \text{ см}^2} \leq \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}, \text{ немесе } 22,8 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \leq 23 \text{ кН/см}^2.$$

Шарт орындалады, яғни беріктік қамтамасыз етілген. Ұсынған кернеудің толық жетіспеушілігі келесіні құрайды:

$$\frac{23,0 - 22,8}{23,0} 100\% = 0,9\%.$$

Кернеудің толық жетіспеушілігі 5%-дан аспайтын болғандықтан, шешім аяқталды. Біз  $\varphi_{\text{алдын сәтті}}$  қабылдап, бірден есептей алмадық. Ол әрдайым бола бермейді. Оны келесі есеп растайды.

**3.5 есебі.** Қос таврлы арқаулық түріндегі ұстынның қимасын таңдаңыз.

Ұстынның материалы, оның ұзындығы, жүктеу сұлбасы мен сыртқы күштердің мәндері 3.4 есебіндегідей (3.22 суретін қараңыз).

**Шешімі.** Есептің 1—4 тармақтары 3.4 есебіндегідей, яғни  $A^{\text{талаб}} = 36,2 \text{ см}^2$ .

5. I-қосымшаның 2-кестесін басшылыққа алып, №24а қос таврды таңдаймыз, қиманың ауданы ( $37,5 \text{ см}^2$ )  $A^{\text{талаб}}$ -ға жақын болып табылады.

6. Таңдалған қиманы таңдаймыз:

- ұстынның есептік ұзындығын анықтаймыз. Ол 3.4 есебіндегідей, яғни  $l_0 = 300 \text{ см}$ ;
- қос тавр үшін радиустың инерциясын табамыз (олар  $x$  пен  $y$  осьтеріне қатысты әртүрлі):  $i_x = 10,1 \text{ см}$ ,  $i_y = 2,63 \text{ см}$  (I-қосымшаның 2-кестесін қараңыз);
- ұстынның иілгіштігін табамыз. Оның  $x$  пен  $y$  осьтеріне қатысты



мәндері әртүрлі:

$$\lambda_x = \frac{l_0}{i_x} = \frac{300}{10,1} = 29,7;$$

$$\lambda_x = \frac{l_0}{i_x} = \frac{300}{2,63} = 114;$$

• Мұнан былайғы есептер үшін олардың ең үлкенін қабылдаймыз VI-қосымшаның 1-кестесін пайдаланып, С-235 болат үшін  $R_{кыс} = 230$  МПа ф нақты коэффициентін табамыз. 3.4 есебіндегідей, интерполяцияны қолдануға тура келеді:  $\varphi_{110} = 0,492$ ;  $\varphi_{120} = 0,434$ , мұнан

$$\varphi_{114} = \varphi_{110} - \frac{\varphi_{110} - \varphi_{120}}{10} = 0,492 - \frac{0,492 - 0,434}{10} = 0,469;$$

• табылған сандық мәндерді  $N_x^{кыс}/(\varphi A) \leq R_{кыс}$  шартына алмастырып, ұстынның орнықтылығын тексереміз:

$$\frac{500 \text{ кН}}{0,469 \cdot 37,5 \text{ см}^2} \leq 23 \text{ кН/см}^2, \text{ немесе } 28,4 \text{ кН/см}^2 \leq 23 \text{ кН/см}^2.$$

Көріп отырғанымыздай, шарт орындалмайды, өйткені сол жағы оң жағынан үлкен. Бұл нәтиже ұстынның көтеруші қабілетінің қамтамасыз етілмегендігін білдіреді және оның көлденең қимасын, қос таврдың нөмірін үлкейтуді талап етеді. Мұндай әдіс реттік жақындаулар әдісі деп аталады. Жаңа қиманы тағайындаған кезде басшылыққа алынуы тиіс бірқатар ұсынымдар бар. Қос таврлы арқаулықтың нөмірін екі калибрге қарапайым үлкейтумен шектелейік. №27а қос таврын ( $A = 43,2 \text{ см}^2$ ) таңдап, есептеудің 6 тармағын (оның әрбір тармағының ақырғы нәтижелерін ғана көрсетеміз) қайталаймыз:

- $l_0 = 300 \text{ см};$
- $i_x = 11,3 \text{ см}, i_y = 2,8 \text{ см}$  (I-қосымшаның 2-кестесін қараңыз);
- $\lambda_x = \frac{300}{11,3} = 26,5; \lambda_y = \frac{300}{2,8} = 107; \lambda_{max} = \lambda_y = 107;$
- $\varphi_{100} = 0,556; \varphi_{110} = 0,492$  (VI-қосымшаның 1-кестесін қараңыз);

$$\varphi_{107} = \varphi_{100} - \frac{\varphi_{100} - \varphi_{110}}{10} = 0,556 - \frac{0,556 - 0,492}{10} = 0,511;$$

- $\frac{500 \text{ кН}}{0,511 \cdot 43,2 \text{ см}^2} \leq 23 \text{ кН/см}^2, \text{ немесе } 22,6 \text{ кН/см}^2 \leq 23 \text{ кН/см}^2.$

Шарт орындалады, яғни ұстынның көтеруші қабілеті қамтамасыз етілген.

Толық емес кернеу келесіні құрайды:

$$\frac{23,0 - 22,6}{23,0} 100\% = 1,7\% \leq 5\%.$$

Қима екінші талпыныстан сәтті таңдалған. Кей-кезде көбірек талпыныс жасауға тура келеді.

3.4 және 3.5 есептерінде қабылданған қималарды үнемділік жағынан салыстырайық. Бірдей шарттар қойылғанда құбыр қимасының ауданы (34,2

см<sup>2</sup>) қос тавр қимасының ауданынан (43,2 см<sup>2</sup>) кішірек болып шықты. Демек, шеңберлі қималы ұстынды дайындауға материал шығысы азырақ болады, яғни оның бағасы қос тавр ұстынынан төменірек болады. Қос таврлы қималар ұстындар үшін үнемді емес, бірақ 3.7-бөлігінде көрсетілгендей, арқаулықтар үшін үнемді.

**3.6 есебі.** С-245 болаттан жасалған, ұзындығы 2 м, 80 х 6 төрт бұрыштан құрылған бөлек тұрған бағана (3.23 а, б суреті) көтере алатын қысатын күштің шамасын анықтау. Көлденең қималы бағананың екі нұсқасының есебін шешіп, алынған нәтижелерді салыстыру.

**Шешімі.** Есеп 1-ші түрге жатады: (3.14) шартын пайдаланып, бағананың көтеруші қабілетін анықтау талап етіледі:

$$N_x^{\text{кыс}} \leq \varphi R_{\text{кыс}} A \quad (\text{a})$$

$R_{\text{кыс}} = 240 \text{ МПа} = 24 \text{ кН/см}^2$  қысылуға С-245 болаттың есептік кедергісі (V-қосымшаның 1-кестесі).

Көлденең қиманың әр бұрышының ауданы  $A_1 = 9,38 \text{ см}^2$  (I-қосымшаның 1-кестесін қараңыз). Демек, қиманың ауданы  $A = 4A_1 = 4 \cdot 9,38 = 37,52 \text{ см}^2$ .

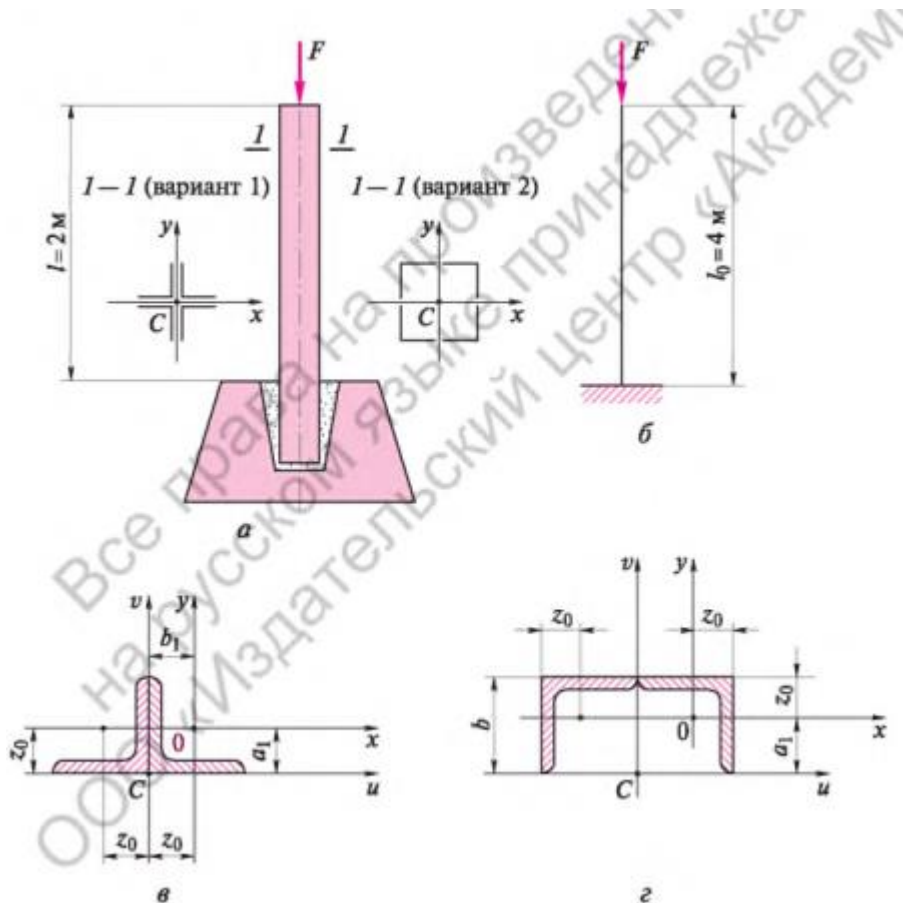
$R_{\text{кыс}}$  пен  $A$  мәндері екі нұсқа үшін бірдей.

*1-нұсқа.* Бойлық иілістің  $\varphi$  коэффициенті мен айқыш қима бағанасының көтеруші қабілетін анықтаймыз.

3.23 суреті. 3.6 есебіне:

а, б — төрт бұрыштан тұратын болат тағанның құрастырмалық және есептік сұлбалары;

в, г — айқыш (1-ші нұсқасы) және қорапша тәрізді (2-ші нұсқасы) қималардың инерция моментін анықтауға арналған сұлбалар



1. (3.16) формуласы бойынша ұстынның есептік ұзындығын табамыз. Бағананың төменгі ұшы іргетасқа қатты бекітілген, ал жоғарғы ұшы бос болғандықтан,  $\mu$  коэффициенті = 2 (VII-қосымшаның  $\Gamma$ -сұлбасын қараңыз). Мұнда

$$l_0 = \mu l = 2 \cdot 200 = 400 \text{ см.}$$

2. Қима инерциясының радиусын табамыз. Берілген қима үшін  $i_x$  және  $i_y$  мәндері бірдей, яғни

$$i_x = i_y = \sqrt{J/A}, \quad (6)$$

мұндағы  $J$  — төрт шүйденің қосылған жерінде орналасқан,  $C$  қимасының ауырлық ортасынан өтетін симметрия осіне қатысты қима инерциясының моменті (3.23 суретін қараңыз).

Басты орталық осьтер (тараудың 1.8.3 бөлігін қараңыз) деп аталатын екі өзара перпендикулярлы  $u$  және  $v$  осьтерді (3.23,  $v$  суреті) жүргізейік. Қарапайым фигура (бұрыш) инерциясының басты орталық моменттері  $J_u^{бұр}$  және  $J_v^{бұр}$  формулалары бойынша анықталады:

$$J_u^{бұр} = J_{x1} + a_1^2 A_1; \quad J_v^{бұр} = J_{y1} + b_1^2 A_1,$$

мұндағы  $J_{x1}, J_{y1}$  —  $x$  және  $y$  осьтеріне қатысты қарапайым фигура (бұрыш) инерциясының моменттері (біздің жағдайда  $J_{x1} = J_{y1} = J_x = 57 \text{ см}^4$  — I-қосымшаның 1-кестесін қараңыз);  $a_1, b_1$  —  $u$  және  $v$  осьтерінен қашықтық тиісінше  $x$  және  $y$  осьтеріне дейін (біздің жағдайда  $a_1 = b_1 = Z_0 = 2,19 \text{ см}$  — I-қосымшаның 1-кестесін қараңыз).

Онда бір бұрыш үшін

$$J_v^{бұр} = J_u^{бұр} = 57 + 2,19^2 \cdot 9,38 = 102 \text{ см}^4.$$

Төрт бұрыш, яғни тұтастай қима үшін,

$$J = J_v = J_u = 4J_u^{бұр} = 4 \cdot 102 = 408 \text{ см}^4.$$

$J$  мен  $A$  мәндерін (б) формуласына алмастырамыз:

$$i = \sqrt{\frac{408}{37,52}} = 3,3 \text{ см.}$$

3. Бағананың  $x$  және  $y$  осьтеріне қатысты илгіштігін табамыз. Екі жағдайда да оның мәндері бірдей:

$$\lambda_x = \lambda_y = \lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{400}{3,3} = 121.$$

Интерполяция арқылы  $\lambda = 121$  үшін  $\varphi$  анықтаймыз, ол үшін VI-қосымшаның 1-кестесі бойынша  $\lambda = 120$  және  $\lambda = 130$  үшін  $\varphi$  мәндерін табамыз:  $R_{кмыс} = 240 \text{ МПа}$   $\varphi_{120} = 0,419$ ,  $\varphi_{130} = 0,364$ . Бұдан

$$\varphi_{121} = \varphi_{120} - \frac{\varphi_{120} - \varphi_{130}}{10} 1 = 0,419 - \frac{0,419 - 0,364}{10} 1 = 0,413.$$

5. Табылған мәндерді (а) формуласына алмастырып, бағананың көтеруші қабілетін анықтаймыз:

$$N_x^{кмыс} \leq 0,413 \cdot 24 \text{ кН/см}^2 \cdot 37,52 \text{ см}^2 = 372 \text{ кН.}$$

2-нұсқа. Бойлық иілістің  $\varphi$  коэффициенті мен қорапша тәрізді қима бағанасының көтеруші қабілетін анықтаймыз.

1. Бағананың есептік ұзындығы 1-нұсқадағыдай болып қалды:  $l_0 = 400$  см.

2. Қима радиусының инерциясы сол (б) формуласы бойынша анықталады.

1-нұсқасындағыдай,  $J_u^{\text{бұрыш}} = J_u^{\text{бұрыш}} = J_{x1} + a_1^2 A_1$ .  $J_{x1}$  инерция моменті сондай ( $57 \text{ см}^4$ ),  $a_1$  қашықтығы ғана өзгерді (3.23,  $\delta$  суреті):

$a_1 = b - Z_0 = 8 - 2,19 = 5,81$  см ( $b$  мен  $Z_0$  мәндері I-қосымшаның 1-кестесінен алынған).

Бұдан

$$J_u^{\text{бұрыш}} = 57 + 5,81^2 \cdot 9,38 = 374 \text{ см}^4;$$

$$J = 4 J_u^{\text{бұрыш}} = 4 \cdot 374 = 1\,496 \text{ см}^4.$$

Онда

$$i = \sqrt{\frac{1496}{37,52}} = 6,3 \text{ см.}$$

3. Бағананың  $\lambda$  иілгіштігін табамыз:

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{400}{6,3} = 63.$$

4. VI-қосымшаның 1-кестесіндегі деректерді пайдаланып, интерполяция арқылы  $\varphi_{63}$  анықтаймыз:

$$\varphi_{63} = \varphi_{60} = \frac{\varphi_{60} - \varphi_{70}}{10} 3 = 0,805 - \frac{0,805 - 0,754}{10} 3 = 0,79.$$

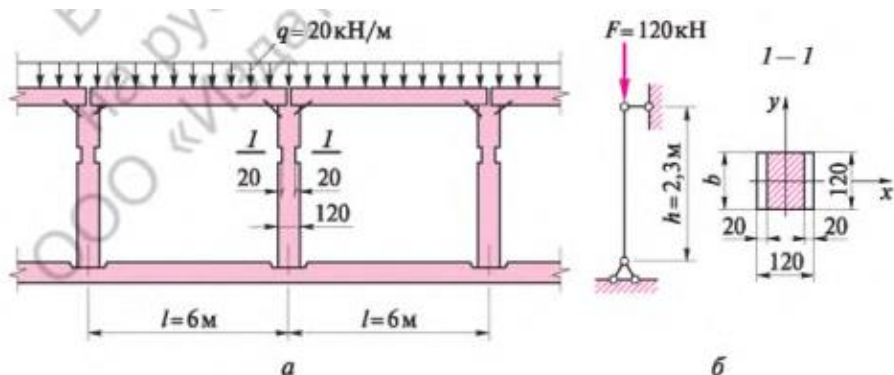
5. Бағананың көтеруші қабілетін анықтаймыз:

$$N_{x \text{ кыс}} \leq 0,79 \cdot 24 \text{ кН/см}^2 \cdot 37,52 \text{ см}^2 = 711 \text{ кН.}$$

Осылайша, көтеруші қабілет 1-нұсқамен салыстырғанда  $711/372 = 1,91$  есе, яғни 2 есе артты. Бұрыштардың бір-біріне қатысты орналасуының өзгеруі себепті ғана осылай болды. Қаттылық артқан соң көтеруші қабілет едәуір артты, яғни иілгіштік төмендеді.

**3.7 есебі.** Жабын құрастырмасының өзгерісі нәтижесінде сүлеге жүктеме артты. Егер жүктеме  $q = 20$  кН/м, бағананың биіктігі  $h = 2,3$  м, бағаналардың қадамы  $l = 6$  м болса,  $120 \times 120$  мм төртбұрышты қималы ағаш бағананың көтеруші қабілетінің қамтамасыз етілетіндігін тексеру. Бағана екінші сұрыпты қарағайдан жасалған және екі жақтан тереңдігі 2 см-ден болатын екі кертпесі

киманың бүкіл ені бойынша босаңсыған (3.24 суреті).



3.24 суреті. 3.7 есебіне:

а — ағаш ұстынның құрастырмалық сұлбасы; б — есептік сұлба

**Шешімі.** Есеп 2-ші түрге жатады: арқалықтың көтеруші қабілетін тексеру, яғни келесі шартты орындау талап етіледі

$$N_x^{\text{кыс}} / (\varphi R) \leq A_{\text{кыс}}. \quad (\text{a})$$

Бағана ойымдармен босаңсығандықтан, босаңсыған қима бойынша, яғни келесі шарт бойынша беріктікті тексеру қажет:

$$N_x^{\text{кыс}} / A_{\text{нет}} \leq R_{\text{кыс}}. \quad (\text{б})$$

(б) шартына кіретін шамаларды анықтаймыз:

$$N_x^{\text{кыс}} = q(l/2 + l/2) = ql = 20 \cdot 6 = 120 \text{ кН};$$

$R_{\text{кыс}} = 13 \text{ МПа} = 1,3 \text{ кН/см}^2$  (V-қосымшаның 2-кестесіндегі деректер бойынша екінші сұрыпты ағаштан жасалған тікбұрышты элементтер үшін);

$$A_{\text{нет}} = A - A_{\text{бос}} = 12 \cdot 12 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 12 = 96 \text{ см}^2.$$

Табылған мәндерді (б) шартына қоямыз:

$$\frac{120 \text{ кН}}{96 \text{ см}^2} \leq 1,3 \text{ кН/см}^2, \text{ немесе } 1,25 \text{ кН/см}^2 \leq 1,3 \text{ кН/см}^2.$$

Шарт орындалады, яғни ағаш бағананың босаңсыған қима бойынша беріктігі қамтамасыз етілген.

Енді орнықтылықты ескеріп, бағананың көтеруші қабілетін тексереміз, ол үшін  $\varphi$  табамыз:

- $l_0$  бағанасының есептік ұзындығын анықтаймыз. Бағананың ұштары топсалы бекітілгендіктен,  $\mu$  коэффициенті = 1 (VII-қосымшаның  $a$  сұлбасын қараңыз). Бұдан  $l_0 = \mu l = 1 \cdot 230 = 230$  см;
- қима инерциясының радиусын табамыз. Төртбұрышты қима үшін оның екі оське қатысты мәндері бірдей (II-қосымшаны қараңыз):

$$i_x = i_y = i = 0,289b = 0,289 \cdot 12 = 3,47 \text{ см};$$

- бағананың иілгіштігін анықтаймыз:

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{230}{3,47} = 66;$$

- VI-қосымшаның 2-кестесіндегі деректерді пайдаланып,  $\varphi$  анықтаймыз.  $\lambda \leq 70$   
 $\varphi = 1 - 0,8 (\lambda/100)^2 = 1 - 0,8 (66/100)^2 = 0,652.$

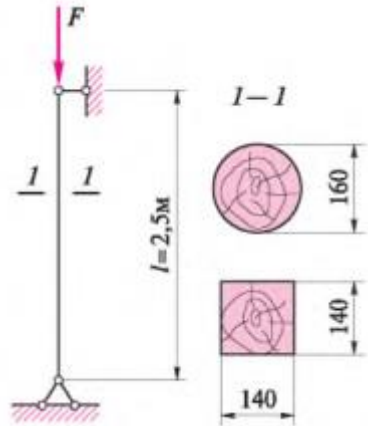
Табылған мәндерді (а) шартына қойып, бағананың көтеруші қабілетін тексереміз:

$$\frac{120 \text{ кН}}{0,652 \cdot 144 \text{ см}^2} \leq 1,3 \text{ кН/см}^2, \text{ немесе } 1,28 \text{ кН/см}^2 \leq 1,3 \text{ кН/см}^2.$$

Шарт орындалады, яғни бағананың жалпы орнықтылығы қамтамасыз етілген.

**3.2 есебі.** Ұзындығы бірдей  $l = 2,5$  м және көлденең қимасының ауданы шамамен бірдей екі ағаш бағананың көтеруші қабілетін салыстырыңыз. Біріншісінің өлшемі 14 x 14 см болатын төртбұрышты қимасы, ал екіншісінің диаметрі 16 см дөңгелек қимасы бар (3.25 суреті).

3.25 суреті. 3.2 есебіне



**БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ**

1. Ортадан қысылған элементтің кернеулі-деформацияланған күйін сипаттаңыз.
2. Ортадан қысылған элементтің орнықтылық шартын жазып, осы шартқа кіретін барлық белгілерді түсіндіріңіз.
3. Қысылу кезіндегі беріктік шарттарын ескеріп, қандай есеп түрлерін шешуге болады?
4. Элементтің босаңсулары оның орнықтылығын есептеуде қалай ескеріледі?

### 3.4. МЫЖЫЛУ

Мыжылу – бұл дененің басқа дене бетімен немесе құрылыммен әрекеттескендегі туындайтын кернеулі – деформациялы күйі (3.26, *а, б сурет*). Мұны қиманың барлық ауданындағы емес тек бір бөлігіндегі жекелеген жағдайлар ретінде қарастыруға болады. Бір денеден басқа денеге қысым жіберілгенде екі дененің де мыжылуы болады, бірақ қатты дене беріктеу және оған мыжылудың тек төменгі сатылары әсер етеді.

#### 3.4.1. Мыжылу кезіндегі дененің кернеулі-деформациялы күйі

Денені кернеулі – деформациялы күйге айналдыратын мыжылу келесідей сыртқы күштермен, деформациямен, ішкі күштерімен және кернеумен сипатталады.

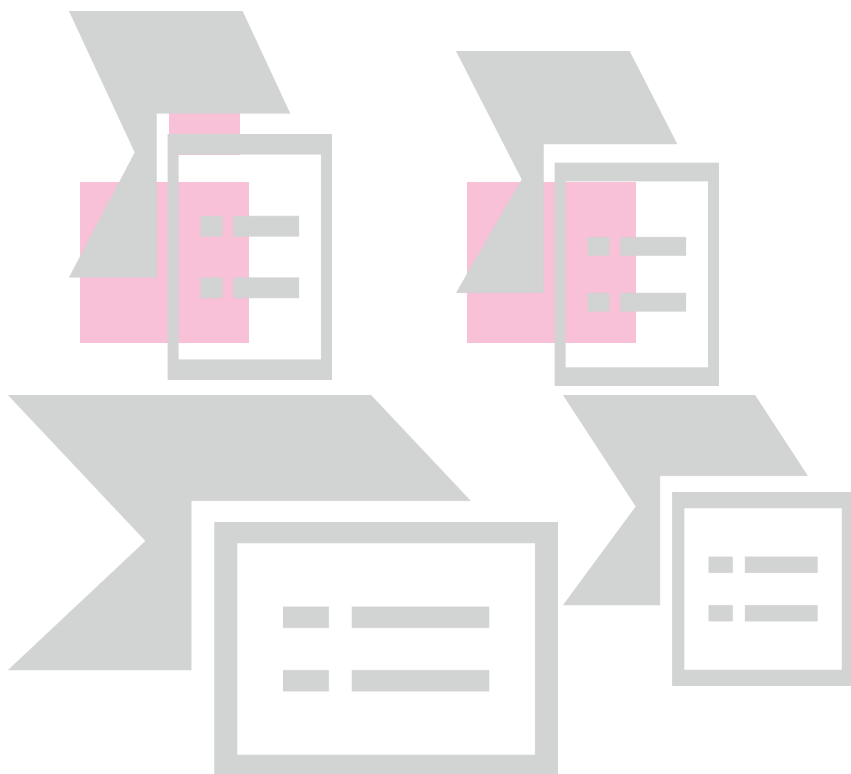
Сыртқы күштердің сығылу кезіндегі бағыты да осындай, бірақ қысым көлденең қиманың барлық ауданына емес, оның бір бөлігіне жіберіледі. (3.26, *а, б сурет қараныз*).

Мыжылу кезіндегі деформация былай сипатталады, кейбір анықталған жағдайлардағыдай бұзудың үлкен өлшемдеріне жетпей мыжылушы дене жапырылады.

Тең әсер етуші ішкі күш  $N^M$  (әрі қарай жай  $D_m$ ) сыртқы күшке  $F$  теңеседі (3.26, *в сурет*).

Мыжылушы жүктемені қабылдайтын дененің қимасында жазықтыққа перпендикуляр әсер ететін кернеу пайда болады, яғни қалыпты кернеу  $\sigma_{cm}$ . Оларды жіктеу заңы күрделі және оны тепе-теңдіктен шығатын беріктіктің бастапқы теориясы негізінде жаза алмаймыз. Тәжірибе көрсеткендей эпюра  $\sigma_{cm}$  көбіне эллипстің бөлігі ретінде көрсетіледі. Ең үлкен мәні  $\sigma_{cm}$  сыртқы күштердің желісі әсерінде болады. (3.26, *в суретін қараныз*). Кернеудің нақты мәнін анықтау қиын, сондықтан есептеуді жеңілдету үшін мыжылу кернеуі жазықтықта біркелкі жіктеледі және барлығы жоғарғы мәнге тең, яғни  $\sigma_{cm} = \sigma_{max}$  (3.26, *г сурет*). Егерде кез келген қатты төсеме арқылы сыртқы күштерді біркелкі беріліспен қамтамасыз етсек, онда әркелкілік жіктелу әсері  $\sigma_{cm}$  кернеуі төмендейді. Бұл жағдайда оларды біркелкі жіктелген және қысылу кернеуіне тең деп санауға болады.





Сурет 3.26. Мыжылу кезіндегі дененің кернеулі – деформациялы күйі

$a$  — екі діңгектің мыжылуы;  $b$  — қатты төсеніш арқылы өтетін күшпен мыжылу;  $v$  — денедегі мыжылу кезіндегі кернеу;  $z$  — нақты және қабылданатын кернеу;  $d$  — мыжылуды болдырмаудың бір жолы.

## 1. Мыжылы кезіндегі элементтердің беріктігін есептеу

3.4.1 бөлімшесінде баяндалғандай мыжылы кезіндегі беріктікті есептеуге шартын қолданады

$$\sigma_{\text{см}}^{\text{max}} \leq R_{\text{см}}, \quad (3.22)$$

мұнда  $\sigma_{\text{см}}$  — СНИП белгіленген, мыжылы кезіндегі материалдың есептеген кедергісі (басқа материалдар үшін  $V$  қосымшада келтірілген).

Егер мыжылы кернеуі біркелкі жіктелген деп есептесек, онда Мұндағы

$$\sigma_{\text{см}}^{\text{max}} = \frac{N_{\text{см}}}{A_{\text{см}}},$$

$N_{\text{см}}$  — мыжылы (сығылу) күші;  $A_{\text{см}}$  — мыжылы ауданы.

Онда (3.22) мыжылы кезіндегі беріктік шартында мынадай түрге ие болады:

$$\frac{N_{\text{см}}}{A_{\text{см}}} \leq R_{\text{см}}, \quad (3.23)$$

## 2. Мыжылы есептеуге арналған тәжірибелік тапсырмалар (есептер)

**Мысал 3.8.** Қимасы төртбұрышты 80 x 80 мм қысқа С-245 болат діңгек қимасы тіктөртбұрышты 100 x 100 мм төменгі С-235 болат діңгекке қысым жібереді. Жоғарғы діңгек қандай үлкен жүктеме бере алатынын, сонымен қатар төменгі діңгектің мыжылу мен сығылуға беріктігін анықтау керек.

Екі діңгектің шағын ұзындығына байланысты, тұрақтылықты жоғалтуды есептейміз.

### Шешімі.

1. Жоғары діңгектің қандай үлкен күшке төзетінін анықтаймыз, яғни салмақ көтеретін қабілетін табамыз. Бұл үлгідегі қысылу кезіндегі (3.14) шартын қолданып шешетін тапсырма,

$$N_{\text{сж}} \leq \varphi A R_{\text{сж}}.$$

Тұрақтылықты жоғалту шарты есептелмегендіктен, бұл жағдайға  $\varphi = 1$ , ( $V$  қосымшадағы 1 кестені қараңыз).

Онда

$$N_{cx} < 1 \cdot 64 \cdot 24 = 1536 \text{ кН.}$$

Олай болса, жоғарғы дiңгек төменгі дiңгекке шектi жүктеме 1 536 кН береді. Үлкен жүктеме болған жағдайда жоғарғы дiңгек берiктiгiн жоғалтады.

2. Төменгі дiңгектің мыжылу кезіндегі (3.23) шартымен тексереміз

$$\frac{N_{cm}}{A_{cm}} \leq R_{cm}.$$

Біздің жағдайда  $N = 1 \cdot 536 \text{ кН}$ ,  $A_{cm} = 8 \cdot 8 = 64 \text{ см}^2$ , яғни мыжылу ауданы дiңгектердің байланыс ауданына тең;  $R_{cm} = 27,5 \text{ МПа} = 27,5 \text{ кН/см}^2$  ( $V$  қосымшадағы 1 кестені қараңыз).

Сандық мәндерді шартқа қоямыз:

$$\frac{1536 \text{ кН}}{64 \text{ см}^2} \leq 27,5 \text{ кН/см}^2, \text{ или } 24 \text{ кН/см}^2 \leq 27,5 \text{ кН/см}^2.$$

Төменгі болат дiңгектің мыжылуға берiктiгi анықталады, яғни шарт орындалады..

3. Төменгі дiңгектің сығуға берiктiгiн тексереміз. Бұл тапсырма сығылуды 2 түріндегідей, (3.13) шартын қолдану арқылы шешілуі, біздің жағдайда келесідей сипатқа ие.

$$\frac{N_{сж}}{A_{сж}} \leq R_{сж}.$$

Шартқа қатысты шамалар мәнін анықтаймыз:  $N_{сж} = N_{жж} = 1 \cdot 536 \text{ кН}$ ;  $A_{сж} = 10 \cdot 10 = 100 \text{ см}^2$ ;  $R_{сж} = 23 \text{ МПа} = 23 \text{ кН/см}^2$  ( $V$  қосымшаның 1 кестесін қараңыз).

Сандық мәндерді шартқа қоямыз:

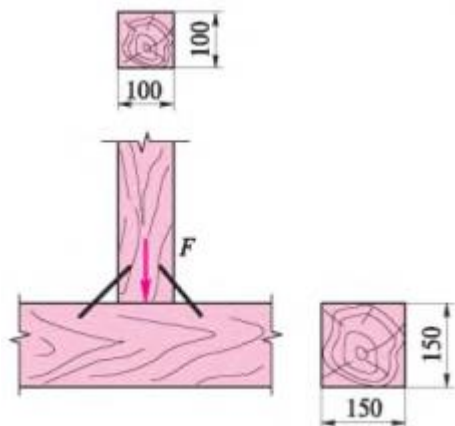
$$\frac{1536 \text{ кН}}{100 \text{ см}^2} \leq 23 \text{ кН/см}^2, \text{ или } 15,36 \text{ кН/см}^2 \leq 23 \text{ кН/см}^2.$$

Төменгі дiңгектің сығуға берiктiгi анықталды, яғни шарт орындалады. Көргеніміздей жоғарғы дiңгекке қарағанда, ол үлкен қормен қамтамасыз етілген, өйткені төменгі дiңгектің қимасының ауданы жоғарғы дiңгек қимасының ауданына қарағанда 1,5 есе көп.

### Тапсырма 3.3.

(Қарағайдың бірінші сорты) Қарағайдан дiңгектен жасалған ағаш бағананың қимасы шаршы 100 x 100 мм тең. Осындай дiңгектен жасалған қимасы 150 x 150 мм аралық қысым жібереді.  $F = 16 \text{ кН}$  болғандағы. Аралық берiктiгi мыжылуға тексереміз. Қарағайдың 1 сортының мыжылуға есептік қарсыласуы көлденең  $R_{cm}^{поп}$  талшықтар және  $R_{cm}^{вд}$  талшықтар бойымен 5-ші қосымшаның 2-ші кестесінде келтірілген.

Сурет 3.27. 3.3 тапсырмасына



### БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ

1. Мыжылу кезіндегі элементтің кернеулі деформациялы күйін сипаттаңыз.
2. Мыжылуға қатысты элементтің беріктік шарттарын жазыңыз және осы шартқа кіретін белгілерді түсіндіріңіз.
3. Мыжылу кезіндегі беріктік шартынан шығатын қандай тәжірибелік есептерді шешуге болады?

3.5.

Құрылыста және машина жасау саласында жылжу құбылысымен жиі кездесеміз. Сығылу және созылу сияқты жылжу да өзіндік деформациялық түрге және өзіндік ерекшелікке ие.

### 3.5. Жылжу

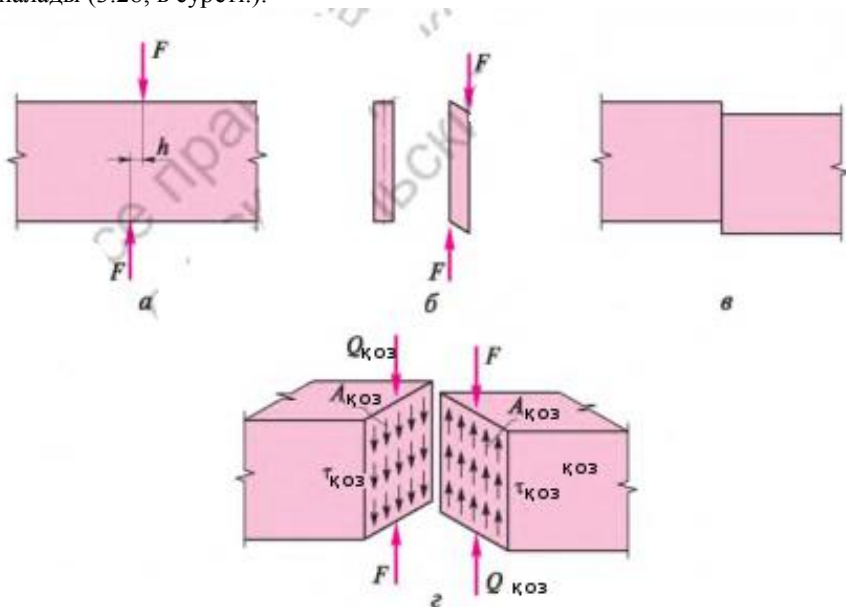
Құрылыста және машина жасауда жылжу құбылысымен жиі кезуге тура келеді. Созылу мен қысылу сияқты жылжу да деформацияның өзіндік түрі болып табылады және өзіндік ерекшелікке ие.

#### 3.5.1. Дененің жылжыған кезіндегі кернеулі-деформацияланған күйі

Денені кернеулі-деформацияланған күйге түсіретін жылжудың сыртқы күштер, деформациялар, ішкі күш салулар мен кернеулер тұрғысынан келесідей өзіне тән сипаттамалары бар.

Екі  $F$  сыртқы күштері шағын қашықтықта бір біріне қойылып, әр жаққа бағытталады, яғни қос күштің өте кішкене  $h$  иіні бар (3.28, а суреті).

Жылжу кезіндегі деформациялардың мәні дененің тікбұрышты элементі (жері) параллелограмға айналуында (3.28, б суреті.), яғни сыртқы күштердің әсер ету сызықтарымен сәйкес келетін екі жазықтықтың бірі екіншісіне қатысты жылжиды (осы жерден бұл құбылыстың аты да шығады). Әдетте, күштердің әрекет ету сызығы арасындағы қашықтық қысқа, сондықтан жылжу екі емес, әрекет ету сызықтары арасының ортасында орналасқан бір сызықпен өтеді деп саналады (3.28, в суреті.).



3.28 суреті. Дененің жылжыған кезіндегі кернеулі-деформациялы күйі: а — күштердің жылжу кезіндегі әсерлерінің сұлбасы; б — күштер әсерлері желілерінің арасындағы орынның деформациясы сұлбасы; в — жылжу кезіндегі қима әсері; г — жылжу кезіндегі кернеулер

Дененің жылжуға жұмыс істейтін әрбір қимасында  $F$  сыртқы күшін теңдестіретін  $Q_{\text{жылжу}}$  ішкі көлденең күш салу туындайды (3.28, г суреті).

Жылжу қиманың жазықтығында жатқан кернеулердің туындауымен сипатталады (3.28, г суреті). Бұзылу жазықтығына перпендикулярлы орналасқан, яғни қалыпты болып табылатын кернеулер созылу мен қысылуға қарағанда, жылжу кезіндегі кернеулер қиманың жазықтығында жатыр, жанама болып табылады және  $T_{\text{жылжу}}$  әріпімен белгіленеді. Сонымен бірге, біріншіден,

қимада тек қана  $T_{\text{жылжу}}$  кернеулері туындайды, және, екіншіден, кернеулер қима бойынша біркелкі таралады деп саналады, дегенмен, қатаң айтқанда, ол да, басқасы да нақты олай емес. Қабылданған ықшамдауларға сәйкес жанама кернеулердің шамасы келесі формула бойынша анықталады:

$$T_{\text{жылжу}} = \frac{Q_{\text{жылжу}}}{A_{\text{жылжу}}}, \quad (3.24)$$

мұндағы  $Q_{\text{жылжу}} - F$ ,  $A_{\text{жылжу}}$  сыртқы күшіне тең жылжудың ішкі күші – жылжу ауданы (3.28, г суреті).

### 3.5.2. Элементтердің жылжуға беріктігін есептеу

3.5.1 бөлігінде баяндалғанның негізінде жылжу кезіндегі беріктікті есептеуде келесі шартты пайдаланады:

$$\frac{Q_{\text{жылжу}}}{A_{\text{жылжу}}} \leq R_{\text{жылжу}}, \quad (3.25)$$

мұндағы  $R_{\text{жылжу}}$  – ҚНЖЕ-нде келтірілген материалдың жылжуға есептік кедергісі.

«Жылжу» термині әмбебап болып табылады және әсіресе дененің кернеулі-деформацияланған күйлерін зерттеу жөніндегі теориялық жұмыстарда кеңінен қолданылады. Тәжірибеде «жылжу» терминінің орнына жиі басқалары пайдаланылады. Мысалы, жылжуға жұмыс істейтін болат элементтер үшін «қию» терминін, ал ағаш үшін «жару» терминін пайдалану жалпы қабылданған. «Қию» және «жару» ұғымдары жылжу кезінде болат пен ағашқа тиісті бұзылу механизмін айқынырақ көрсетеді, сондықтан олар арнайы әдебиетте мықтылап бекітілген.

Бұл жағдайды есептік формулалардан көруге болады. Сөйтіп, беріктігі есептелетін болат элементтерінің (3.25) шарты келесі түрді қабылдайды:

$$\frac{Q_{\text{қию}}}{A_{\text{қию}}} \leq R_{\text{қию}}, \quad (3.26)$$

ал ағаштан жасалғандары үшін –

$$\frac{Q_{\text{жару}}}{A_{\text{жару}}} \leq R_{\text{жару}}, \quad (3.27)$$

Болаттың  $Q_{\text{қию}}$  қимасына және ағашқа  $R_{\text{жару}}$  (немесе  $R_{\text{қию}}$ ) есептік кедергілері ҚНЖЕ-нде көрсетіледі, олардың кейбіреулері V-қосымшада келтірілген.

(3.25) – (3.25) шарттары созылу немесе қысылу кезіндегі есеп түрлерін шешуге мүмкіндік береді.

### 3.5.3. Қиманы есептеуге арналған есептер

3.9 есебі. қабырғаға мықтап бекітілген қысқа, диаметрі 15 мм, С-235 болаттан орындалған дөңгелек білікті (шыбықшаны) көтере алатын жүктің (мысалы, жарнама қалқаншасының) салмағын анықтау (3.29 суреті).

**Шешімі.** Аспалы ілмек қабырғаға жақын тиіп тұрғандықтан, білік ең алдымен қиылады. Қиюға жұмыс істегендегі (3.26) беріктік шартын келесі түрде жазайық:

$$Q_{\text{қию}} \leq A_{\text{қию}} R_{\text{қию}} \cdot$$

Біздің жағдай үшін  $A_{\text{қию}} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 1,5^2}{4} = 1,77 \text{ см}^2$   $R_{\text{қию}} = 130$

МПа = 13 кН/см<sup>2</sup> (V-қосымшаның 1-кестесін қараңыз).

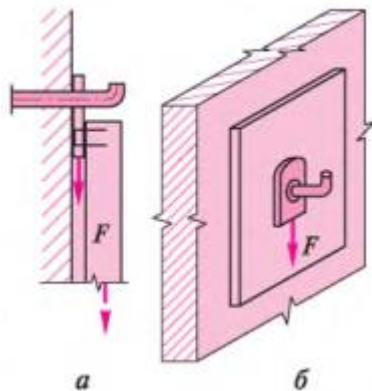
Онда  $Q_{\text{қию}} = 1,77 \cdot 13 = 23 \text{ кН}$ , яғни білік салмағы 23 кН жүкті көтере алады.

Қиюға жұмыс істейтін болат элементтерінің ерекшелендіруші мысалы пісіру жіктері болып табылады. Ені әртүрлі және қалыңдығы бірдей  $b$  екі табакты шеткі пісіру шіктерінің көмегімен үсті-үстіне қосудың ең қарапайым жағдайын қарастырайық (3.30 суреті).

3.29 суреті. 3.9 есебіне

а — жүкті (қалқанды) білікке бекіту сұлбасы;

б — білік пен аспалы ілмек аксонометриясындағы көрініс (қалқан көрсетілмеген)



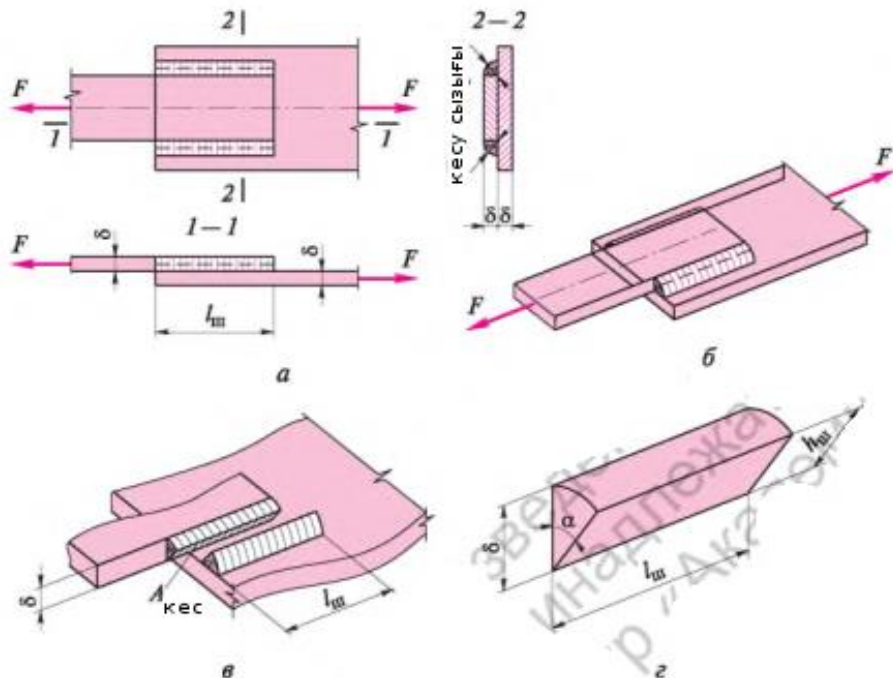
Ондай жік қию сызығы бойынша бұзылады (3.30, а, в суреті), ол кезде жанама кернеулер материалдың қимаға кедергісінен үлкенірек болады, яғни бұл таза қиманың көрінісі. Қимаға жұмыс істейтін пісіру жігіне жұмыс істейтін (3.26) беріктік шартының түрі мынандай:

$$\frac{Q_{\text{қию}}}{l_{\text{ж}} h_{\text{ж}} \cos \alpha} \leq R_{\text{жқию}},$$

Мұндағы  $l_{\text{ж}}$  – жіктің ұзындығы;  $h_{\text{ж}}$  – жіктің биіктігі (3.30, г суреті);  $R_{\text{жқию}}$  – пісіру жігінің қимаға есептік кедергісі, ҚНЖЕ-нде келтіріледі, [8] бар.

Бұл шартқа сүйеніп, формулаға кіретін басқа шамалардың мәндері

белгілі болса, жіктің ұзындығы мен биіктігін анықтауға болады.



3.30 суреті. Қимаға жұмыс істейтін айқасатын пісірме қосылыс:  
 а, б — пісірме қосылыстың сұлбасы және оның аксонометриядағы көрінісі;  
 в — тігістің бұзылуының сұлбасы;  
 г — пісірілген жіктің параметрлері

Пісіру жіктерінде жанама ғана емес, атаулы кернеулер де туындауы мүмкін, яғни жіктер күрделі кернеулі күйде болуы мүмкін. Пісіру қосылыстарын орындаған кезде жіктердің минималды және максималды биіктіктері мен ұзындықтарына, пісіру технологиясына және т.б. қатысты бірқатар құрастырмалық талаптарды сақтау қажет. Пісіру жіктерін есептеудің дәлірек тәсілдері 9 [8] тарауда сипатталған.

### 3.5.4. Біруақытта мыжылу мен жылжуды орындайтын құрастырмалар элементтерін есептеуге арналған практикалық есептер

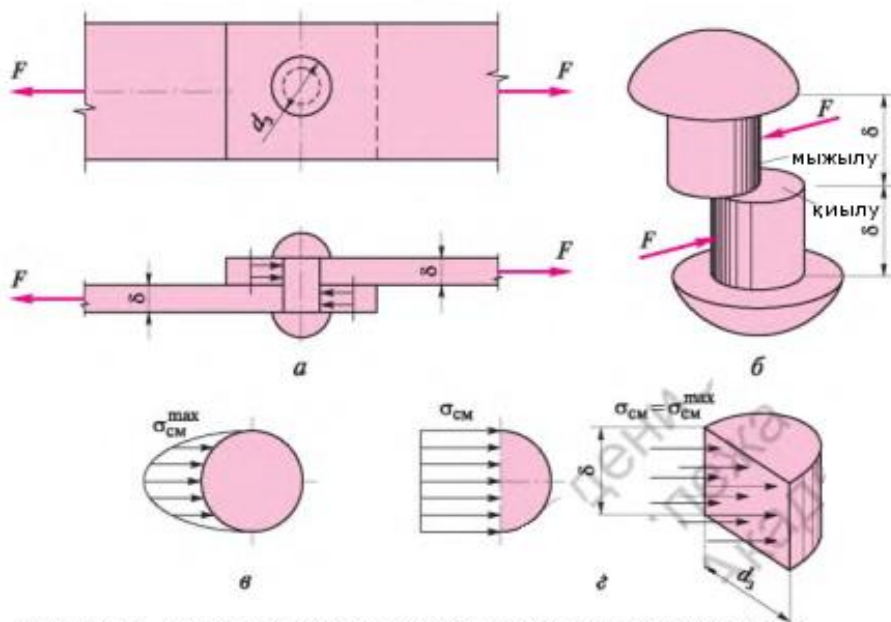
Болат құрастырмаларында бір уақытта жылжуға және мыжылуға тойтарма және кейбір пісіру қосылыстары жұмыс істейді, ағаш құрастырмаларында – кертпектер, тіреуіштер.

**Тойтарма қосылыстарды есептеу.** Бір уақытта мыжылып, кесілетін



екі табақты үсті-үстіне бекітіп қосудың, яғни жалғыз бір рет кесілетін цилиндр тойтармамен қосудың қарапайым жағдайын қарастырайық (3.31, б суреті).

**Тойтарманың мыжылуы.** Мыжылудың келесі үлгісін қабылдаймыз: табақ тойтарманың цилиндр бетін мыжып (тойтарма өз кезегінде табақты мыжады), мыжылудың, эпюрдің кернеуін тудырады, олардың түйіспенің үстіндегі өзгерісі эллипс бөлігін еске түсіреді (3.31, в суреті). Табақтың күші тойтарманың цилиндр бетіне емес, диаметралдық жазықтыққа табысталады және ол жазықтықта біркелкі таралады деп санайық (3.31, г суреті).



3.31 суреті. Мыжылу мен қиыға жұмыс істейтін тойтармалы қосылыс: а — күштердің тойтармаға әсерінің сұлбасы; б — тойтарманың қиылуы мен мыжылуы; в — мыжылу кернеулерінің нақты таралуы; г — мыжылу кернеулерінің қабылданатын таралуы

Мұндай жолберушіліктер мыжылу ауданын келесі формула бойынша анықтауға мүмкіндік береді.

$$A_{\text{см}} = \sigma d_3.$$

мұндағы  $\sigma$  — табақтың қалыңдығы;  $d_3$  — тойтарманың диаметрі.

Қатаң айтқанда, тойтарма мен табақтың мұндай өзара әрекеттесу үлгісі құбылыс тұрғысынан дұрыс емес, бірақ тойтарманың мыжылуға беріктігін

есептеуге оңай мүмкіндік береді. Мыжылу кезіндегі (3.23) беріктік шарты тойтарма үшін келесі түрді қабылдайды:

$$\frac{N_{\text{см}}}{\sigma d_3} \leq R_{3,\text{см}},$$

мұндағы  $R_{3,\text{см}}$  – тойтарманың мыжылуға есептік кедергісі ҚНЖЕ-нде келтіріледі, [8] бар.

Тойтармалар бірнешеу ( $n$ ) болса, онда олардың арасындағы күштер біркелкі таралады, ал есептік формуларың түрі келесідей болады деп саналады:

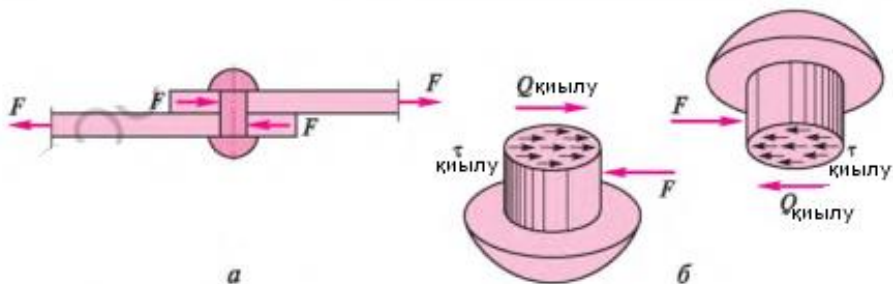
$$\frac{N_{\text{см}}}{nbd_3} \leq R_{3\text{см}}$$

Осы формула бойынша тойтарманың белгілі диаметрімен тойтарманың талап кетілген санын табуға болады, және керісінше.

**Тойтарманың қию.** Тойтарма күрделі кернеулі күйде болады (ол осьтік созылуға ұшырайды, өйткені ыстық күйінде қойылып, кейін суиды, оның материалы тойтарғыш машина және т.б. жасайтын пластикалық деформациялардан қасиеттерін едәуір өзгертеді). Бұл кернеулерді елемей, тойтармаға қиғыш  $F$  күштері ғана әсер етеді (3.32, а суреті), ал жанама кернеулер біркелкі таралады деп ойласақ, онда бұл диаметрі  $d_3$  шеңбер ауданына тең, бекіткіштің көлденең қимасының ауданы (3.32, б суреті) бойынша таза жылжу (қию) жағдайы. Бұл ретте (3.26) шарты келесі түрді қабылдайды:

$$\frac{Q_{\text{қию}}}{\pi d_3^2/4} \leq R_{3\text{қию}}$$

мұндағы  $R_{3\text{қию}}$  – тойтарманың қиылуға есептік кедергісі ҚНЖЕ-нде келтіріледі, [8] бар.

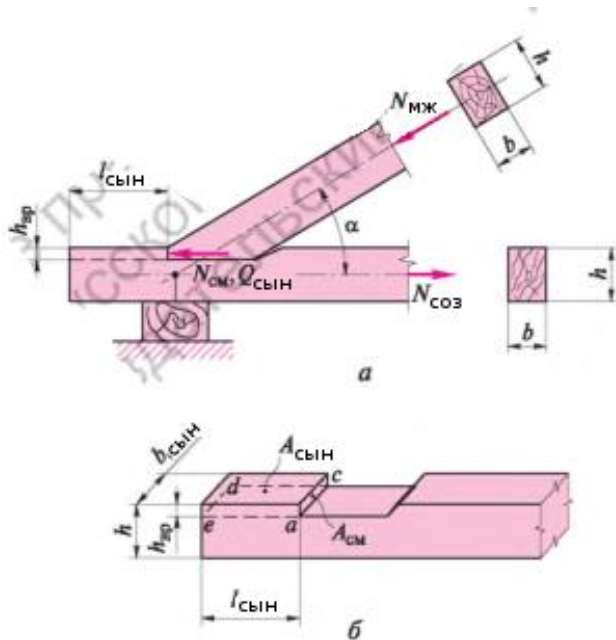


3.32 суреті. Қиюға жұмыс істейтін тойтармалы қосылыс:  
 а — күштердің тойтармаға әсерінің сұлбасы; б — тойтармадағы қиманың кернеулері

Егер тойтармалар бірнешеу ( $n$ ) болса, онда күштер олардың арасында біркелкі таралады, ал есептік формула келесі түрде болады деп саналады:

$$\frac{Q_{\text{қию}}}{n\pi d_3^2/4} \leq R_{\text{з қию}}$$

Тойтармалы қосылыстар бір және көп қималы болады. Тойтармалы қосылыстарды орындау пісірім қосылыстары сияқты 9 [8] тарауда толық қарастырылған көптеген құрастырмалық талаптарды сақтауды талап етеді. **Ағаш кертпектерді есептеу.** Кертпек (3.33 суреті) – бұл екі ағаш элементтерінің оймалар мен металл нығайтқыштың көмегімен қандай да бір бұрыштың астындағы қосылысы (3.33 суретінде көрсетілмеген).



3.33 суреті. Ағаш кертпек:

а – бүйірінен қарағандағы көрінісі; б – мыжылу және жарылу алаңдары көрсетілген төменгі белдеудің сұлбасы

**Мыжылу.** Егер мыжылу кернеулері түйіспе жазықтығы бойынша біркелкі таралады және бәрі  $Q_{см}^{max}$  тең деп ойласақ (3.4.1 бөлігін қараңыз), кертпектердің мыжылуға есебі қиындықтар тудырмайды, яғни мыжылу аудандары мен мыжу күштерінің мәндерін дұрыс тауып, оларды (3.23) беріктік шартына қойған жеткілікті. Сонымен бірге ағаштың мыжылуға кедергісінің көлденеңіне қарағанда, талшықтар бойында бірнеше есе жоғары екендігін және мыжылумен жұмыс істегенде беріктік шартының келесі түрге ие болатындығын ескеру керек.

$$\frac{N_{см}}{bn_{ойым}} \leq R_{см}^{бойымен},$$

мұндағы  $N_{мыж}$  – мыжушы күш,  $N_{мыж} = N_{кыс} \cos \alpha$ ;  $b$  – қиманың ені;  $h_{ойым}$  – ойманың тереңдігі;  $R_{см}^{бойымен}$  – ағаштың талшықтар бойымен мыжылуына есептік кедергісі, V-қосымшаның 2-кестесінде келтірілген.

Ондай есепті жаруға есеппен бірге жүргізеді (әрі қарай қараңыз).

**Жару.** Жару құбылысы 3.33, б суретінде көрсетілген ағаш кертпегінде айқын

байқалады.  $N_{\text{кыс}} \cos \alpha$  жылжытушы күш әрекетінің салдарынан а-с-d-е жазықтығы бойынша жарылу болуы мүмкін.

Ағаш кертпегінің беріктік шарты жаруға жұмыс істегенде келесі түрге ие:

$$\frac{Q_{\text{жару}}}{b_{\text{жару}} l_{\text{жару}}} \leq R_{\text{жару}},$$

мұндағы  $Q_{\text{жару}}$  –  $N_{\text{мыж}}$  мыжушы күшіне тең жарушы күш;  $b_{\text{жару}}$  – жару ауданының ені (егер еніс және көлденең ағаш элементтердің ені көп жағдайдағыдай бірдей болса, онда жару ауданының ені  $b$  элементінің (діңгектің) еніне тең);  $l_{\text{жару}}$  – жару ауданының ұзындығы;  $R_{\text{жару}}$  – ағаштың жарылуға есептік кедергісі, ҚНЖЕ бойынша қабылданады, кейбір мәндері V-қосымшаның 2-кестесінде келтірілген.

Кертпектерді сауатты есептеу бірқатар құрастырмалық талаптарды қажет етеді, ол үшін мысалы, 9 [8] тарауда сипатталған кертпектердің құрастырмаларымен алдын ала танысып шығу керек.

## БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ

1. Элементтің жылжыған кезіндегі кернеулі-деформацияланған күйін сипаттаңыз.
2. Жылжуға жұмыс істейтін элементтің беріктік шартын жазып, осы шартқа кіретін барлық белгілерді түсіндіріңіз.
3. Жылжу кезінде беріктік шарттарын ескеріп, қандай практикалық есептерді шешуге болады?
4. Қандай болат және ағаш құрастырмалар бірауқытта жылжу мен мыжылуға жұмыс істейді?

## 3.6. АЙНАЛУ

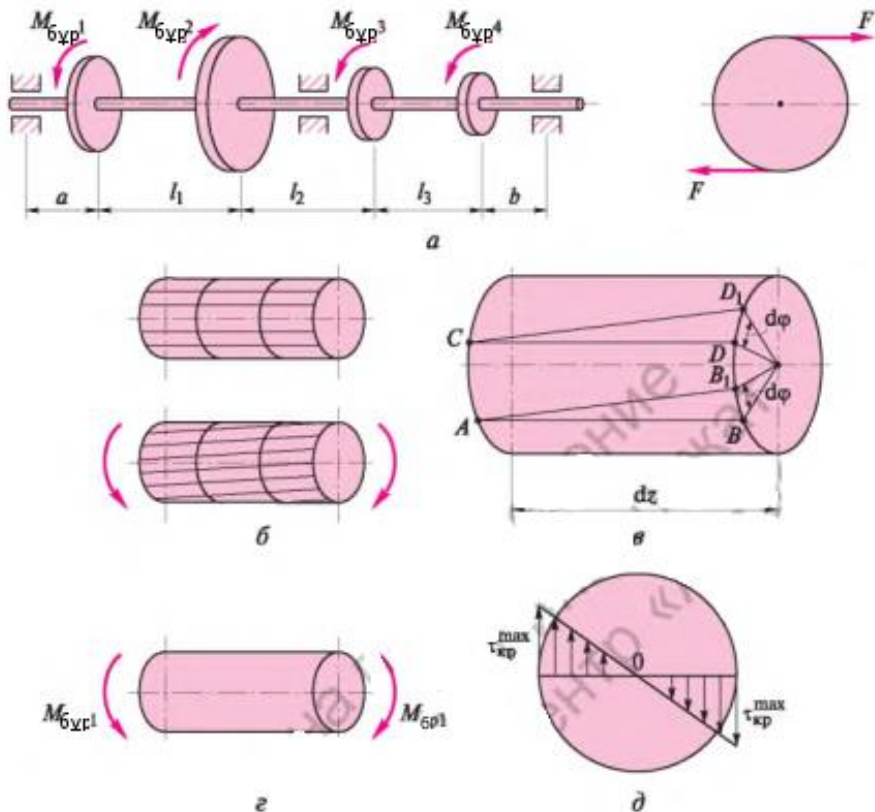
Айналу деформацияның түрі ретінде құрылыс тәжірибесінде қысу немесе созылу сияқты кеңінен таралмаған. Ең қарапайым жағдайды — дөңгелек кималы тура сызықты діңгектің, яғни цилиндрлік діңгектің айналуын қарастырайық. Дөңгелек кималы діңгектің айналуын есептеуден айрықша ерекшеленетін тікбұрышты немесе қандай да басқа кималы тура сызықты діңгектің айналуын есептеу осы оқулықта зерттелмейді.

### 3.6.1. Діңгектің айналған кезіндегі кернеулі-деформацияланған күйі

Діңгекті кернеулі-деформацияланған күйге әкелетін айналуға сыртқы жүктеме, деформация, ішкі күш салу және кернеулер тарапынан келесі өзіндік ерекшеліктері бар.

Діңгекке әсер ететін сыртқы жүктеме  $M_{\text{бұр}}$  шоғырланған шиыршықтау мезеті

болып табылады. Ол дінгектің осіне перпендикуляр кеңістікте жататын  $F$  күштерінің жұбы болып есептеледі (3.34, а суреті).



3.34 суреті. Цилиндр дінгектің айналған кезіндегі кернеулі-деформациялы күйі: а — сыртқы моменттердің әсері; б — деформация сұлбасы; в — бұрылыс бұрыштары; г — бұрғыш және айналдырғыш моменттер; д — айналдыру кернеулерінің таралуы

Айналу кезінде деформация тура сызықты жасаушы цилиндр шиыршықталады, бірақ сонда да ол түзу болып қалады және қысқартылмайды деп есептелетінінде (3.34, б суреті). Шеңбердің радиусы көлденең қимасында цилиндрдің жасаушымен бірге кейбір  $d\varphi$  бұрышын салып айналады (3.34, в суреті), сонда дінгектің осі, радиустар сияқты, тура сызықты болып қалады. Дінгектің кез келген көлденең қимасында ішкі күштер — қиманың бір жағынан орналасатын  $M_{бұр}$  шиыршықталған (сыртқы) мезеттер сомасына тең  $M_{бұр}$  айналдыратын мезеттер (3.34, г суреті):

$$M_{\text{айн}} = \sum M_{\text{бұр}}.$$

Басқа да ішкі күштер үшін айналдыратын мезеттер үшін де олардың діңгек ұзындығы бойынша өзгеру графиктерін немесе эпюрлерді құрастырады. Әрбір қимада тек қана  $T_{\text{айн}}$  жанама кернеулер пайда болады. Олар түзу заңы бойынша өзгереді (3.34, д суреті): қима ортасында олар нөлге тең, ал бетінде талшықтарда максималды мәніне жетеді.

$$T_{\text{айн}}^{\text{maz}} = \frac{M_{\text{айн}}}{W_p},$$

мұнда  $W_p$  — қима кедергісінің полярлық мезеті.  
Бұл мезетті келесі формула бойынша табады

$$W_p = J_p / r,$$

мұнда  $J_p$  — инерцияның полярлық мезеті.  
 $r$  радиусты шеңбер үшін

### 3.6.2. Діңгектің айналған кезіндегі беріктігі мен қаттылығын есептеу

Айналдыру кезінде діңгектің беріктік шартының түрі

$$T_{\text{айн}}^{\text{max}} \leq R_{\text{айн}},$$

немесе

$$\frac{M_{\text{айн}}}{W_p} \leq R_{\text{айн}},$$

мұнда  $R_{\text{айн}}$  — материалдың айналдыруға есептік кедергісі. Айналдыру кезіндегі діңгек қаттылығы шартының түрі

$$\theta \leq [\theta],$$

мұнда  $\theta$  — айналдырудың салыстырмалы бұрышы;  $[\theta]$  — айналдырудың рұқсат етілген салыстырмалы бұрышы діңгек материалына байланысты ҚНЖЕ бойынша қабылданады.

Айналдырудың салыстырмалы бұрышы формула бойынша анықталады

$$\theta = \frac{M_{\text{айн}}}{GJ_p},$$

мұнда  $G$  — көлденең деформация модулі (3.2.1 бөлімді қараңыз).

## БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ

1. Айналыру кезінде діңгектің кернеулі-деформацияланған күйін сипаттаңыз.
2. Айналыру кезіндегі діңгектің беріктік шартын жазыңыз.
3. Айналыру кезіндегі қаттылыққа есеп мәнін түсіндіріңіз.

### 3.7. ТІК КӨЛДЕНЕҢ ІЛІМ

Ілімге жұмыс істейтін айтарлықтай кең таралған құрылым арқалық болып табылады. Құрылыс механикасында арқалықты иілімге басымырақ жұмыс істейтін діңгек деп атау қабылданған.

Ілімдер көлденең және бойлық деп бөлінеді. Бойлық иілім 3.3 бөлімде қарастырылған. Көлденең иілім тік және қисық болуы мүмкін. Қисық иілім 3.8. бөлімде қарастырылады.

#### 3.7.1. Арқалықтың тік көлденең иілім кезіндегі кернеулі-деформацияланған күйі

Сыртқы жүктемелер, деформациялар, ішкі күштер мен кернеулер көзқарасымен арқалықты кернеулі-деформацияланған күйге әкелетін тік көлденең иілуін сипаттаймыз.

**Сыртқы жүктемелер.** Арқалықтар қарапайым (тік) немесе күрделі болуы мүмкін иілімге жұмыс істейді. Арқалықтың тік иілімінің қарапайым жағдайында сыртқы жүктемелер арқалық білігіне перпендикуляр бір (тік) жазықтықта әрекет етеді. Жүктемелер (күш, мезет) бөлінген немесе шоғырланған болуы мүмкін. Құрылыс практикасында тепе-тең бөлінген жүктемелер едәуір жиі кездеседі. Тепе-тең бөлінген жүктеме  $q$  (3.35, *a*, *b* суреті) әрекет ететін тікбұрышты кима арқалығын қарастырамыз. Егер арқалық тіреулерге еркін сүйенсе, онда бір тіреу топсалы-жылжымайтын, ал басқасы топсалы-қозғалмалы (3.35 *b* суреті) болып саналады. Мұндай арқалық қарапайым деп аталады.

**Деформациялар.** Көлденең иілім сығылған (жоғары) (3.35 *c*, *d* суреті) қысқартылуымен және созылған (төменгі) талшықтардың ұзаруымен арқалық білігінің қисаюымен сипатталады. Сонымен бірге бейтарап білік (қабат) өзінің ұзындығын өзгертпейді.

XIX ғасырдың ортасында француз математигі әрі механигі Жан Дю-гамель иілімге материалдардың жұмысын зерттей отырып, ағаш арқалықтың жоғарғы және төменгі бөліктерінен кесінділер жасады (3.36 *a* суреті). Тіпті арқалықтың

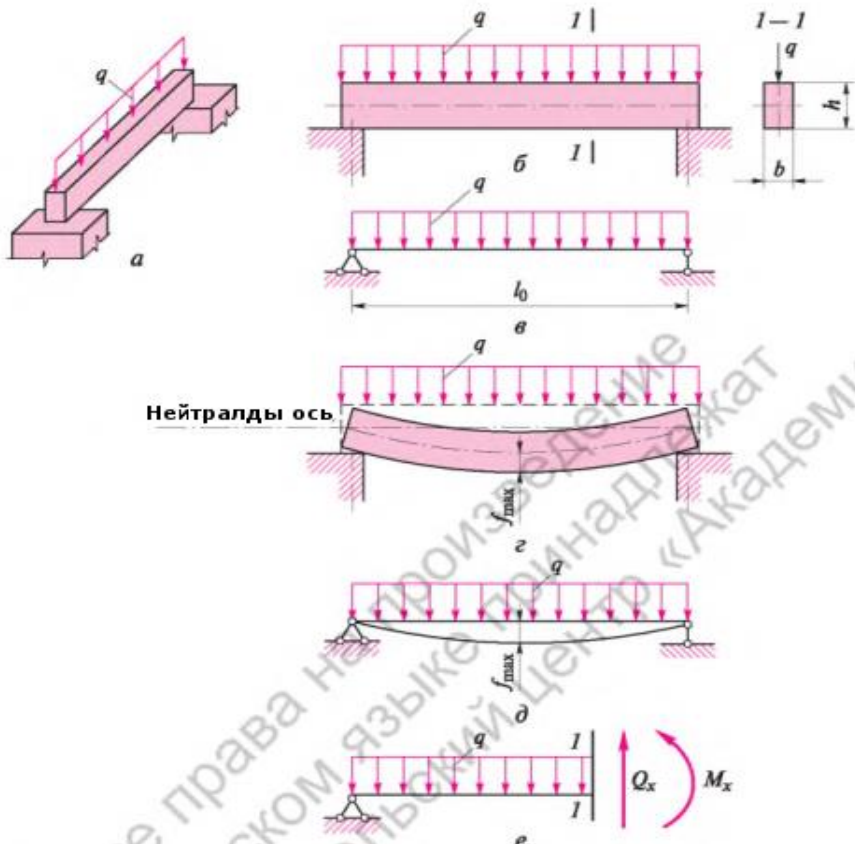


азғантай жүктелуінен кейін де жоғарғы кесіктер жабылып, ал төменгілері ашылды (3.36 б суреті). Бұл тәжірибе иілу кезінде жоғарғы талшықтар қысқарып, ал төмендегілері ұзаратынын айқын көрсетіп береді.

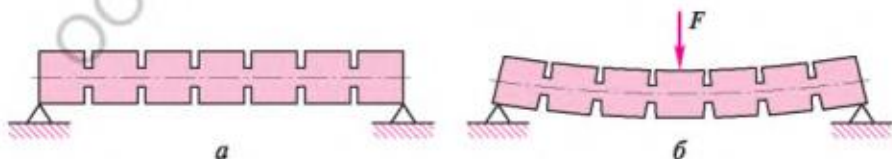
Біліктің қисаюының салдарынан аралықтағы арқалықтың барлық нүктелері жүктеме әрекет ететін жаққа (біздің жағдайда төменге) жылжитыны белгілі. Арқалық нүктелерінің бұл жылжуын иілген жері деп атайды. Қарастырылатын арқалық үшін ең үлкен иілім оның ортасында болады. IV қосымшаның 2 тармағына сәйкес ол төмендегі формула бойынша анықталады.

$$f_{max} = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EJ}.$$

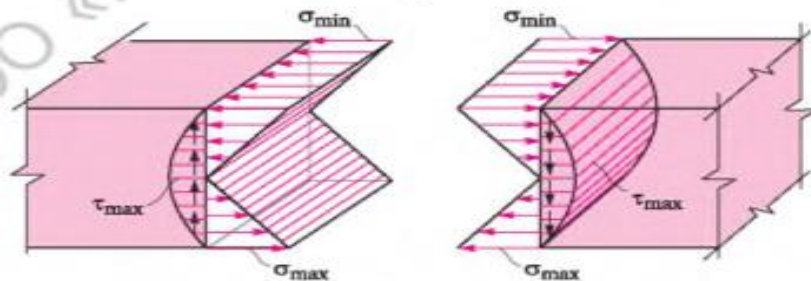
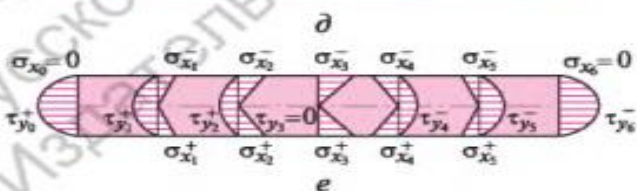
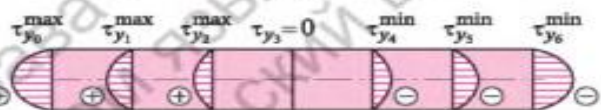
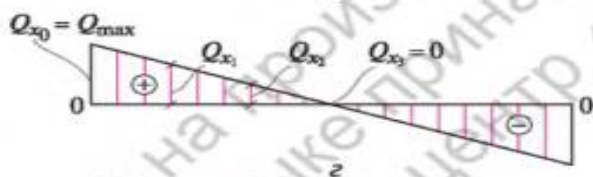
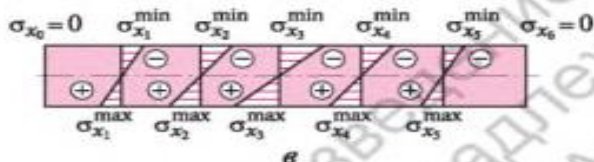
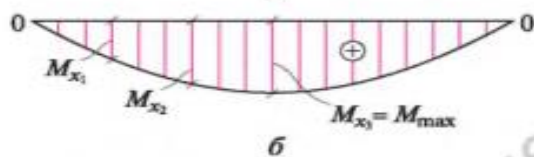
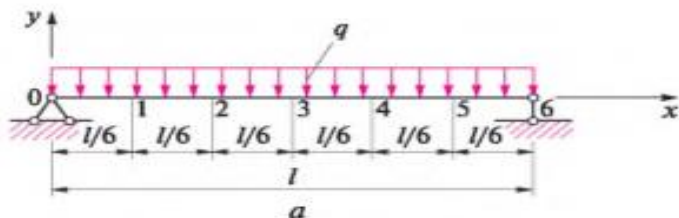
Ішкі күш салу. Арқалықтың ұзындығы бойынша кез-келген қимада жүктеу сипаты және арқалықтың есептеу сызбасына байланысты (1.5.1 бөлімді қараңыз) көлденең күштер  $Q_x$  және иілту мезеттері  $M_x$  (3.35, e суреті) туындайды.



3.35 суреті. Қимасы тікбұрышты діңгектің жүктеменің біркелкі таралуы нәтижесінде тік көлденең иілім кезіндегі кернеулі-деформациялы күйі: *a* — діңгектің аксонометриядағы көрінісі; *b*, *в* — діңгектің құрастырмалық және есептік сұлбалары; *г*, *д* — діңгектің құрастырмалық және есептік сұлбаларда көрсетілген деформациясы; *e* — діңгектің 1 — 1 қимасындағы ішкі күш салу



3.36 суреті. Дюгамель тәжірибесін көрсететін сурет: күш салынбай тұрғандағы (а) және салынғаннан кейінгі (б) ойықты діңгек.



3.37 суреті.  $\sigma$  және  $\tau$  кернеулерінің қарапайым дінгектегі  $M_x$  және  $Q_x$  ішкі күш салулармен жүктеме біркелкі таралған кездегі байланысы:

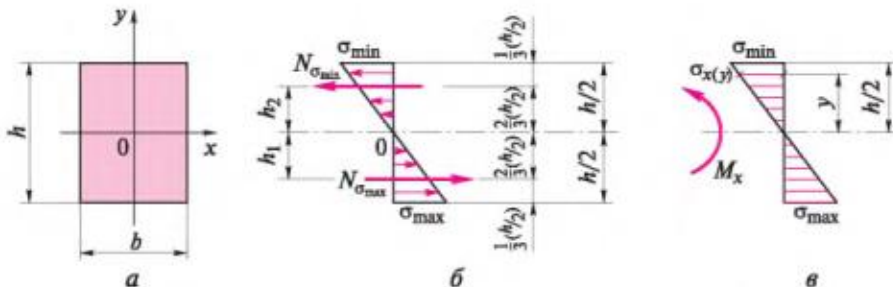
$a$  — дінгектің есептік сұлбасы;  $b$  —  $M_x$  эпюрі;  $v$  — қалыпты кернеулердің дінгектің ұзындығы мен биіктігі бойынша өзгерісі  $\sigma_x$ ;  $z$  —  $Q_x$  эпюрі;  $d$  —  $\tau_y$  жанама кернеулердің дінгектің ұзындығы мен биіктігі бойынша өзгерісі;  $e$  — қалыпты және жанама кернеулердің қосарланған сұлбасы;  $жс$  —  $\sigma$  және  $\tau$  кернеулерінің дінгектің биіктігі бойынша өзгерісінің аксонометриялық көрінісі

Қарапайым арқалықтың барлық ұзындығы бойынша әрекеті жағдайы үшін тепе-тең бөлінген жүк (3.37  $a$  суреті) эпюралар  $M_x$  және  $Q_x$  3.37  $b, z$  суретте келтірілген. Олардың құрылысы 1 бөлімде қаралды. III қосымшаның 4 тармағына сәйкес тепе-тең бөлінген жүктеме кезінде  $M_x$  және  $Q_x$  ең үлкен мәні төмендегі формула бойынша анықталады:

$$M_x^{max} = \frac{ql^2}{8}; \quad Q_x^{max} = \frac{ql}{2}.$$

**Кернеулер.** Көлденең иілім  $O_x$  қалыптың кернеудің, көлденең қиманың перпендикуляр жазықтығы және аталған қиманың жазықтығында жатқан  $T_y$  жанама кернеуінің болуымен сипатталады. Әрбір кернеуді жекелей қарастырамыз.

**Қалыпты кернеулер.** Деформация кезінде арқалықтың жоғарғы талшықтары қысқарып, төмендегілері ұзарып, ал шеткі талшықтарда ұзару және қысқару ең үлкен мәнге жетіп, ал бейтарап қабат деңгейінде олардың ұзындығы өзгермейтіні жөнінде еске саламыз. Осыдан  $O_x$  қалыпты кернеуі де осындай заң бойынша өзгереді, яғни шеткі жоғарғы талшықтарда үлкен  $O_x^{кыс}$  қысу кернеуі, шеткі төменгісінде – ең үлкен  $O_x^{коз}$  созу кернеуі, ал  $O_x = 0$  бейтарап қабат (ось) деңгейінде туындайды деген қорытынды жасауға болады. Созылу кернеуін оң, ал сығу кернеуін теріс деп санау жалпылай қабылданған.



3.38 суреті. Дінгектің көлденең қимасы (а) және күш салудың геометриялық сипаттамалары —  $W_x$  кедергі моменті (б) мен  $J_x$  инерция моментін (в) анықтауға арналған оның сұлбалары

Сондықтан олар  $\sigma_x^{\max}$  және  $\sigma_x^{\min}$  деп жиі белгіленеді. Ұзарту және қысқарту бейтарап қабаттан (осьтен) у У қашықтығына тәуелді, дәл сол сияқты осы қашықтықтан қалыпты кернеу де тәуелді, яғни олар желілік заң бойынша өзгереді. Барлық айтылғандар негізінде қима биіктігі немесе қалыпты кернеулер эпюрасы (3.37 в суреті) бойынша ох қалыпты кернеудің өзгеру кестесін сызуға болады. Бұл туралы 3.1.2 бөлімде айтылған.

Тікбұрышты қима арқалықтың шеткі жоғарғы және төменгі талшықтарында ең үлкен қалыпты кернеулер (3.38 а суреті) иілу мезетіне байланысты болатынын анықтаймыз. Жазбаларды жеңілдету үшін  $\sigma_x^{\max}$  және  $\sigma_x^{\min}$  белгілерінің орнына  $\sigma_{\max}$  және  $\sigma_{\min}$  белгілерін қолданамыз.

$\sigma_{\max}$  және  $\sigma_{\min}$  қалыпты кернеулерімен туындайтын бірдей әрекет ететін  $N_{\sigma\max}$  және  $N_{\sigma\min}$  ішкі күш салулары мезетті құратын қос күш болып саналады (3.38 б суреті)

$$M_x = N_{\sigma} \max h_1 + N_{\sigma} \min h_2. \quad (3.28)$$

Созудың қалыпты кернеуі 0-ден  $\sigma_{\max}$  сызықтыққа дейін өзгертіндіктен (яғни олардың орташа мәні  $\sigma_{\max}/2$  құрайды) және  $bh/2$  алаңында әрекет етеді (алаңның жартысы арқалық қимасы),

$$N_{\sigma\max} = \frac{1}{2} \sigma_{\max} b \frac{h}{2} = \frac{\sigma_{\max} b h}{4}.$$

Сол сияқты

$$N_{\sigma\min} = \frac{\sigma_{\min} b h}{4}.$$

3.38 суретінде көрсетілгендей, күш салулар бір-бірімен өзара тең:

$$h_1 = h_2 = \frac{2}{3} \frac{h}{2} = \frac{h}{3}$$

$\sigma_{\max}$  пен  $\sigma_{\min}$  абсолютті көлемі бойынша тең екендігін ескеріп,  $N_{\sigma\min}$  өрнегіне  $\sigma_{\min}$  орнына  $\sigma_{\max}$  қоямыз. Барлық орындалған түрлендірулерден кейін (3.28) формуласы келесі түрді қабылдайды;

$$M_x = \frac{\sigma_{max} b h h}{4} \frac{1}{3} + \frac{\sigma_{max} b h h}{4} \frac{1}{3'}$$

немесе

$$M_x = Q_{max} \frac{b h^2}{6},$$

Бұдан

$$Q_{max} = Q_{min} = \frac{M_x}{b h^2 / 6}, \quad (3.29)$$

$b h^2 / 6$  мәні иілімге тікбұрышты қима кедергісінің геометриялық көрсеткіші болып саналады. Ол  $b$  қиманың еніне және оның  $h$  биіктігінің екі есесіне тең. Бұл көрсеткішті *кедергі мезеті* деп атайды және  $W_x$  деп белгілейді. Басқа пішіндегі көлденең қималары үшін ол ұқсас түрлендірулердің көмегімен табылуы мүмкін. Қарапайым геометриялық пішіндер болып саналатын қималар үшін  $W_x$  II қосымшада, прокат бейіні I қосымшада келтірілген. Осылайша (3.29) формуласын төмендегідей жазуға болады;

$$Q_{max} = \sigma_{min} = \frac{M_x}{W_x}, \quad (3.30)$$

(3.29) формуласын талдау егер арқалық қимасының өлшемі ұзындығы бойынша өзгермесе (мысалы тікбұрышты арқалықта олар оның барлық ұзындығы бойынша  $b$  және  $h$  тең, онда  $O_x$  қалыпты кернеуі  $M_x$  иілу мезетінен тікелей байланысты болады. Арқалықтың ұзындығы бойынша да олар  $M_x$  өзгергені сияқты өзгереді. Бұл жағдайды қарастырылатын арқалық мысалында растаймыз. Оны 6 учаскеге бөлеміз (3.37 а суретін қараңыз) (кез-келген басқа санды алуға болады, бірақ жұп сан жақсырақ) және учаскелер шекарасының нүктелерінде  $O_x$  табамыз:

$$Q_{x1}^{max (min)} = \frac{M_{x1}}{W_x}; \quad Q_{x2}^{max (min)} = \frac{M_{x2}}{W_x}; \quad Q_{x3}^{max (min)} = \frac{M_{x3}}{W_x}; \quad \text{және т.б.}$$

Егер біз арқалықтың ортасы арқылы (3 нүкте) симметрияның білігін өткізсек, онда арқалықтың сол және оң жақ симметриялық нүктелеріндегі кернеу тең болады.  $M_x$  эпюрасынан  $M_{x1} < M_{x2} < M_{x3}$  екені көрініп тұр. (3.37 б суретін қараңыз). Мұндай арақатынастар  $O_x$  арасында сол нүктелерде болады:

$$Q_{x1}^{\max(\min)} < Q_{x2}^{\max(\min)} < Q_{x3}^{\max(\min)} \quad (3.37, \text{ в суретін қараңыз}). \text{ Тіреулерде } M_{x0} = M_{x6} = 0,$$

сондықтан  $O_{x0} = O_{x6} = 0$ . Арқалықтың ортасында иілу мезеті ең жоғары мәнге жетеді:  $M_{x3} = M_{\max}$ , тиісінше,  $Q_{x3}^{\max(\min)}$  кернеулері барлық арқалық үшін ең үлкен болады. Бұл қима қалыпты кернеулер бойынша едәуір қауіпті болып табылады

кернеуінің ең жоғары мәнін тек біліп қана қоймай сонымен қатар бейтарап біліктен у бірқатар қашықтығында кернеу мәнін білу қажет. Оны  $\sigma_X(Y)$  деп белгілейміз. Кернеулер эпюрасында үшбұрыштар тәріздестерден төмендегі белгілі болады

$O_{\max}$  пен  $O_{\min}$  кернеулерінің ең үлкен мәндерін ғана емес, сонымен қатар бейтарап осьтен у біраз кернеудің мәндерін де білу керек. Оны  $\sigma_{x(y)}$  деп белгілейік. Кернеулердің эпюріндегі (3.38, в суреті) үшбұрыштардың ұқсастығынан келесі шығады:

$$\frac{\sigma_{x(y)}}{\sigma_{\min}} = \frac{y}{h/2},$$

бұдан

$$Q_{x(y)} = Q_{\min} \frac{y}{h/2}.$$

(3.30) формуласын ескере отырып

$$Q_{x(y)} = \frac{M_{xy}}{W_x} \frac{y}{h/2}.$$

Тікбұрышты қима үшін  $W_x = bk^2/6$  болғандықтан,

$$Q_{x(y)} = \frac{M_{xy}}{(bh^2)} = \frac{M_{xy}}{bh^3/12}.$$

II қосымшада айтылғандай,  $bk^3/12$  өрнегі,  $J_x$  белгіленетін тікбұрышты қима инерциясы мезетін анықтайды. Онда  $\sigma_{x(y)}$  формуласы келесі түрді қабылдайды

$$Q_{x(y)} = \frac{M_{xy}}{J_x}. \quad (3.31)$$

Бұл формула тікбұрыштылар үшін ғана емес, кез-келген көлденең қима үшін де қолданылуы мүмкін әмбебап болып табылады.

**Жанама кернеулер.** Кез-келген қиманың арқалығындағы жанама кернеулерді Журавский формуласы бойынша табуға болады (оны қорытындысыз келтіреміз).

$$T_y = \frac{Q_x S_x}{J_x b}, \quad (3.32)$$

мұнда  $Q_x$  — қарастырылатын қимада көлденең күш;  $S_x$  — қиманың статикалық мезеті 1.8.1 бөлімде келтірілген формулалар бойынша анықталады. Прокаттың бірқатар пішіндер үшін  $I$  қосымшада көрсетілген;  $J_x$  — қиманың инерция мезеті;  $b$  — арқалық қимасының ені.

Формуланы талдау ту жанама кернеуі  $Q_x$  көлденең күшіне тәуелділігін көрсетеді, яғни ол ең үлкен мәнге қол жеткізген жер (біздің жағдайда тіреулерде) ең үлкені жанама кернеулер болады ал  $Q_x = 0$  болғанда (біздің жағдайда арқалықтың ортасында)  $T_y = 0$  (3.37, д сурет).

Ту жанама кернеулері қима биіктігі бойынша бірақ ох сияқты сызықтық заң бойынша емес өзгереді, ал заң бойынша параболалар (аталған бекітуді оның әділдігіне көз жеткізу үшін дәлелсіз қабылдаймыз, қиманың биіктігі бойынша бірнеше нүктелерде  $T_y$  табу қажет. Бұл  $T_y$   $Q_x$  көлденең күштен ғана емес өз кезегінде қиманың биіктігі бойынша нүкте жағдайына тәуелді  $S_x$  статикалық мезетіне де тәуелді болғандықтан болады. Қима биіктігі бойынша  $T_y$  жанама кернеуінің өзгеру кестесін тг эпюрасы деп атайды.

Тепе-тең бөлінген жүктеме әрекет ететін арқалықтың кернеулі күйінің едәуір толық картинасын алу үшін ох және ту эпюралары үйлесімді (3.37, е суреті). Байқағанымыздай ах қалыпты кернеуі арқалықтың ортасында ең үлкен мәнге қол жеткізіп, одан сол және оң жаққа азайып және тіреулерде нөлге тең болады. ту жанама кернеуі керісінше ең үлкен мәнге тіреулерде қол жеткізіп арқалықтың ортасында нөлге тең болады. ах арқалықтың биіктігі бойынша шеткі талшықтарда (қабаттарда) ең үлкен мәнге қол жеткізе отырып, сызықтық заң бойынша өзгереді, ал ту бейтарап қабат деңгейінде ең үлкен мәнге қол жеткізе отырып, парабола заңы бойынша өзгереді.

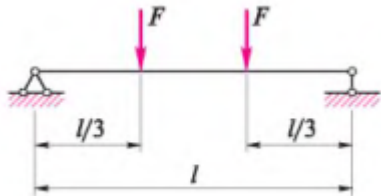
3.37, е суретте ох эпюралары 3.37, в суретпен салыстырғанда түрі өзгерген. ох оң және теріс мәні де тік сызықтардан бір жаққа салынған. Олай болмаған жағдайда ох және ту эпюраларын үйлестіру мүмкін болмас еді. Қандай кернеулер оң ал қайсысы теріс болып табылатыны түсінікті болуы үшін белгілерді үстіне тиісті белгілер қойылған. 3.37, ж суретте үлкен көрнекілік үшін ох және ту кернеуі, тіреуден ерікті қашықтықта арқалық қимасынан сол және оң аксонометрияда көрсетілген.



Қорытындысында қарастырылған формулаларда төменгі индекстердің мәнін түсіндіреміз. Қалыпты кернеулер белгісінде  $x$  —  $O_x$  индексі бар, ал қатыстылар белгісінде — индекс  $y$  —  $t_y$ . Егер 3.37, а суретте көрсетілгендей  $x$ - $O$ -у координата жүйесін қабылдасақ, онда  $o$  қалыпты кернеуі  $x$  білігін бойлай (көлденең) бағытталатын болады. Сондықтан оларға осындай индекс беріледі. Т жанама кернеулер  $y$  (тік) білікті бойлай бағытталатын болады.

$J$  инерциясы мезеті белгілерінде  $W$  кедергісінің мезеті мен  $S$  статикалық мезеті

$x$  ( $J_x, W_x, S_x$ ) немесе  $y$  төменгі индексі аталған геометриялық сипаттамалар есептелетін білікке көрсетеді.



3.39 суреті. 3.4 есебіне

Көлденең күштер ( $Q$ ) және иілім мезеттері ( $M_x$ ) белгісінде  $x$  төменгі

индексінің мәні координатаның басынан  $x$  бірқатар арақашықтықта орналасқан олар кимада әрекет етуімен негізделеді.

Қатаң айтқанда көптеген оқулықтарда жасалғандай  $x$ ,  $y$  және  $z$  біліктерімен үш өлшемді координата жүйесін қолданған дұрыс. Алайда  $x$  және  $y$  екі индексімен бірге бірқатар символдар үшін белгілі бір ыңғайсыздық тудыратын үшінші  $z$  индексін енгізуге мәжбүр боламыз. Екі көрсетілген тәсіл де болуына кұқығы бар ең бастысы белгілеуде логика бұзылған жоқ.

$Q_x$  және  $M_x$  (1.64, б, в суретте келтірілген 1.10 мысалдан эпюраларды қолдануыңызға болады). Күш салу өзгерісінің ерекшеліктерін, сонымен қатар арқалықтың ұзындығы бойынша қалыпты және жанама кернеулерді сипаттаңыз.

### 3.7.2. Арқалықтардың беріктігі мен қаттылығын есептеу

**Беріктікті есептеу.** Діңгекте кернеудің екі түрі қалыпты  $o$  мен қатысты болғандықтан онда беріктікке есеп олардың әрқайсысы бойынша жүргізіледі. Қалыпты кернеулерге беріктікті есептеу кезінде шарт қолданылады.

$$Q_{\text{иіл}}^{\max(\min)} \leq R_{\text{иіл}}, \quad (3.33)$$

мұндағы  $R_{\text{иіл}}$  — иілімге жұмыс кезінде материалдың есептік кедергісі ( $V$  қосымшаны қараңыз).

Егер материал қысу және созуға бірдей кедергі берілетіндіктен (мұндайлар әсіресе механикада басымырақ қарастырылады) онда аталған шарттардың бірін орындау ғана жеткілікті  $O_{\text{иіл}} = M_x/W_x$  (3.33) формуласы келесі түрді қабылдайды

$$\frac{M_2}{W_x} \leq R_{\text{иіл}}. \quad (3.34)$$

Кейде ол келесі түрде жазылады:

$$Q_{\text{иіл}}^{\max(\min)} = \frac{M_x}{W_x} \leq R_{\text{иіл}}. \quad (3.35)$$

Мұндай есеп  $M_x^{\max}$  ең үлкен мезеті туындайтын дінгек қимасы үшін орындайды (жазбаны жеңілдету үшін оны  $M_{\max}$  деп белгілейді). Қысу және созу кезінде беріктікке иілім кезіндегі беріктік шарты үш тип міндетін шешу мүмкіндігін береді.

*1-ші түрі. арқалықтың көтеру қабілетін анықтау.* Беріктік шартын келесі түрде қолданады;

$$M_x \leq R_{\text{иіл}} W_x, \quad (3.36)$$

*2-ші түрі. арқалықтың көтеру қабілетін тексеру.* (3.13) беріктік шартын келесі түрде қолданады;

*3-ші түрі. арқалықтың қимасын таңдау.* Беріктік шартын келесі түрде қолданады;

$$W_x \geq M_x R_{\text{иіл}}. \quad (3.37)$$

Жанама кернеулер бойынша беріктікті есептеуді келесі шарттан жүргізеді:

$$T_{\max} \leq R_{\text{жылж}} \quad (3.38)$$

Болат элементтер үшін  $R_{\text{жылж}}$  орнына  $R_{\text{кес}}$  қояды.

$T_{\max} = \frac{Q_{\max} S_x}{J_x b}$  екендігін ескеріп, (3.38) формуласы келесі түрді қабылдайды:

$$\frac{Q_{max} S_x}{J_x b} \leq R \text{ қиыл} \quad (3.39)$$

3.37 в суретінде көрсетілгендей, арқалықтардың тіреуіштері мен оның ортасы арасында бір уақытта қалыпты  $O_x$  және жанама  $T_x$  кернеулер туындайды. Олардың өзара әрекеті қауіпті кернеулі күй тудыруы мүмкін. Тікбұрышты қималы, бір түрлі материалдарын жасалған жүктеме біркелкі таралған арқалықтарда және қабырғаларының өлшемі жеткілікті беріктікті қамтамасыз ететін болат прокатынан жасалған қос таврда ондай болмайды. Кернеулердің бірлескен әрекетін ескеретін есеп шоғырланған күштердің орналасқан жерлері болат және ағаш құрастырмаларының тіреуіштеріне жақын орналасқан жағдайда қажет. Ондай есеп 3.10. бөлімінде орындалған.

**Қаттылықты есептеу.** Майысатын элементтер (арқалықтар, ригельдер, сүлелер, тақталар, жабындар мен жабындардың төсемдері) дайындалған материалына қарамастан, беріктік және орнықтылық талаптарына жауап бере алады, бірақ олардың шамадан тыс (яғни нормаларда белгіленгендерден артық) майысулар болуы мүмкін. Сол себепті олардың қолданылуы мүмкін емес. Деформациялар бойынша есептеу деп жиі аталатын қаттылықты есептеген кезде келесі шарт орындалуы тиіс:

$$F_{max} \leq F_{алдын},$$

мұндағы  $F_{max}$  – құрастырма элементінің немесе тұтастай құрастырманың ең үлкен есептік иілісі, болат пен ағаш үшін иілгіш кезең шегінде олардың жұмысын болжамдауда қолданылады, сондықтан олар үшін арқаулықтардың иілісін анықтау жөніндегі формулалар әділетті;  $F_{алдын}$  – шекті иіліс, ҚНЖЕ бойынша қабылданады.

Қабатаралық жабын арқаулықтарына арналған техникалық механика есептерін шешкенде,  $F_{алдын} - \frac{1}{200}l$ , ал шатыр тәрізді арқаулықтар үшін  $F_{алдын} - \frac{1}{150}l$  қабылдауға болады, мұндағы  $l$  – арқаулық арасының ұзындығы.

### 3.7.3. Арқалықтарды есептеудің жалпы тәртібі

Құрастырманы қаттылыққа (деформациялар бойынша) есептеу мақсаты оның майысуын азайтуда,  $F_{алдын}$  аспауы тиіс.

Қалыпты кернеулер бойынша беріктік шартынан қиманы таңдау есептерін жиі шешуге тура келеді. Оның қимасын таңдап алып, жанама кернеулер бойынша

беріктігін тексереді де, аяғында қаттылыққа (деформациялар бойынша) есептеуді орындайды.

Прокат қос таврынан жасалған арқаулықтардың қимасын таңдау есептері (3 түр) келесі тәртіпте шешіледі:

1.  $O_x$  пен  $M_x$  эпюрлерін салады (1.5 бөлігі).

2. Болат арқаулықтың қимасын таңдайды:

• арқаулық қимасының талап етілген кедергі мезетін мына формула бойынша анықтайды.

$$W_x^{\text{талаб}} \geq \frac{M_{\max}}{R_{\text{иіл}}},$$

мұндағы  $M_{\max}$  —  $M_x$  эпюрі бойынша қабылданатын абсолютті мәні бойынша ең иілгіш мезет;  $R_{\text{иіл}}$  — материалдың иіліске есептік кедергісі,  $V$  қосымшаның 1 кестесі бойынша қабылданады;

• 1 қосымшаның 2 кестесі бойынша қос таврлы болат арқаудың нөмірін таңдайды, талап етілген  $W_x^{\text{талаб}}$  кедергі мезетіне ең үлкен әрі ең жақын кедергі мезеті  $W_x$ .

3. Таңдалған қос таврлы арқаулықтың беріктігін қалыпты кернеулер бойынша тексереді. Ондай тексерісті келесі шартты ескеріп, мезеті неғұрлым иілгіш қима үшін жүргізеді:

$$\frac{M_{\max}}{W_x} \leq R_{\text{иіл}},$$

мұндағы  $W_x$  — таңдалған қиманың кедергі мезеті.

Егер шарт орындалса қалыпты кернеулер бойынша діңгектің беріктігі қамтамасыз етілген, ал егер орындалмаса қамтамасыз етілмеген деп саналады.

4.  $O_{\text{иіл}}$  қалыпты кернеулер эпюрасын құрады. Ол үшін діңгектің көлденең қимасын ірі масштабта сызып, діңгектің бейтарап білігіне перпендикуляр нөлдік сызықпен қатар өткізеді. Одан кейін қиманың шеткі нүктелері (жоғарғы және төменгі) деңгейінде осыған дейін табылған  $O_{\text{иіл}}^{\max}$  және отгп мәндеріне сәйкес келетін ұзындықтар, кесіндінің нөлдік сызығына перпендикуляр салып, осы кесінділердің ұштарын тік сызықпен қосады. Алынған кесте  $O$  эпюрасы деп аталады.  $O_{\text{иіл}}^{\max}$  және  $O_{\text{иіл}}^{\min}$  мәні нөлдік сызықтан түрлі жақтарға салады. Оларды «иіл» индекссін түсіре отырып  $O_{\text{max}}$  және  $O_{\text{min}}$  деп жиі белгілейді.

5. Жанама кернеулер бойынша таңдалған қоставрлы арқалықтың беріктігін тексереді. Арқаулықтың ұзындығы бойынша ең үлкен жанама кернеулер ең үлкен көлденең күш (абсолютті мәні бойынша) әрекет ететін қимада, ал қиманың биіктігі бойынша бейтарап қабат деңгейінде туындайды.

Осы кернеулерді анықтау үшін қоставрлы діңгекті жеңілдетеді: сөрелері мен қабырғаларды тікбұрышты деп санайды. Сөре ауданын  $bt$ -ге, ал қабырға ауданы  $d(h - 2t)$  тең деп қабылдайды.  $b$ ,  $t$ ,  $d$  және  $h$  өлшемдерінің мәні  $I$

қосымшаның 2 кестесінде келтірілген. Осылайша қоставрлы дінгектің қимасын үш тікбұрыштардан тұрады деп санайды.

Жанама кернеулер Журавскийдің формуласы бойынша анықтайды.

$$T_y = \frac{Q_x S_x}{J_x b_y},$$

мұндағы  $Q_x$  — дінгектің қарастырылатын қимадағы көлденең күш;  $S_x$  — бейтарап біліктен биіктігі бойынша қашықтықтан тәуелді қиманың статикалық мезеті;  $J_x$  — қиманың инерция мезеті 1 қосымша 2 кесте бойынша қабылданады;  $b_y$  — бейтарап біліктен биіктігі бойынша қашықтықтан тәуелді дінгек қимасының ені.

Инерцияның статикалық мезеті қос таврлы дінгек қимасының жартысы үшін Аталған деңгейде жанама кернеулер қабырғаның қалыңдығына тең бірінші жағдайда ( $b_y = d$ )  $b_y$  ал екіншісінде – еденнің енінде ( $b_y = b$ ) екі есе есептейді. Шарттарға қарау жанама кернеулер бойынша арқаулықтың беріктігін тексереді.

$$S_x = tb (h/2 - t/2) + d (h/2 - t) \left(\frac{h/2 - 1}{2}\right).$$

Қос таврлы арқаулықтың қабырғалары мен едендері қиылысы деңгейінде

$$S_x = tb \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2}\right).$$

Бірінші жағдайда  $b_y$  қабырғаның қалыңдығымен ( $b_y = d$ ), ал екінші жағдайда, сөренің ені бойынша ( $b_y = b$ ) тендей қабылдап бұл деңгейдегі жанама кернеулерді екі рет есептейді.

Арқаулықтың беріктігін келесі шартты ескеріп, жанама кернеулер бойынша тексереді:

$$T_{max} \leq R_{қима},$$

Мұндағы  $R_{қима}$  — кесінді материалының есептік кедергісі ( $V$  қосымшаның 1 кестесін қараңыз).

6. Жанама кернеулер эпюрасын құрады. Жанама кернеулер қисық сызықты арқаулықтың биіктігі бойынша өзгеріп, қабырғалар мен сөрелер қосылыстарының орнына секіріске ие. Сондықтан т эпюрасын бейтарап білік деңгейінде екі шетте қиманың бес нүктелерінде табылған мәндер бойынша сонымен қатар қабырғалар мен сөрелердің кернеуінен сәл-пәл жоғары құрады. Сонымен бірге  $S_x$  статикалық мезеті мен  $b_y$  қима ені әрбір нүктеден табады. Қиманың шеткі нүктелеріндегі жанама кернеулер нөлге тең.

7. Арқаулықтың қаттылығын тексереді. Мұндай тексеру сызбасы IV

қосымшада бар күрделі емес жүктемемен әріқарай тек діңгек үшін келтірілген. Күрделі жүктемелер кезінде есеп айтарлықтай қиындайды.

Біз болат қоставрлы арқаулықтың қимасын іріктеу тәртібін қарастырдық.

Басқа пішін қимасын (шаршы, тікбұрыш, шеңбер, сақина және т. б.) таңда кезінде оның өлшемдерін II қосымшаны қолданумен табады. Мысалы  $h/b = 2$  тікбұрышты қима  $b$  және  $h$  тараптарын анықтау үшін  $W_x = bh^2/6$  тікбұрышты қима кедергісі мезеті пішінімен II қосымшада келтірілген формуламен қолданылады.  $h = 2b$ , онда

$$W_x = b(2b)^2/6 = 4b^3/6 = 2b^3/3, \text{ бұдан } b = \sqrt[3]{3W_x/2} \text{ болғандықтан.}$$

Дәл осылай басқа пішіндердің қима өлшемдерін табуға болады.

Егер арқаулық болаттан емес қандай да бір басқа металдан болса, осы материалға сәйкес келетін есепті кедергісі қою қажет.

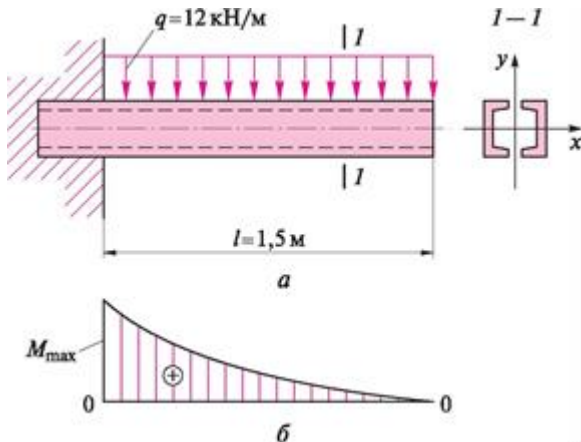
### 3.7.4. Иілуді есептеуге арналған практикалық есептер

**3.10-мысал.** Бірқалыпты таратылған жүктеме  $q = 12$  кН/м әрекет ететін консольдың қимасын таңдау керек (3.40, а сур.). Консоль С-245 болаттан жасалған екі швеллер түзілген, консоль шығымы  $l = 1,5$  м.

**Шешімі.** Есеп 3-типке жатады: мына шартты негізге ала отырып, қиманы таңдау керек

$$W_x^{\text{талап}} \geq \frac{M_{\text{max}}}{R_{\text{иілу}}},$$

мұнда  $M_{\text{max}}$  — ең жоғары иілістеуші момент.



3.40 сурет. 3.10-мысалға:

$a$  — екі швеллерден тұратын консольдің конструктивті схемасы;  $б$  — берілген жүктемеден эпюра  $M_x$

Ол өңдеуде туындайды (3.40, б сур, сондай-ақ 1.24-мысалды қараңыз) және мынаған тең

$$M_{max} = \frac{gl^2}{2} = \frac{12 \cdot 1,5^2}{2} = 13,5 \text{ кН} \cdot \text{м} = 1350 \text{ кН} \cdot \text{см}.$$

C-245 болаттың кедергісі иілуге  $R_{иілу} = 240 \text{ МПа} = 24 \text{ кН/см}^2$  ( $V$  қосымшаның 1-кестесін қараңыз).

Бұдан  $W_x^{мазан} = 1350/24 = 56,2 \text{ см}^3$ .

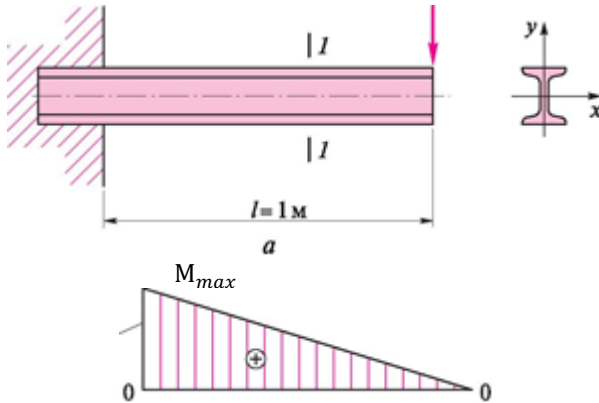
Бұл екі швеллер кедергісінің талап етілетін моменті. Бір швеллер үшін ол 2 есе аз болады, яғни  $28,1 \text{ см}^3$ .

I қосымшаның 3-кестесі бойынша швеллерді табамыз, оның кедергісінің моменті талап етілетін моменттің ең жақын моменті  $28,1 \text{ см}^3$ . Ондай мына швеллер болып табылады № 10 с  $W_x = 34,8 \text{ см}^3$ .

Екі швеллерді қабылдаймыз № 10 с  $W_x = 34,8 \cdot 2 = 69,6 \text{ см}^3 > W_x^{мазан} = 56,2 \text{ см}^3$ .

**3.5. есеп.** Еркін ұшына күш әрекет ететін консоль қимасын таңдаңыз  $F = 20 \text{ кН}$  (3.41 сур.). Консоль C-235 болаттан жасалған қоставрлы діңгекті білдіреді, консоль шығымы  $l = 1 \text{ м}$ .

**3.11-мысал.** Ұзындығы  $l = 4 \text{ м}$  діңгектің қимасын таңдаңыз, оған бірқалыпты таратылған жүктеме әрекет етеді  $q = 15 \text{ кН/м}$  (3.42, а сур.). Қиманың үш нұсқасын қарастыру керек: қоставрлы,  $h/b = 2$  жақтардың қатынасымен тікбұрышты,  $d/D = 0,8$  диаметрлердің қатынасымен сақиналы. Барлық үш нұсқа үшін материал — C-235 болат. Қималардың қайсысы анағұрлым үнемді екендігін салыстыру керек.



3.41. сур. 3.5 есепке:

*a* — қоставрлы қима консольдің конструктивті схемасы; *б* — берілген жүктемеден эпюра  $M_x$

**Шешімі.** Есеп алдыңғы екеуі сияқты 3-типке жатады: мына шартты негізге ала отырып, қиманы таңдау керек

$$W_x^{\text{талап}} \geq \frac{M_{\max}}{R_{\text{иілу}}},$$

3.42, б суретте көрсетілгендей ең жоғары иілістеуші момент дінгектің ортасында туындайды. III қосымшаның 4-т. сай

$$M_{\max} = \frac{gl^2}{8} = \frac{15 \cdot 4^2}{8} = 30 \text{ кН} \cdot \text{м} = 3000 \text{ кН} \cdot \text{см}.$$

С-235 болаттың кедергісі иілуге  $R_{\text{иілу}} = 230 \text{ МПа} = 23 \text{ кН/см}^2$  (V қосымшаның 1-кестесін қараңыз).

Бұдан  $W_x^{\text{талап}} = 3000/23 = 130,4 \text{ см}^3$ .

Үш нұсқаның әрқайсысы үшін қиманы тандаймыз.

*1 нұсқа* — қоставрлы қима. I қосымшаның 2-кестесі бойынша қоставрды, талап етілетіннен ең жақын үлкен кедергі моментін табамыз. Ондай мына қоставр болып табылады № 18 с  $W_x = 143 \text{ см}^3 > W_x^{\text{талап}} = 130,4 \text{ см}^3$ .

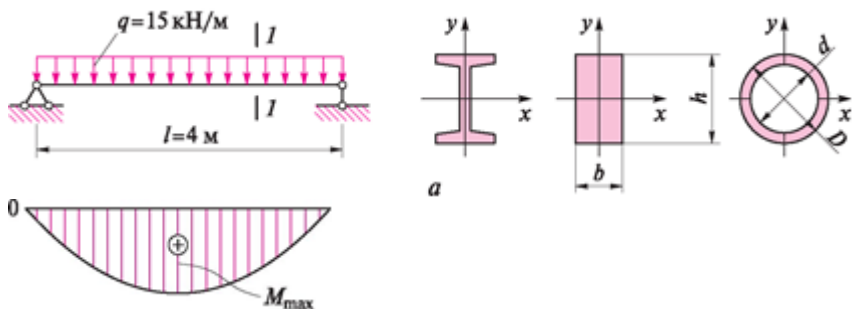
Қоставрлы қиманың ауданы  $A_{\text{қос}} = 23,4 \text{ см}^2$ .

*2 нұсқа* — тікбұрышты қима. 3.7.3 кіші бөлімде аталғандай,  $h/b = 2$

тікбұрышты қима жақтарының қатынасы кезінде қима ені  $b = \sqrt[3]{3W_x/2}$ . Бұл формуланы мәні  $W_x^{\text{талап}}$  орнына қойып, мынаны аламыз  $b =$

$$\sqrt[3]{3 \cdot 130,4/2} = \sqrt[3]{195,6} = 5,805 \text{ см}.$$





3.42. сур. 3.11 мысалға:

$a$  — дінгектің есептік схемасы;  $b$  — берілген жүктемеден эпюра  $M_x$

Мәнді бүтін санға дейін дөңгелектейміз:  $b = 6$  см. Онда  $h = 12$  см. Бір бұрышты қиманың ауданы  $A_{\text{тік}} = 6 \cdot 12 = 72 \text{ см}^2$ .

3-нұсқа — сақиналы қима. Ондай қиманың кедергісінің моментін  $W_x$  қосымшада келтірілген формула бойынша табамыз:

$$W_x = \frac{\pi D^3}{32} - \frac{\pi d^3}{32}$$

$$d = 0,8D, W_x = \frac{\pi D^3}{32} - \frac{\pi(0,8D)^3}{32} \text{ болғандықтан}$$

$W_x$  орнына  $W_x^{\text{талап}}$  ұсынамыз:

$$0,048D^3 = 130,4 \text{ см}^3,$$

бұдан

$$D = \sqrt[3]{\frac{130,4}{0,048}} = 14 \text{ см.}$$

Ішкі диаметрі  $d = 0,8 \cdot 14 = 11,2 \ll 11$  см. Сақиналы қиманың ауданы  $A_{\text{сак}} = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) = \frac{3,14}{4}(196 - 121) = 58,9 \text{ см}^2$ .

Үнемділік көзқарасынан үш қарастырылған қиманы салыстырайық. Ауданы ең төменгі болатын неғұрлым үнемді болады, өйткені онымен материалдың шығысы тікелей байланысты. Біз мынаны алдық  $A_{\text{кос}} = 23,4 \text{ см}^2$ ,  $A_{\text{тік}} = 72 \text{ см}^2$ ,  $A_{\text{сак}} = 58,9 \text{ см}^2$ . Сөйтіп, қоставрлы дінгекке бір бұрышты қиманың арқалығына қарағанда, 3,1 есе аз және сақиналы қиманың арқалығына қарағанда, 2,5 есе аз

материал талап етіледі. Тікбұрышты және сақиналы қималардың болат діңгектері тек оқыту мақсаттарында қарастырылады, тәжірибеде оларды қолдану оңтайлы емес.

**3.12. мысал.** 3.11 мысалдың шарттарын қолданып, тек қоставрлы қиманың арқалығы үшін мынаны орындау керек:

- 1) табылған қалыпты кернеулер бойынша қабылданған қиманың беріктігін тексеру;
- 2) қалыпты кернеулердің эпюрасын салу  $\sigma_x$ ;
- 3) жанама кернеулердің эпюрасын салу  $\tau_y$ ;
- 4) жанама кернеулер бойынша діңгектің беріктігін тексеру;
- 5) қабатаралық аражабын арқалығы болып табылатын діңгектің қатаңдығын тексеру.

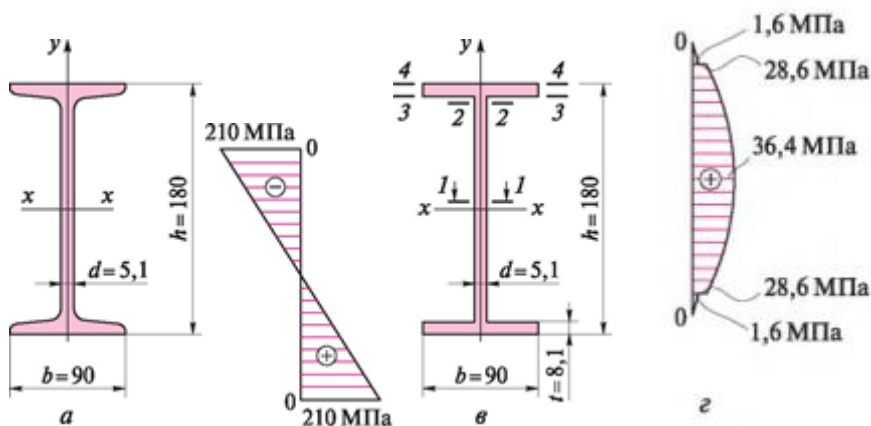
**Шешімі.** 3.11 мысалда діңгектің қимасын таңдау орындалды, оның нәтижесінде № 18 қоставрды қабылдау қажет екендігі анықталды (3.43, а сур). Ол үшін есептеуді орындаймыз.

1. Мына шартты негізге ала отырып, қалыпты кернеу бойынша діңгектің беріктігін тексереміз (2-типтің есебі)

$$\frac{M_{max}}{W_x} \leq R_{иілу}.$$

3.11 мысалды шешу кезінде берілген шартқа барлық кіретін шаманың сандық мәні табылды:  $M_{max} = 30 \text{ кН} \cdot \text{м} = 3\,000 \text{ кН} \cdot \text{см}$ ;  $W_x = 143 \text{ см}^3$ ;  $R_{иілу} = 230 \text{ МПа} = 23 \text{ кН/см}^2$ . Оларды мына шартқа қоямыз:

$$\frac{3000 \text{ кН} \cdot \text{см}}{143 \text{ см}^3} \leq 23 \text{ кН/см}^2, \text{ немесе } 21 \text{ кН/см}^2 \leq 23 \text{ кН/см}^2.$$



3.43 сур. 3.12 мысалға:

а — дiңгектiң нақты қимасы; б — қалыпты кернеулер эпюрасы; в — дiңгектiң оңайлатылған қимасы; г — жанама кернеулердiң эпюрасы

Қалыпты кернеулер бойынша дiңгектiң берiктiгi қамтамасыз етiлген, өйткенi  $\sigma_x = 21 \text{ кН/см}^2 = 210 \text{ МПа}$  дiңгектегi нақты кернеу  $R_{\text{нiлу}} = 230 \text{ МПа}$  есептiк кедергiден аз. Берiктiк қоры мынаған тең

$$\frac{230 - 210}{230} 100\% = 8,7\%.$$

Көрiп отырғандай, берiктiк қоры 5 % астам құрайды. Кейде онымен келiсуге тура келедi, өйткенi илемденген бейiндердiң сұрыптамасы шектелген және берiктiк қорының шамасына қатысты ұсынымды орындауға әрқашан мүмкiн болмайды.

1. Қалыпты кернеулер эпюрасын саламыз. 3.7.1 кiшi бөлiмнен  $a_x$  қалыпты кернеулер жоғарғы талшықтарда  $\sigma_{\text{min}}$  ең жоғары қысу мәндерiне және төменгi талшықтарда  $\sigma_{\text{max}}$  ең жоғары созу мәндерiне жетiп, сызықты заң бойынша өзгертiндiгi мәлiм.  $\sigma_x = 210 \text{ МПа}$  мәнге сәйкес келетiн кесiктердi қиманың жоғарғы және төменгi нүктелерi деңгейiнде нөлдiк сызықтан әр түрлi жаққа саламыз, кесiктердiң ұштарын тiк сызықпен қосамыз және  $\sigma_x$  эпюраны аламыз (3.43, б сур.). Берiлген эпюра дiңгек ортасындағы қима үшiн салынғандығын атап кеткен жөн ( $x = 1/2$ ). Егер басқа қима үшiн  $\sigma_x$  эпюраны салса, (мысалы,  $x = 1/4$  кезiнде), онда эпюраның сипаты

сақталады, ал кернеулер мәндері аз болады, өйткені бұл қимада  $\sigma_x$  тікелей байланысты ( $\sigma_x = \sigma_{ищу} = M_x/W_x$ ) иілістеуші момент аз.

2. Жанама кернеулер эпюрасын саламыз. Нақты қима үшін  $\tau_y$  анықтау қиын (3.43, а суретті қараңыз), сондықтан оны оңайлатылған қимамен ауыстырады (3.43, в сур.). Эпюраны салу үшін оңайлатылған қиманың бірнеше нүктелерінде  $\tau_y$  мәнін табу қажет. 1 — 1, 2—2, 3 — 3 және 4—4 қималармен айқындалатын ондай төрт нүкте жеткілікті (3.43, в сур. қараңыз).  $\sigma_x$  салу үшін қиманың екі соңғы нүктесі жеткілікті болды. 3.7.1 кіші бөлімде бұрын айтылғандай, бұл  $\sigma_x$  қиманың мөлшері биіктік бойынша өзгеретіндігіне немесе өзгермейтіндігіне байланысты емес екендігіне, ал  $\tau_y$  байланысты екендігіне байланысты.

Жанама кернеулерді Журавский формуласы бойынша табамыз:

$$\tau_y = \frac{Q_x S_x}{J_x b_x}.$$

Бұл формулада  $Q_x$  және  $J_x$  мәндерінің қимасын қарау үшін тұрақты, ал  $S_x$  және  $b_y$  мәндері бейтарап қсытқ биіктігі бойынша арақашықтыққа байланысты. Діңгек ортасында  $Q_x = 0$  (3.37, г сур. қараңыз) ескертеміз, бұл жанама кернеу де нөлге тең екендігін білдіреді. Сондықтан қиманы діңгектің ортасында қарастырмау керек, бұл кернеулер ең жоғары жерде қарастыру керек. Ең үлкен жанама кернеулер тіреуде туындайды, онда көлденең күш ең жоғарғы —  $Q_{\max}$ . Тіреудегі қима үшін және  $\tau_y$  анықтаймыз.

III қосымшаның 4-т. сай

$$Q_{\max} \frac{ql}{2} = \frac{15 \cdot 4}{2} = 30 \text{ кН}.$$

№ 18 қоставрлы діңгек қимасының инерция моменті  $J_x = 1290 \text{ см}^2$  тең (I қосымшаның 2-кестесін қараңыз).  $b_y$  берілген нүктедегі қима және  $S_x$  статистикалық момент енінің мәні көрсетілген екі қиманың әрбірі үшін табуға тура келеді.

Қима 1—1:  $b_y = d = 0,51 \text{ см}$ ;

$$\begin{aligned} S_{1-1} &= A_1 y_1 + A_2 y_2 = tb(h/2 - t/2) + d(h/2 - t) \left( \frac{h/2 - t}{2} \right) = \\ &= 0,81 \cdot 9 \left( \frac{18}{2} - \frac{0,81}{2} \right) + 0,51 \left( \frac{18}{2} - 0,81 \right) \left( \frac{9 - 0,81}{2} \right) = 79,8 \text{ см}^3; \end{aligned}$$

$$\pi_{1-1} = \frac{30 \cdot 79,8}{1290 \cdot 0,51} = 3,64 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 3,64 \text{ МПа.}$$

Қима 2—2:  $b_y = 0,51 \text{ см}$ ;  $S_{2-2} = A_2 y_2 = tb(k/2 - t/2) = 0,81 \cdot 9(18/2 - 18/2) = 62,7 \text{ см}^3$ ;

$$\pi_{2-2} = \frac{30 \cdot 62,7}{1290 \cdot 0,51} = 2,86 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 2,86 \text{ МПа}$$

Қима 3—3:  $b_y = 9 \text{ см}$ ;  $S_{3-3} = S_{2-2} = 62,7 \text{ см}^3$ ;

$$\pi_{3-3} = \frac{30 \cdot 62,7}{1290 \cdot 9} = 0,16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 0,16 \text{ МПа}$$

Қима 4—4:  $S_x = 0$ ,  $\tau_{4-4} = 0$ .

Жанама кернеулердің табылған мәндері бойынша төрт нүктеде (қимада) коствар қимасының жартысы үшін  $\tau_y$  эпюраны саламыз. Қиманың басқа жартысы үшін эпюра симметриялық болады (3.43, 2 сур.).

4. Жанама кернеулер бойынша қиманың беріктігін тексереміз.  $\tau_y$  эпюрадан анағұрлым мән бейтарап қабаттың деңгейінде туындайтындығы көрінеді:  $\tau_{I-I} = \tau_{\max} = 36,4 \text{ МПа}$ . Жанама кернеулер бойынша беріктік шарты мына түрі бар

$$\tau_{\max} \leq R_{\text{кесік}}$$

Болат үшін С-235  $R_{\text{кесік}} = 130 \text{ МПа}$  ( $V$  қосымшаның 1-кестесін қараңыз).

Бұдан  $\tau_{\max} = 36,4 \text{ МПа} < R_{\text{кесік}} = 130 \text{ МПа}$ .

Жанама кернеулер бойынша қиманың беріктігі үлкен қормен қамтамасыз етілген.

5. Діңгекті қаттылыққа (деформациялар бойынша) мына шартты негізге ала отырып, тексереміз  $f_{\max} \leq f_{\text{шекте}}$

$V$  қосымшаның 2-т. сай ең жоғарғы ілім

$$f_{\max} = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EJ_x}$$

Біздің мысалда  $q = 15 \text{ кН/м} = 0,15 \text{ кН/см}$ ;  $l = 4 \text{ м} = 400 \text{ см}$ ;  $E = 2 \cdot 10^4 \text{ кН/см}^2$ ;  $J_x = 1290 \text{ см}^4$ .

Демек,

$$f_{\max} = \frac{5 \cdot 0,15 \cdot 400^4}{384 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 1290} = 1,94 \text{ см.}$$

Қабатаралық аражабынның арқалығы үшін ілімнің шекті мәні

$$f_{\text{шекте}} = \frac{1}{200} l = \frac{1}{200} 400 = 2 \text{ см.}$$

Сөйтіп,  $f_{\max} = 1,94 \text{ см} < f_{\text{шекте}} = 2 \text{ см}^*$

Діңгектің ең жоғарғы ілімі шектіде (рауалыдан) аз, яғни діңгектің қатаңдығы қамтамасыз етілген.

ҚНжҚ-да қаттылыққа (деформациялар бойынша) есептеуді есептіктен төмен нормативтік жүктемелер бойынша жүргізетіндігін атап кеткен жөн. Егер біз нормативтік жүктемелердің мәндерін қойсақ, нақты ілім төмен болатын еді.

Бірақ біз үшін бұл мысалда нәтиженің өзі емес, есептеу әдістемесін көрсету маңызды. Қаттылыққа есептеу егжей-тегжейлі [8]-де баяндалды.  $\sigma$  және  $\tau$  эпюраларды салумен дінгекті анағұрлым толық есептеу [7, с. 144-148] келтірілді.

## 1. Қарапайым дінгектердің оңтайлы пішіндері туралы ұғым

Кез келген құрылымдар, соның ішінде дінгектер де, егер олар өзге тең жағдайлар кезінде (яғни бірдей жүктеме, материалдар, аралықтар және т.б. кезінде) ұқсас құрылымдармен салыстыру бойынша материалдардың шығысы тұрғысынан анағұрлым үнемді болып табылса, оңтайлы болып табылады. Үнемділіктің анағұрлым жалпыланған көрсеткіші дінгектің (құрылымның) өз салмағы болып табылады: бір материалда оның салмағы қаншалықты аз болса, соншалықты үнемді немесе оңтайлы. Дінгектің (құрылымның) салмағы оны мөлшерімен тікелей байланысты: дінгектің (құрылымның) және оның қимасының мөлшері қаншалықты аз болса, егер, әрине, қажетті беріктікті қамтамасыз ету шарты сақталса, ол ақырғы шотта соншалықты үнемді болады.

«Оңтайлылық» пен «үнемділік» ұғымдары арасында белгілі үйлестік бар, бірақ олар бір мәселенің екі жағын көрсетеді: бірінші — техникалық (есептік) жағы, ал екіншісі — экономикалық (құндық) жағы. Дінгектің оңтайлылығы мен үнемділігін екі жолмен қамтамасыз етуге болады:

1. дінгектің көлденең қимасының оңтайлы пішініне жетумен;

2. дінгектің өзінің оңтайлы пішініне жетумен.

**Дінгектің көлденең қимасының оңтайлы пішіні.** Көлденең қиманың оңтайлылығы туралы қорытындыны дінгектің көтергіш қабілетін қамтамасыз ету шартын негізге ала отырып, жасауға болады

$$M_x \leq R_{\text{иілу}} W_x.$$

Одан әр түрлі қималар үшін бірдей материал кезінде, яғни бірдей  $L_{\text{изг}}$  кезінде, көтергіш қабілеті  $W_x$  кедергі моментіне тікелей байланысты деген қорытынды шығады:  $W_x$  қаншалықты үлкен болса, көтергіш қабілеті, яғни дінгек беріктігі соншалықты үлкен. Кедергі моменті, өз кезегінде, қиманың өлшеміне ғана байланысты, мысалы тікбұрышты қима үшін ол  $bh^2/6$  тең. Сөйтіп, тікбұрышты қиманың екі дінгегінен беріктік үлкен өлшемді дінгекте артық болады ( $b$  және  $h^2$  мәндеріне пропорционалды). Бірақ өлшемдердің ұлғаюы  $A$  көлденең қима ауданының ұлғаюына алып келеді, дінгекке материал шығысының артуына алып келеді. Бұдан бірдей кедергі моменті ( $W_{x1} = W_{x2}$ ) бар екі көлденең қимадан ауданы аз көлденең қима үнемді болатыны қорытынды шығады (мысалы, бірінші  $A_1 < A_2$  кезінде). Және керісінше, бірдей ауданы ( $A_1 = A_2$ ) бар екі көлденең қимадан анағұрлым оңтайлы (үнемді) кедергі моменті артық

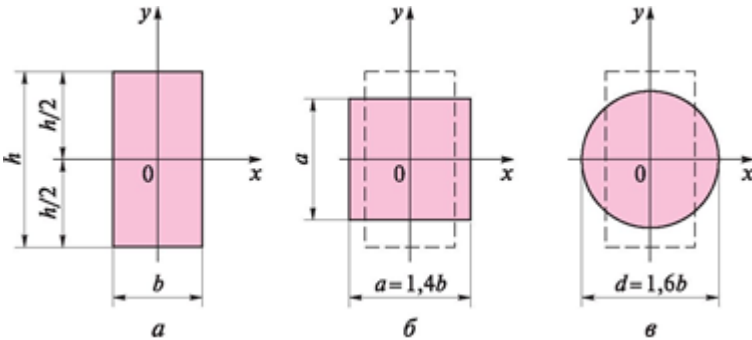
көлденең қима болады (мысалы, бірінші  $W_{x1} > W_{x2}$  кезінде).

**3.13 мысал.** Үш қиманың қайсысы анағұрлым үнемді болатындығын анықтау керек:  $h/b = 2$  жақтардың қатынасымен тір бұрышты (3.44, а сур.),  $a = 1,4b$  жақпен квадратты (3.44, б сур.) немесе  $d = 1,6b$  диаметрімен дөңгелек (3.44, в сур.). Барлық қималар өлшемдері  $b$  тікбұрыш жағының ұзындығы арқылы білдіріледі. Оңтайлылықтың өзіне қатынас бойынша қималардың әрбірінің үнемділігін (оңтайлылығын) пайызбен бағалау керек. (Ұқсас есеп 3.11 мысалда шешілді, бірақ тәсілдеме басқаша болды.)

**Шешімі.** IV қосымшасын пайдаланып, әрбір қима үшін  $A$  және  $W_x$  анықтаймыз.

*Тікбұрышты қима:*  $h/b = 2$  кезінде қима ауданы  $A_1 = hb = 2b^2$ ;

кедергі моменті  $W_{x1} \frac{bh^2}{6} = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{4}{6}b^3 = 0,67b^3$ .



3.44 сур. 3.13 мысалға:

$a$  — дінгектің тікбұрышты қимасы;  $b$  — квадратты қима, шамамен тік аудан бойынша тең шамалас;  $c$  — дөңгелек қима, шамамен тікбұрыш ауданы бойынша тең шамалас

*Квадратты қима:*  $a = 1,4b$  кезінде қима ауданы  $A_2 = a^2 = (1,4b)^2 = 1,96 b^2 \approx 2b^2$ , яғни шамамен тікбұрышты қиманың ауданына тең;

кедергі моменті  $W_{x2} \frac{a^3}{6} = \frac{(1,4b)^3}{6} = \frac{2,744b^3}{6} = 0,46b^3 < W_{x1} = 0,67b^3$ .

*Дөңгелек қима:*  $d = 1,6b$  кезінде қима ауданы

$$A_3 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14(1,6b)^2}{4} = \frac{3,14(1,6b)^2}{4} = 2,01b^2 \approx A_1 = 2b^2;$$

кедергі моменті  $W_{x3} = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{3,14(1,6b)^3}{32} = 0,40b^3 < W_{x2} = 0,46b^3$ ;

Есептеу нәтижелерін 3.1 кестесіне түсіреміз. Көріп отырғандай, барлық үш

қиманың аудандары шамамен бірдей (маңызды емес ерекшеліктерді елемегуге болады).

Көрсеткіш	Қима үшін көрсеткіш мәні		
	тікбұрышты	квадратты	дөңгелек
Қима ауданы $A$	$2b^2$	$1,96b^2$	$2,01b^2$
Кедергі моменті $W_x$	$0,67b^3$	$0,46b^3$	$0,40b^3$
Үнемділігі, %	167,5	115	100

Анағұрлым үнемді (оңтайлы) дөңгелекке қарағанда 67,5 %-ға үнемдірек тікбұрышты қима болып табылады. Квадратты қима дөңгелекке қарағанда 15 %-ға үнемдірек.

**Діңгектің оңтайлы пішіні.** Материалды үнемдеуге қиманың пішіні есебінен ғана емес, діңгектің өзінің пішіні (кескіні) есебінен де жетуге болады. Осыған дейін біз қимасының өлшемі діңгектің ұзындығы бойынша өзгермеген діңгектермен кездестік. Ондай, мысалы жанынан тікбұрышты сияқты көрінетін призматикалық діңгек (білеу) болып табылады (3.45, а сур.). Ұзындық бойынша айнымалы қиманың діңгегін, мысалы белгілі жағдайлар кезінде тең берік призматикалық болатын үшбұрыштыны (3.45, б сур.) дайындауға болады, ол туралы бұдан әрі айтылатын болады. Әлбетте, мұндай діңгек штрихталған ауданның шамасына үнемдірек болады. Діңгектің көлденең қимасы, бұрын аталғандай,  $W_x$  кедергі моментіне байланысты, ал діңгектің өзінің пішіні — оның ұзындығы бойынша иілісті моменттің өзгертілетіндігіне байланысты. Беріктік шартының иілу кезінде мынадай түрі бар екендігін ескертеміз.

$$\frac{M_x}{W_x} \leq R_{\text{иілу}}.$$

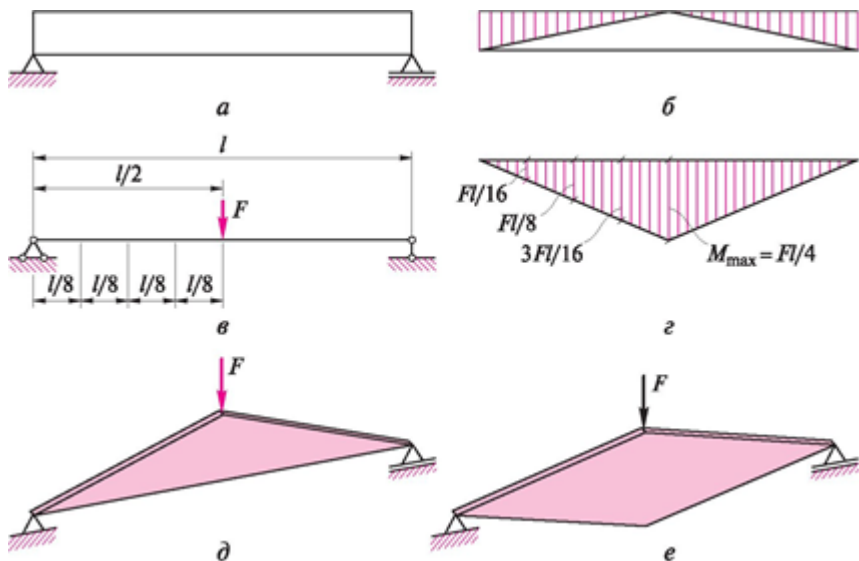
Егер діңгекті оның әрбір қимасында  $M_x / W_x = R_{\text{иілу}}, = \text{const}$  қатынас болатындай етіп жасаса, онда оны барлық ұзындығы бойынша материалдың беріктік қасиеттері толығымен пайдаланылатын болады, яғни берілген діңгектің пішіні оңтайлы болады. Бұған, егер діңгектің кескіні  $M_x$  эпюраның кескінін қайталайтын болатын болса, қол жеткізуге болады. Айтылғанды жай мысалмен түсіндіреміз. Шоғырланған күштің ортасында жүктелген діңгекті қарастырамыз (3.45, в сур.). Мұндай діңгек үшін  $M_x$  иілістеуші моменттердің эпюрасы 3.45, г суретте көрсетілді. Ең үлкен иілістеуші момент  $M_{\text{max}} = Fl / 4$  ортасында әрекет етеді.  $b$  және  $h$  өлшемдерімен тікбұрышты көлденең қиманың діңгегі үшін кедергі моменті  $W_x = bh^2 / 6$ . Егер өлшемдер беріктік шартын негізге ала отырып таңдалса, онда діңгектің ортасында (эпюрадан  $l/2$  арақашықтықта) мына шарт орындалады

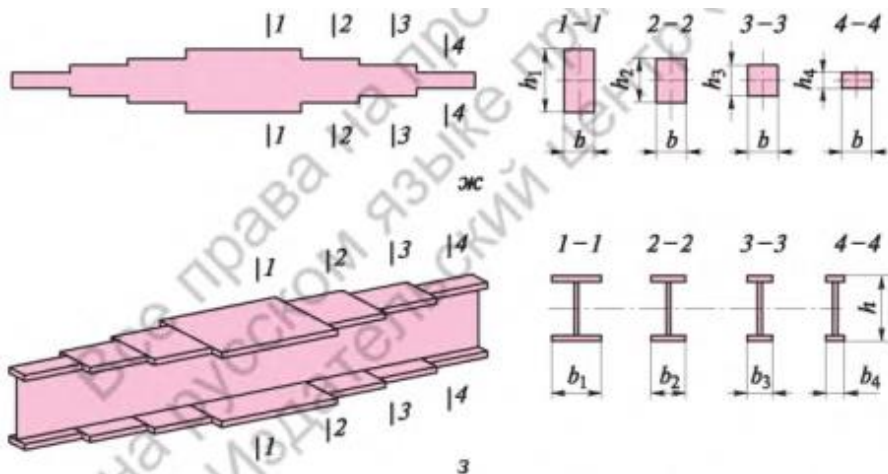


$$\sigma_{max} = \sigma_{l/2} = \frac{M_{max}}{W_x} \leq R_{иілу},$$

яғни дінгектің ортасында беріктік қасиеттері беріктік шығынына қауіп-қатерсіз толығымен қолданылады. Енді тіреуден  $l/4$  арақашықтықта дінгектің қимасын қарастырамыз. Иілістеуші момент бұл қимада 2 есе аз, ол мына эпюрадан жақсы көрінеді:

$$M_x = M_{l/4} = \frac{Fl}{8}.$$





3.45 суреті. Дінгектерді оңтайлы кескіндеу туралы мәселеге суреттер:  $a$  — призмалық дінгек;  $b$  — үшбұрышты дінгек;  $в, z$  — дінгекті  $F$  күшімен және  $M_x$  эпюрін осы күштің әсерінен жүктеу нұсқасы;  $d, e$  — оңтайлы пішінді дінгектердің мысалдары;  $жс$  — көлбеу қимасы ауыспалы өлшемді төртбұрышты пішінді дінгек;  $з$  — қос таврлы көлбеу қимасы ауыспалы өлшемді дінгек

Дінгектің  $b$  және  $h$  өзгермейтін өлшемдерімен қимасы болғандықтан, онда бұл қимадағы кедергі моменті дінгектің ортасындағыдай сияқты ( $W_x = bh^2/6$ ), ал бұл қиманың шеткі талшықтарындағы кернеулер дінгектің ортасындағы ең үлкен кернеулерден 2 есе аз.

Бұл олардың иілуге материалдың есептік кедергісінің жартысына тең екендігін білдіреді:

$$\sigma_{l/4} = \frac{1}{2} R_{иілу}$$

Сөйтіп, мұнда материал оның беріктік көрсеткіштерінің болуына мүмкіндік беретін мәннен жартылай жүктелген.

Егер қиманы тіреуден  $l/8$  және  $(3/8)l$  арақашықтықта алса, онда оларда материалдың беріктік қасиеттері тиісінше 25 және 75 %-ға қолданылады. Демек, егер дінгектің қималары  $l/8, l/4$  және  $(3/8)l$  арақашықтықта ортасындағыға қарағанда, тиісінше 4, 2 және 1,33 есе аз болса, онда бұл қималарда кернеулер  $R_{иілу}$  тең болатын еді және дінгектің пішіні оның барлық ұзындығы бойынша беріктіктің артық қорларынсыз оңтайлы болатын еді. Басқа сөзбен айтқанда, егер арқалықты үшбұрыш (3.45, д сур.) немесе ромб (3.45, е сур.) пішінді дінгекті дайындаса, онда ең үлкен үнемдеуге жетуге болады.

Теориялық тұрғыдан қарағанда, жағдай осындай. Ал тәжірибеде айнымалы

киманың дінгектерін дайындау соншалықты еңбекті қажет етеді, ол дайындауға шығындар қималардың азаюы есебінен алынған үнемдеуден асып кетеді. Дегенмен ғалымдар мен инженерлер мазмұндалған идеядан бас тартпайды және технологиялық шығындарды азайтуға тырысады.

Осыны жасауға мүмкіндік беретін тәсілдердің бірі олардың шегінде қима тұрақты болып қалатын бірнеше учаскелерден тұратын дінгекті дайындау болып табылады. Учаскелер шегінде қима қарғымалы түрде өзгереді, мысалы, биіктіктің ұлғаюы есебінен өзгереді (3.45, ж сур.). Учаскелер санын материалды үнемдеу мен дайындауға шығындар арасында ымыраны іздеп, нұсқаларды салыстыру негізінде белгілейді. Егер дінгектің қоставрлы қимасы болса, дінгектің биіктігін емес, учаскелер шегіне сөрелердің енін өзгертуге болады (3.45, з сур.).

Егер қималарда дінгекке тек иілістеуші моменттер ғана әрекет етсе, яғни көлденең қиманың өлшеміне де әсер ететін көлденең күштер болмаса, жоғарыда айтылғанның барлығы дұрыс.

Егер иілу кезінде көлденең күштер болмаса, ол *таза иілу* деп аталады. Мұндай жағдайдың 3.54, б суретте көрсетілген дінгектің *DE* учаскесінде орны бар. Көлденең күштердің болуы қиманың өлшемдерінің ұлғайтуды талап етеді, ол үнемді азайтады, ал кейбір жағдайларда, мысалы жұқа қабырғалы қималар үшін оны толығымен нөлге келтіре алады.

**3.6 есеп.** Таратылған жүктеме (1.72 сур. қараңыз) немесе екі шоғырланған күш (1.64 сур. қараңыз) бірқалыпты әрекет ететін жай дінгек пішінінің, сондай-ақ еркін ұшына шоғырланған күш әсер ететін (1.83 сур. қараңыз) консоль пішінінің оңтайлылығына ұқсас зерттеу жүргізіңіз.

Оңтайлы қиманы дінгектерге ғана емес, және басқа да құрылымдар, мысалы фермалар үшін таңдауға болады. Егер [7, 174—177 бет] келтірілген фермалардың схемасын талдаса, онда фермалар үшін оңтайлы кескін мәселесі дінгектерге қарағанда, анағұрлым маңызды екендігіне көз жеткіземіз. Алайда оның шешімі одан да үлкен қиындықтармен түйіндеседі және біздің оқулығымыздан тыс шығады.

## БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ

1. Иіліс кезінде дінгектің кернеулі-деформацияланған күйін сипаттаңыз.
2. Дінгектің ұзындығы бойынша және қиманың биіктігі бойынша қалыпты және жанама кернеулер қалай өзгереді?
3. Қалыпты кернеу бойынша иілу кезінде дінгектің беріктігі шартын жазыңыз.
4. Жанама кернеу бойынша иілу кезінде дінгектің беріктігі шартын жазыңыз.
5. Иілімді қоставрлы дінгектердің иілуін есептеудің негізділігі қандай?
6. Қаттылыққа дінгектерге есептеуді қалай жүргізеді?
7. Құрылымдар туралы, мысалы дінгектер туралы айтқан кезде «оңтайлы кескінге» ұғымға қандай мағына береді?

8. Дінгектер қимасының оңтайлы пішінін қандай тәсілдермен қамтамасыз етуге болады?

Дінгектің оңтайлы пішіні нені білдіреді?

### 3.8. ҚИҒАШ ИІЛІС

3.7 кіші бөлімде тікелей көлденең иіліс туралы айтылды, оның негізгі белгісі сыртқы күштер қима симметриясы осьтерінің бірі жазықтықта жатқандығы (бұл жағдайда – тік) және бейтарап осьтің перпендикулярлы орналасқандығы болып табылады. Иілістің анағұрлым күрделі жағдайын – қиғаш иілісті қарастырамыз, оның кезінде күш әрекетінің жазықтығы симметрия осьтерінің біреуіне де сәйкес келмейді.

#### 1. Дінгектің қиғаш иіліс жағдайындағы кернеулі-деформацияланған күйі

Дінгекті кернеулі-деформацияланған күйге алып келетін қиғаш иілістің сыртқы күштер, деформациялар, ішкі күш-жігерлер мен кернеулер тұрғысынан мына сипатты ерекшеліктері бар.

Дінгекке бір уақытта және тік және көлденең сыртқы күштер немесе екеуіне орналасуы мүмкін бір көлбеу сыртқы күш әрекет етеді (3.46, а сур.). Бұрыш астында әрекет ететін  $F$  күшті  $x$  және  $y$  инерциясының орталық осьтерінің бағыттары бойынша  $F_x$  және  $F_y$  екі құраушыға орналастырамыз (3.46, б, в сур.):

$$F_x = F \sin \alpha; \quad F_y = F \cos \alpha.$$

$F$  күшті екі құраушымен ауыстырып, біз қиғаш иіліс жағдайын білеудің екі негізгі жазықтықтарында  $F_x$  және  $F_y$  бірге әрекет ететін күшпен туындайтын екі тікелей иіліске келтірдік.

Қиғаш иіліс кезінде деформациялар дінгектің күштің әрқайсысының (немесе құраушының әрқайсысының) әрекетінен олардың әрекеттері жазықтығында иілетіндігін білдіреді, яғни ол бір уақытта тік және көлденең жазықтықтарда иіледі. Иілген ось бұл ретте көрсетілген жазықтықтардың ешқайсысында жаппайды.  $x$  және  $y$  осьтеріне қатысты әр түрлі геометриялық сипаттамалары бар тікбұрышты қималармен, қоставрлармен, швеллерлермен жағдай осындай. Шексіз көптеген орталық осьтері бар дөңгелек, сақина, көпжақ пішініндегі қималар кезінде дінгек жазықтықта иіледі, ол күш әрекетінің желісімен сәйкес келеді.

Тікбұрышты қиманың дінгегі екі жазықтықта иілетіндіктен,  $M$  және  $Q$  ішкі күш-жігерлер жазықтықтың әрбірінде туындайды: біреуі —  $M_x$  және  $Q_x$ , екіншісі —  $M_y$  және  $Q_y$ . Мысалы,  $ABCD$  қимасындағы иілістеуші моменттер

$$M_x = F_y l = Fl \cos \alpha; \quad M_y = F_x l = Fl \sin \alpha.$$

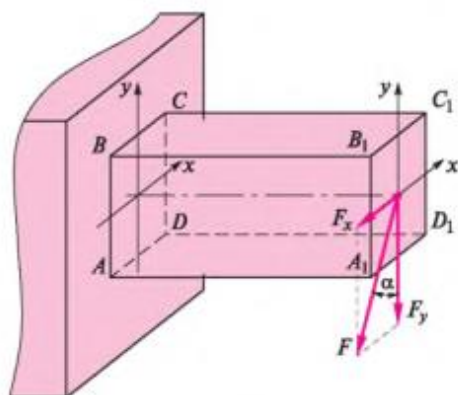
Қалыпты және жанама кернеулер қиғаш иіліс кезінде ішкі күш-жігерлер бойынша табылуы мүмкін. Мысалы, қалыпты кернеулер мына формулалар бойынша айқындалады:

$$\sigma_{M_x} = \frac{M_x}{W_x}; \quad \sigma_{M_y} = \frac{M_y}{W_y}.$$

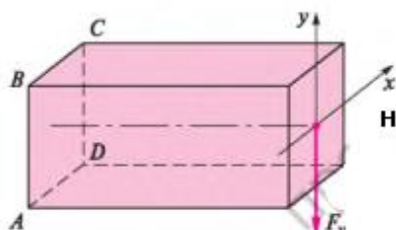
А және С шеткі нүктелердегі толық кернеу

$$\sigma = \sigma_{M_x} + \sigma_{M_y} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y}. \quad (3.40)$$

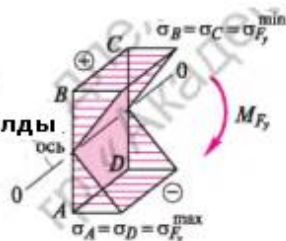
3.46 суреті. Тікбұрышты қималы консольдің қиғаш иіліс туралы мәселеге суреттер:  
 а — қиғаш иілістің жалпы жағдайы; б —  $F_y$  күшінен тік жазықтықтағы тік көлбеу иіліс және кернеулердің тиісті эпюрі; в —  $F_x$  күшінен көлденең иіліс және кернеулердің тиісті эпюрі; г — қиғаш иіліс кезіндегі кернеулердің аксонометриядағы жиынтық эпюрі; д — күш әсерінің желісі мен иіліс бағытының өзара қалпы.



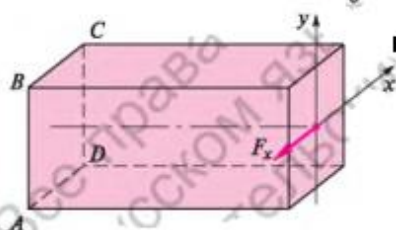
а



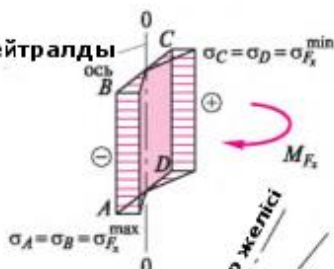
Нейтралды



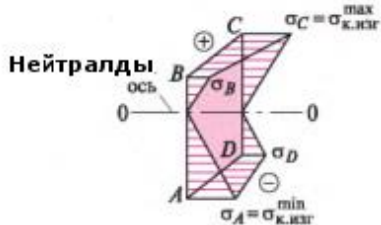
б



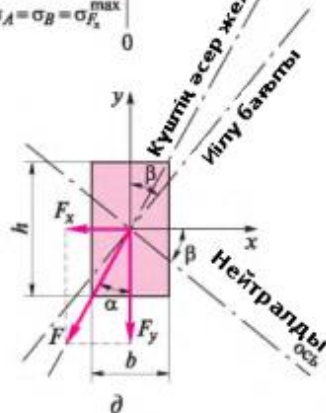
Нейтралды



в



г



д

Сол формула бойынша  $B$  және  $D$  нүктелерінде кернеуді табуға болады. Олар  $A$  және  $C$  нүктелерінде қарағанда, аз болады.

Бұл ретте мына белгілерді ескеру керек: «плюс» созылған аймаққа сәйкес келеді, «минус» сығылған аймаққа сәйкес келеді (3.46, г сур.).

$\beta$  бұрышпен тік салынған  $F$  күші әрекетінің сызығы мен  $\beta$  бұрышын тік құрайтын иілімнің бағыты (3.46, д сур.) сәйкес келмейтіндігін атап кеткен қызықты. Осыны дәлелдейміз.

Бейтарап осьтен ерікті арақашықтыққа тік және көлденең жазықтықтардағы қалыпты кернеулер

$$\sigma_{M_x} = \frac{M_x y}{J_x}; \quad \sigma_{M_y} = \frac{M_y x}{J_y}.$$

$x$  және  $y$  координаттарымен ерікті нүктеде толық кернеу

$$\sigma = \frac{M_x y}{J_x} + \frac{M_y x}{J_y}.$$

Өйткені  $M_x = M \cos \alpha$  және  $M_y = M \sin \alpha$ ,

$$\sigma = M \left( \frac{y \cos \alpha}{J_x} + \frac{x \sin \alpha}{J_y} \right).$$

Бейтарап осінде кернеудің нөлге тең болғандықтан, белгілер есебімен онымен теңдеулердің мына түрі

$$y \frac{\cos \alpha}{J_x} - x \frac{\sin \alpha}{J_y} = 0,$$

немесе

$$\frac{y}{x} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \frac{J_x}{J_y}.$$

3.46 сурет бойынша көрсетілгендей,  $\operatorname{tg} \beta = \frac{y}{x}$ , бұдан

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \alpha \frac{J_x}{J_y}, \text{ яғни } \beta \neq \alpha.$$

## 1. Дінгектердің қиғаш иіліс жағдайындағы беріктігін есептеу

Тікелей иіліспен аналогия бойынша қалыпты кернеулер бойынша қиғаш иіліс кезінде беріктікке есептеуді мына шартты негізге ала отырып жүргізеді

$$\sigma_{\text{к.іліу}}^{(min)} \leq R_{\text{іліу}},$$

немесе

$$\sigma_{\text{к.іліу}}^{(min)} = \frac{M_x}{W_y} + \frac{M_y}{W_x} \leq R_{\text{іліу}}, \quad (3.41)$$

мұнда  $\sigma_{к.іілу}^{max}$  — ең үлкен созылатын кернеу (С нүктеде —3.46, г сур. қараңыз);  $\sigma_{к.іілу}^{min}$  — ең үлкен сығатын кернеу (А нүктеде);  $R_{иілу}$  — қиғаш иіліске материалдың есептік кедергісін тікелей иілісте сияқты қабылдайды (V қосымшаны қараңыз).

Қиғаш иіліске ұшыраған діңгектердің қималарын таңдауға 3-типті есепті шешу кезінде формуладан (3.41) талап етілетін кедергі моментін айқындайды. Өйткені бұл формулаға  $W_x$  және  $W_y$  екі белгісіз шама кіреді, бастапқы  $W_x / W_y$  қатынаспен беріледі, сосын алынған қиманы тексереді. Осыған байланысты шешу ынғайлығы үшін формуланы (3.41) мына түрге келтіреді

$$\sigma_{к.іілу}^{(min)} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{1}{W_x} \left( M_x \frac{W_x}{W_y} M_y \right) = \frac{1}{W_x} (M_x + kM_y), \quad (3.42)$$

мұнда  $k$  — коставрлы қималар үшін 8,5... 10 және швеллерлер үшін 6... 8 теңге бірінші жақындау тәртібімен қабылданатын коэффициент.

Тікбұрышты қималар үшін бұл коэффициент  $b$  қиманың еніне  $h$  қиманың биіктігінің қатынасына тең:

$$k = \frac{W_x}{W_y} = \frac{bh^2/6}{hb^2/6} = \frac{h}{b}.$$

Бұдан

$$W_x^{талап} = \frac{M_x + kM_y}{R_{иілу}}.$$

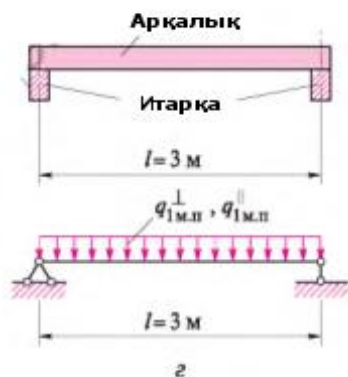
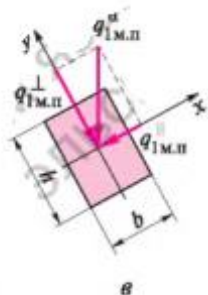
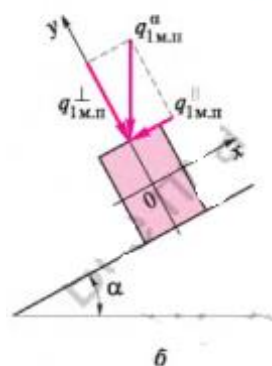
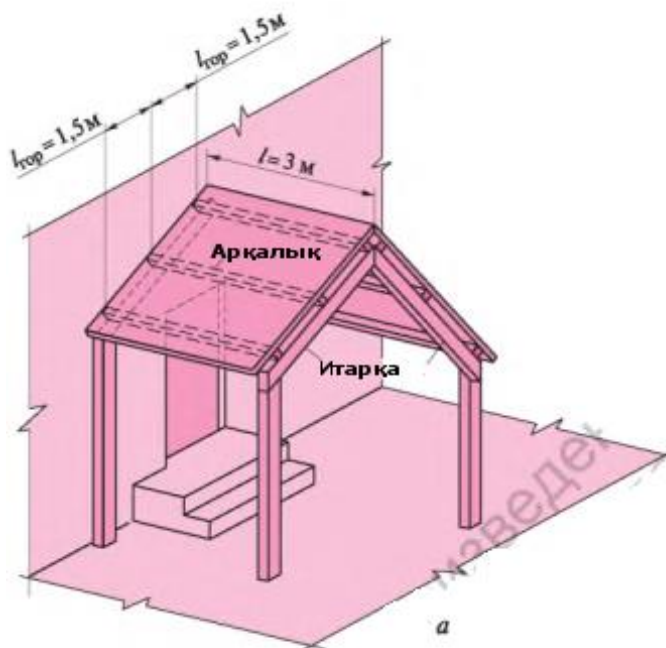
Осыған ұқсас әрбір жазықтықта иілімдердің сомасы сияқты толық иілімді табуға болады.

## 2. Қиғаш иілімді есептеуге арналған практикалық есептер

Қиғаш иілісті сынайтын құрылымдарға металл немесе ағаш итаркалық құрылымдардағы өткізімдер мен торламалар жатады.

**3.14 мысал.** Сыртқы кіреберіс есігі үстіндегі күнқағардың (3.47, а сур.) ағаш өткізімнің беріктігін тексеру (қимасы 100 x 220 мм), егер өткізімнің материалы — бірінші сұрыпты қарағай, күнқағардың ұзындығы  $l = 3$  м, жабын еңісінің бұрышы  $\alpha = 30^\circ$ , көлденең проекциядағы өткізім қадамы  $l_{көлд} = 1,5$  м, өткізімнің салмағы есебімен жабынның өз салмағынан үлес жүктемесі  $g_{IM}^2 = 1$  кН/м<sup>2</sup>, қардың салмағынан үлес салмағы  $s_{IM}^2 = 2$  кН/м<sup>2</sup>.





3.47 суреті. 3.14 есебіне:

а — кіреберіс үстіндегі қалқаншаның аксонометриядағы көрінісі;  
 б — көлбеу жүктеменің көлденең жазықтық бойымен және оған перпендикулярлы әсер ететін құрамдастарға ыдырауы; в — көлбеу жүктемені қиманың ауырлық ортасына ауыстыру; г — қалқанша арқалығының құрастырмалық және есептік сұлбалары

**Шешімі.** Күнқағардың көлденең проекциясының  $1 \text{ м}^2$ -ге толық жүктеме

$$q_{1м^2}^{көлд} = g_{1м^2} + S_{1м^2} = 1 + 2 = 3 \text{ кН/м}^2.$$

Көлденең проекцияның өткізім ұзындығының бірлігіне (бір қума метр) жүктеме (3.47, б сур.):

$$q_{1м.п.}^{көлд} = q_{1м^2}^{көлд} l_{көлд} = 3 \cdot 1,5 = 4,5 \text{ кН/м.}$$

Кейін есептеудің ыңғайлығы үшін  $q_{1м.п.}^{көлд}$  жүктемені  $q_{1м.п.}^{\alpha}$  белгілейміз және оны екі құраушыға саламыз (3.47, б сур.):

1. еңіс жазықтық перпендикулярлыны

$$q_{1м.п.}^1 = q_{1м.п.}^{\alpha} \cos a = 4,5 \cos 30^\circ = 4,5 \cdot 0,866 = 3,9 \text{ кН/м;}$$

2. еңіс жазықтық параллельдіні

$$q_{1м.п.}^{11} = q_{1м.п.}^{\alpha} \sin a = 4,5 \sin 30^\circ = 4,5 \cdot 0,5 = 2,25 \text{ кН/м.}$$

$q_{1м.п.}^{\alpha}$  жүктеме өткізім қимасының жоғарғы жағына салынды және иілуден басқа оның бұралуын тудырады. Егер бұралуды елемесе (тәжірибелерде көрсеткендей, бұл мүмкін),  $q_{1м.п.}^{\alpha}$  жүктемені қиманың ауырлық орталығына ауыстыруға болады (3.47, в сур.). Сөйтіп, бізде  $q_{1м.п.}^{\alpha}$  жүктемеден қиғаш иілістің жағдайы бар.

$q_{1м.п.}^1$  және  $q_{1м.п.}^{11}$  жүктемелері екі тіреуде қарапайым діңгек болып табылатын өткізімдегі иілістеуші моменттерді тудырады (3.47, з сур.):

$$M_x = \frac{q_{1м.п.}^1 l^2}{8} = \frac{3,9 \cdot 3^2}{8} = 4,39 \text{ кН} \cdot \text{м} = 439 \text{ кН} \cdot \text{см;}$$

$$M_y = \frac{q_{1м.п.}^{11} l^2}{8} = \frac{2,25 \cdot 3^2}{8} = 2,53 \text{ кН} \cdot \text{м} = 253 \text{ кН} \cdot \text{см.}$$

Қиғаш иіліс кезінде беріктік шартының мына түрі бар

$$\sigma_{к.иілу}^{(min)} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq R_{иілу}.$$

x және y қатысты қиманың кедергі моменттері:

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{10 \cdot 22^2}{6} = 807 \text{ см}^3;$$

$$W_y = \frac{hb^2}{6} = \frac{22 \cdot 10^2}{6} = 367 \text{ см}^3.$$

Иіліске бірінші сұрыптын қарағайдың кедергісі  $R_{\text{иілу}} = 14 \text{ МПа} = 1,4 \text{ кН/см}^2$  ( $V$  қосымшаның 2-кестесін келтіреміз).

Беріктік шартына сандық мәндерді қоямыз:

$$\frac{439 \text{ кН} \cdot \text{см}}{807 \text{ см}^3} + \frac{253 \text{ кН} \cdot \text{см}}{367 \text{ см}^3} \leq 1,4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2},$$

$$\text{немесе } 1,23 \text{ кН/см}^2 \leq 1,4 \text{ кН/см}^2.$$

Шарт орындалады, яғни өткізімнің беріктігі қамтамасыз етілді.

**3.7 есеп.** 3.14 мысалдың шарттары бойынша оның жақтарының қатынасын қабылдап, ағаш өткізімнің қимасын таңдаңыз  $h/b = 1,5$ .

### БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ

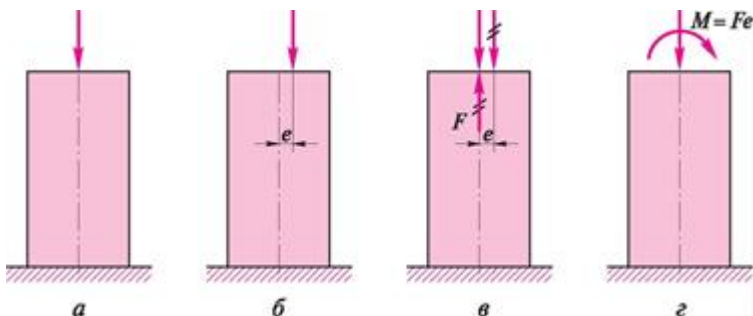
1. Қиғаш иіліс кезінде діңгектің кернеулі-деформацияланған күйін сипаттаңыз.
2. Тікелей иіліс кезінде есептеудің ұқсас шартымен қиғаш иіліс кезінде беріктікке діңгектерді есептеудің шартын салыстырыңыз. Иілістің сол және басқа түрлері кезінде діңгектің қимасын таңдаулар немен ерекшеленеді?
3. Діңгектің қиғаш иілісі қалай болады?

### 3.9. ОРТАДАН ТЫС ҚЫСУ

Ортадан тыс кезінде орталық қысуға (3.48, а сур.) қарағанда, сығатын күштің (немесе тең әрекет ететін бірнеше күштің) әрекет ету сызығы қиманың ауырлық орталығымен сәйкес келмейді, яғни одан бірнеше арақашықтықта өтеді. Бұл арақашықтықты эксцентриситет деп атайды және  $e$  белгілейді (3.48, б сур.). Білеуді орталықтан тыс қысуды қысу ретінде сипаттауға болады, оның кезінде күштің әрекет ету сызығы білеудің осімен сәйкес келмейді (әдетте, оған параллельді). Сондықтан ондай қысуды кейде осьтен тыс деп атайды. Сығатын күш симметрияның екі осіне немесе олардың біреуіне ғана қатысты ығысуы мүмкін. Көбінесе бір оське қатысты күшті ығыстыру болады. Бұл ретте мына жағдайларды бөлген дұрыс:

4. жоғары қаттылық білеуін ортадан тыс қысу;
5. иілгіш өзекті (немесе білеулерді) ортадан тыс қысу.

Ортадан тыс созуды ортадан тыс қысудың жеке жағдайы ретінде қарастыруға болады.



3.48 суреті. Ортадан тыс қысу мәселесіне суреттер:

а — ортадан қысу; б — ортадан тыс қысу; в — ортадан тыс қысуды ортадан қысу мен қосарлы күш әсерінің үйлесімділігі ретінде келтіру; г — ортадан тыс қысуды ортадан қысу мен қосарлы күш әсерінің үйлесімділігі ретінде келтіру ортадан тыс қысуды ортадан қысу мен момент әсерінің үйлесімділігі ретінде келтіру

### 1. 3.9.1. Қаттылығы жоғары дәрежелі ортадан тыс қысылған діңгектің кернеулі-деформацияланған күйі

Деформациялар, ішкі күш-жігерлер мен кернеулер тұрғысынан ортадан тыс қысуды сипаттамаймыз.

Ондай қысу кезіндегі деформациялар бір уақытта қысқарту мен біреудің иілуімен жүргізіледі. Олар көлденең қиманың өлшемі ұзындығымен (биіктігімен) бір тәртіппен орналасқан тым қатты білеудің өлшемімен салыстырғанда аса маңызды емес. Пікірлердің қарапайымдылығы үшін білеудің тікбұрышты көлденең қимасы бар екендігін қабылдаймыз. Егер қиманың аз жағына оның биіктігінің қатынасы 8-10 артық емес құраса, ондай білеу қатты деп есептеле алады.

Білеудің кез келген қимасында мына ішкі күш-жігерлер туындайды: бойлық күші  $N = F$  (3.48 суретте көрсетілмеген), иілістеуші момент  $M = Ne$ , немесе  $M = Fe$  (3.48 в, г сур.). Сөйтіп, ортадан тыс қысу білеудің бүкіл ұзындығы бойынша бірдей таза иіліспен орталық қысудың комбинациясын білдіреді. Күш (немесе күштер), білеудің перпендикулярлы осі болған кезде осьтік қысу мен көлденең иілістің анағұрлым күрделі комбинациясы туындайды, оны біз

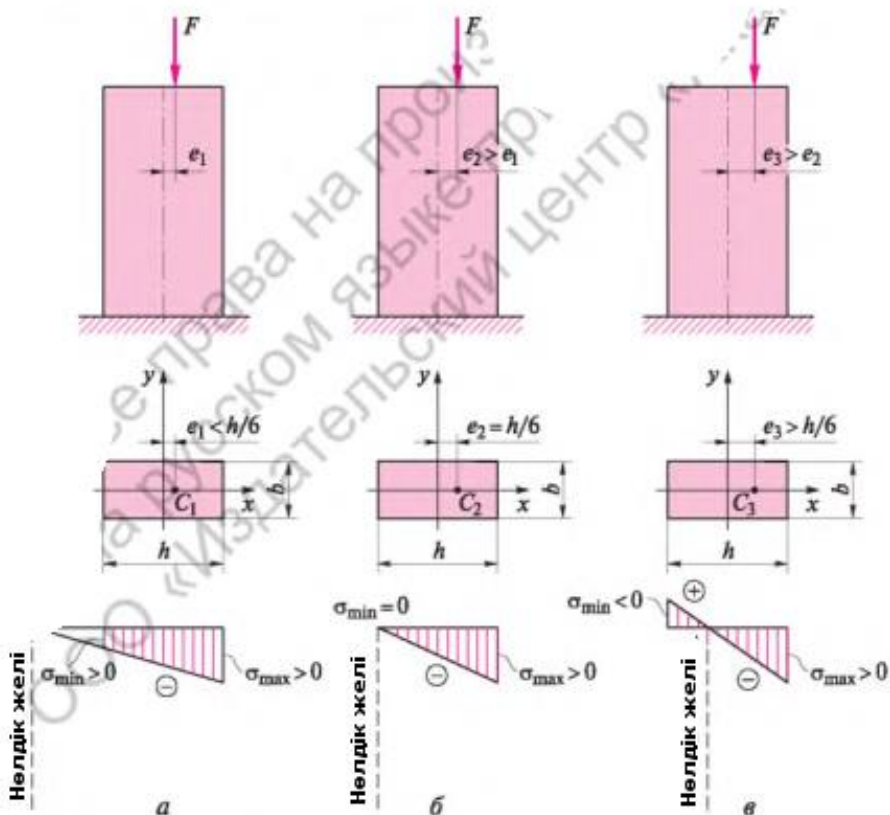
қарастырмаймыз.

Ортадан тыс қысу кезінде қалыпты кернеулер туындайды, олар  $\sigma_N$  орталық қысудан қалыпты кернеудің және  $\sigma_M$  тікелей иілістен қалыпты кернеудің алгебралық сомасы болып табылады, яғни

$$\sigma_{\text{орта.тыс.қысу}}^{\max(\min)} = \sigma_N \pm \sigma_M. \quad (3.43)$$

$N$  бойлық күштен қысудың кернеуі қима бойынша бірқалыпты таратылатыны, ал  $M$  иілістеуші моменттен кернеулер сызықтық заң бойынша өзгертіндігі, сондай-ақ шеткі талшықтарда қиманың бір жағынан  $\sigma_M^{\text{қысу}}$  қысу кернеуі, ал екінші жағынан  $\sigma_M^{\text{cozy}}$  созу кернеуі туындайтындығы мәлім. Оларды және басқаларын жиынтықтау кезінде мына үш жағдай туындауы мүмкін:

- күш  $C_l$ ,  $\sigma_N > \sigma_M^{\text{cozy}}$  нүктеде салынды, бұл ретте қимада бірқалыпты таратылатын қысушы кернеулер ғана туындайды (3.49, а сур.);



3.49 суреті. Ортадан тыс қысу жағдайлары:

*a* –  $\sigma_{\min} > 0, \sigma_{\max} > 0$ ; *б* –  $\sigma_{\min} = 0, \sigma_{\max} > 0$ ; *в* –  $\sigma_{\min} < 0, \sigma_{\max} > 0$

2. күш  $C_2$ ,  $\sigma_N = \sigma_M^{\text{cozy}}$  нүктеде салынды, бұл ретте кернеу қимасының бір жағында сомасы нөлге тең (3.49, б сур.);

3. күш  $C_3$ ,  $\sigma_N < \sigma_M^{\text{cozy}}$  нүктеде салынды, бұл ретте қиманың бір жағында созу кернеуі, ал екіншісінде қысу кернеуі туындайды (3.49, в сур.).

### 3.9.2. Қаттылығы жоғары дәрежелі ортадан тыс қысылған дінгектің беріктігін есептеу

Жоғары қаттылық білеуінің беріктігіне есептеуді мына шартты негізге ала отырып жүргізеді

$$\sigma_{\text{орта.тыс.қысу}}^{\max(\min)} \leq R_{\text{қысу}}. \quad (3.44)$$

Қиманың шеткі нүктелеріндегі кернеуді  $\sigma_{\text{орта.тыс.қысу}}^{\max(\min)}$  мына формула (3.43)

бойынша айқындайды. 3.2 және 3.7 кіші бөлімнен мынадай болады  $\sigma_N = -\frac{N}{A}$ ,

$$\text{ал } \sigma_{M_y} = \pm \frac{M_y}{W_y},$$

яғни (3.43) формуланы (3.44) формула есебімен келесі түрде жазуға болады:

$$\sigma_{\text{орта.тыс.қысу}}^{\max(\min)} = -\frac{N}{A} \pm \frac{M_y}{W_y} \leq R_{\text{қысу}}. \quad (3.45)$$

Илістеуші момент  $= Ne$ , тікбұрышты қиманың ауданы  $A = bh$ , ал оның кедергі моменті  $W_y = bh^2/6$  болғандықтан, (3.45) формула мынадай түрді қабылдайды

$$\sigma_{\text{орта.тыс.қысу}}^{\max(\min)} = -\frac{N}{bh} \pm \frac{Ne}{\frac{bh^2}{6}} = -\frac{N}{bh} \left(1 \pm \frac{6e}{h}\right) \leq R_{\text{қысу}}. \quad (3.46)$$

Бұл формуланы қолдана отырып, 3.49 суретте келтірілген әрбір жағдайда  $F$  немесе  $N$  күшінің жағдайын нақтырақ бағалауға болады. Олардың біріншісінде (3.49, *a* сур. қараңыз)  $e < h/6$ , екіншісінде (3.49, *б* сур. қараңыз)  $e = h/6$ , үшіншісінде (3.49, *в* сур. қараңыз)  $e > h/6$ . Сөйтіп, егер  $F$  күш шекарасы ауырлық орталығынан  $h/6$  артық емес арақашықтықта болатын аймақта салынса, онда барлық қимада созу кернеуі туындамайды. Берілген аймақ *қима ядросы* болып аталады.

Аналогтық зерттеулерді басқа қималар үшін жүргізуге болады (дөңгелек, сақина және т.б. пішінінде). Мысалы, дөңгелек қима үшін  $d$  диаметрі

$$\sigma_{\text{орта.тыс.қысу}}^{\max(\min)} = -\frac{N}{A} \pm \frac{M}{W} = -\frac{N}{\frac{\pi d^2}{4}} \pm \frac{Ne}{\frac{\pi d^3}{32}} = -\frac{4N}{\pi d^2} \left(1 \pm \frac{8e}{d}\right). \quad (3.47)$$

Дөңгелек қиманың ядросы  $\frac{1}{8}d$  радиустың шеңбері болып табылады.

### 3.9.3. Иілгіштігі жоғары дәрежелі ортадан тыс қысылған дінгектің есебін шығару ұғымы

Жоғары иілетін білеуді өзек деп атайды. Ондай білеудің ортадан тыс қысуы

бойлық және тікелей иілістің комбинациясын білдіреді. Бұл 3.9.2 кіші бөлімде қарастырылғанмен салыстырғанда анағұрлым күрделі жағдай, өйткені мұнда иілістен деформацияларды елемеуге болмайды, бұдан басқа, қысу мен иілудің иілімдері мен күш-жігерлері арасында тікелей пропорционалды тәуелділік жоқ. Иілімнің әрбір өсімі өзектің кернеулі күйін күрт өзгертеді, өйткені  $N$  және  $M$  күш-жігерлері бір уақытта тілістеуші әсерді ұлғайтады. Жоғары иілетін ортадан тыс сығылған өзекті есептеу [8] келтірілді. Біздің оқулықта біз оны қарастырмаймыз.

3.2 кіші бөлімде тіпті шамалы қысатын жүктемелер кезінде іс жүзінде барлық қысылатын элементтерде бойлық иілістің құбылысы қадағаланады. Сондықтан барлық ортадан тыс қысылған бағандар мен колонналарды есептеуді  $\phi$  бойлық иілімнің коэффициентін қолдана отырып, жүргізу қажет. Әрі қарай келтірілген мысалда бұл жасалмайды, өйткені ол тек оқыту сипатында жасалды.

Ортадан тыс созу ортадан тыс қысудың жеке жағдайы болып табылады, өйткені барлық бұрын айтылғандар әділ және ол үшін. Бұл құрылыс практикасында аз таратылған жағдай. Ол ортадан тыс қысудан қарапайымдырақ, өйткені оның кезінде бойлық иіліс туындамайды. Басқа ерекшелігі  $\sigma_{\text{орта.тыс.қысу}} = N/A$  қысу кернеулерінің орнына  $\sigma_{\text{орта.тыс.созу}} = N/A$  созу кернеулері әрекет етеді, яғни есептік формулада «минус» белгісі «плюс» белгісіне өзгереді.

### 3.9.4. Иілгіштігі жоғары дәрежелі ортадан тыс қысылған діңгекті есептеуге арналған есептер

**3.15 мысал.** Егер  $N_{\text{сыртқы}} = 300$  кН жоғары жатқан құрылымнан жүктеме колоннаның үлкен жағын бойлай  $e = 8$  см эксцентриситетпен салынса, колонна биіктігі  $H_k = 2,5$  м, көлденең қиманың мөлшері 51 x 64 см (2,5 кірпішке 2 кірпіш), колонна маркасы 125 балшық жуан денелі кірпіштен салынған, маркасы 50 ерітінді, қалау тығыздығы  $\rho_{\text{қалау}} = 16$  кН/м<sup>3</sup> болса,  $I - I$  төменгі кимада кірпіш колоннасының беріктігін тексеру (3.50 сур.).  $\phi = 1$  есептеп, бойлық иілісті ескеру керек.

**Шешімі.** Шартта колоннаның жоғарғы жиегіне жүктеме берілді. Төменгі жиекке жүктеме колоннаның өз салмағының шамасынан артық болады:

$$N_{\text{сыртқы}}^{1-1} = N_{\text{сыртқы}} + N_{\text{өз.салм}}$$

Колоннаның өз салмағын кірпіш қалауының көлемін оның тығыздығына көбейтіп, табуға болады:

$$N_{\text{өз.салм.}} = v_{\text{қалау}} \rho_{\text{қалау}} = b_k h_k H_k \rho_{\text{қалау}} = 0,51 \cdot 0,64 \cdot 2,5 \cdot 16 = 13 \text{ кН.}$$

Онда

$$N_{\text{сыртқы}}^{1-1} = 300 + 13 = 313 \text{ кН.}$$





$$\sigma_{\text{орта.тыс.қысу}}^{\text{max}} = -959 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} + \frac{720\text{кН}}{\text{м}^2} = -239 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} = -0,239 \text{ МПа.}$$

Кернеулердің мәндері алдындағы «минус» белгісі олардың қысушы екендігін білдіреді. Бізді тек олардың абсолютті мәні қызықтырады.

Қысылған қалыпты кернеулердің ең үлкен шамасы 1,679 МПа қалаудың есептік кедергісінен аз  $R_{\text{қысу}} = 1,7$  Мпа болса, қалаудың беріктігі қамтамасыз етілді.

**3.8 есеп.** Егер іргетастың табаны жақпен квадратты  $B_{\text{п}} = 1,2$  м, табанның биіктігі  $H_{\text{п}} = 0,5$  м, іргетас денесі қимасының табандары жақпен квадратты  $b_{\text{п}} = 0,7$  м, көпшікпен іргетас биіктігі  $H_{\text{п}} = 1,5$  м, іргетас материалының тығыздығы  $\rho_{\text{ф}} = 2,2$  кН/м<sup>3</sup>, іргетастың табаны астында топырақтың есептік кедергісі  $R_{\text{сп}} = 0,3$  Мпа болса, 3.15 мысалда қарастырылған колонна іргетасының табаны астындағы кернеуді табыңыз. Табанның өлшемі жеткілікті ме тексеріңіз.

## БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ

1. Ортадан тыс қысу кезінде білеудің кернеулі-деформацияланған күйі сипаттаңыз.
2. Ортадан тыс қысу кезінде элемент беріктігінің шартын жазыңыз.
3. Элементтің орталық және ортадан тыс қысу үшін есептік формуланы салыстырыңыз.
4. Жоғары иілу мен жоғары қаттылық білеулерін есептеулердегі ерекшеліктерді көрсетіңіз.

## 3.10. КҮРДЕЛІ КЕРНЕУЛІ КҮЙ ЖӘНЕ БЕРІКТІК ТЕОРИЯЛАРЫ

Созу (3.2 кіші бөлімді қараңыз) немесе қысу (3.3 кіші бөлімді қараңыз) кезінде білеудің немесе оның элементінің кернеулі күйі кернеулердің бір (жалғыз) түрінің – көлденең қима бойынша бірқалыпты таратылған  $\sigma_{\text{созу}}$  немесе  $\sigma_{\text{қысу}}$  қалыпты кернеулерінің туындауымен сипатталады. Ондай кернеулі күй *бір осьтік* немесе *сызықтық* деп аталады, оны қарапайым деп есептейді. Созуға өзектер жұмыс істейтіндігі, қысуға колонналар, тіреуіштер мен басқа құрылымдар қатары жұмыс істейтіндігі бәріне мәлім.

### 1. Қарапайым және күрделі кернеулі күйлер туралы ұғым

Құрылыс практикасында құрылымға немесе оның бөлігіне екі өзара перпендикулярлы бағыт бойынша созатын немесе қысатын күш-жігерлер әрекет ететін жағдайлар мүмкін, демек, онда сондай-ақ екі өзара перпендикулярлы бағытта кернеулер туындайды. Мысалы, контур бойынша қатты жиектеру кезінде сұйықтық үшін резервуар жоспарында

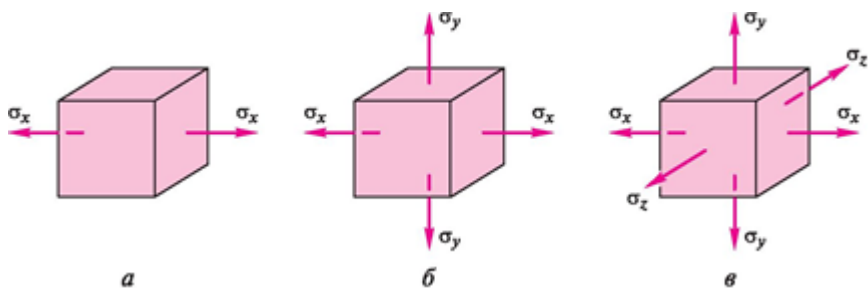
тікбұрыштының түбі екі бағыттағы созатын кернеуді сынайды. Берілген кернеудің бағыты үйлесетін координаттардың тиісті осімен, төменгі индекспен  $\sigma$  әрпімен оларды белгілеу жалпыға мәлім, яғни  $\sigma_x$  немесе  $\sigma_z$ . Екі жақтық қысуды жоғары жатқан құрылымдардан қысудың тік жүктемесін және іргелес қабырғалар мен жабындар арқылы берілетін желден көлденең жүктемені қабылдайтын панель үйінің құрастырма көтергіш қабырғаларды (арақабырғалар) арқылы сынайды. Бұл жағдайда кернеулер артықшылықты қысушы болып табылады. Оларды созушы ретінде де белгілейді. Екі бағытта созу немесе қысу кезінде туындайтын кернеулі күйді *екі осьтік* немесе *жазық* деп атайды.

Үш бағытта қысу немесе созу кернеуін сынайтын ғимараттар мен құрылымдар қатары бар. Мысалы, көпір тіреуінің су асты бөлігі жоғары жағынан аралық құрылыспен жүктелген, ал оның қапталында судың гидростатикалық қысымының күші әрекет етеді.

Әрине, бірінші жүктеме тұтас тәртіппен екіншісінен ерекшеленеді, бірақ екіншісі де өз әсерін тигізеді. Үш бағытта созу немесе қысу кезінде туындайтын кернеулі күйді *үш осьтік* немесе *көлемді* деп аталады. Кернеулі күйді зерттеу кезінде барлық құрылымды емес, 3.51 суретте көрсетілгендей, элементарлы текше элементті қарастыру керек. Жазық және көлемді кернеулі күйді *күрделі*, ал сызықтықты *қарапайым* деп атайды.

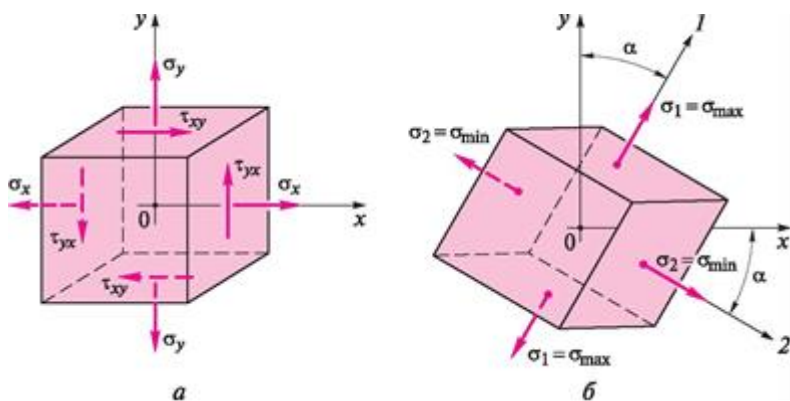
Біз кернеулер әрекетінің жеке жағдайларын қарастырдық, өйткені олардың әрқайсысында тек қалыпты кернеулер болды. Жалпы жағдайда элементтердің қырларында немесе беттерінде жанама кернеулер әрекет етуі мүмкін. Әр түрлі жиектер бойынша әрекет ететін кернеулерді ажырату үшін қалыпты кернеулер, бұрын айтылғандай, олар параллельді бағытталған ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ ) осьті көрсететін бір әріптен тұратын төменгі индекспен  $\sigma$  әрпімен белгіленеді, ал жанама кернеулер екі әріптік төменгі индекспен ( $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{zy}$ ,  $\tau_{yx}$ ,  $\tau_{zx}$ ,  $\tau_{yz}$ ,  $\tau_{zy}$ )  $\tau$  әрпімен белгіленеді. Бірінші әріп қалыпты кернеулер үшін сияқты осы кернеудің бағыты сәйкес келетін осьті көрсетеді, ал екінші әріп оған параллельді аталмыш кернеу әрекет ететін алаңға қалыпты бағытталған осьті көрсетеді. Жазық кернеулі күй үшін қалыпты және жанама кернеулерді белгілеу 3.52, *a* суретте көрсетілді.

Серпімділік теориясында шаршы ішінде немесе жазықтықта кез келген нүктеде кернеулер әрекетінің жалпы жағдайы кезінде әрқашан үш өзара перпендикулярлы алаңды жүргізуге болады, оларда қалыпты кернеулер ғана болады, ал жанама кернеулер болмайды. Бұл алаңдарды еркін жүктелген қырларға қатысты кейбір бұрышқа айналдырылған шексіз шағын шаршының қыры ретінде қарастыруға болады.



3.51 сур. Кернеулі күйдің түрлері:

*a* — сызықтық; *б* — жазық; *в* — көлемді



3.52 сур. Жазық кернеулі күйдің жалпы жағдайында элементарлы алаңдар қырларындағы кернеулер (*a*) және бұл күй үшін негізгі кернеулер (*б*)  
 Осындай алаңдар негізгі алаңдар, ал бұл алаңдардағы қалыпты кернеулер негізгі кернеулер деп аталады. Негізгі кернеулерден ең үлкенді (алгебралық шама бойынша)  $\sigma_1$ , ең азды  $\sigma_3$ , аралықты  $\sigma_2$ , яғни  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  белгілеу жалпымен қабылданған. Серпімділік теориясында  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  негізгі кернеулер бір жағынан және қалыпты ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ ) мен жанама ( $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yx}$ ,  $\tau_{yz}$  және т.б.) екінші жағынан арасындағы тәуелділікпен алынды. Бұл тәуелділіктердің қорытындысы біздің оқулығымыздан тыс болады.  
 Жазық кернеулі күй үшін екі негізгі кернеу ғана бар:  $\sigma_1$  және  $\sigma_2$  (3.52, б сур.), сонымен қатар әрқашан  $\sigma_1 \geq \sigma_2$ .

## 2. Беріктік теорияларын түзудің алғышарттары

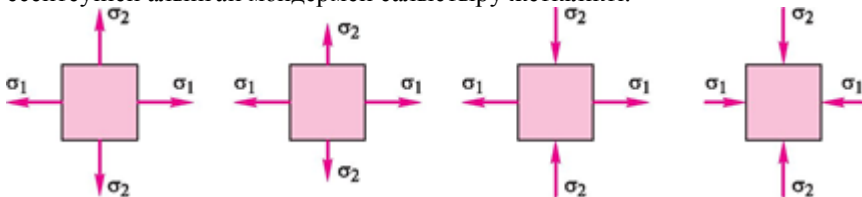
3.2 және 3.3 кіші бөлімде беріктікке есептеулер қарастырылды, оларда түрдің шарты пайдаланылады  $\sigma \leq R$ . 3.10 кіші бөлімде мазмұндалған есебімен бұл шартты мына түрде жазуға болады:

3. созылған элементтер үшін  $\sigma_1 \leq R_{\text{созу}}$ ;

4. бойлық иілісті сынамайтын қысылған элементтер

үшін,  $\sigma_1 \leq R_{\text{қысу}}$ .

Сызықтық кернеулі күйде болатын материалдың беріктігін бағалау үшін созуға немесе қысуға ондай материалға (немесе үлгіге) зертханалық сынақ жүргізу және кернеудің алынған мәндерін құрылымның статикалық есептеуінен алынған мәндермен салыстыру жеткілікті.



3.53 сур. Жазық кернеулі күйдің жағдайлары:

$a$  —  $\sigma_1 = \sigma_2$ ,  $\sigma_1 > 0$ ,  $\sigma_2 > 0$ ;  $b$  —  $\sigma_1 > \sigma_2$ ,  $\sigma_1 > 0$ ,  $\sigma_2 > 0$ ;  $в$  —  $\sigma_1 > \sigma_2$ ,  $\sigma_1 > 0$ ,  $\sigma_2 < 0$ ;  $г$  —  $\sigma_1 > \sigma_2$ ,  $\sigma_1 < 0$ ,  $\sigma_2 < 0$

Күрделі кернеулі күй (жазық немесе көлемді) жағдайында болатын материалдың беріктігін бағалау анағұрлым қиындау. Күрделі жүктелген элементтер үшін тәжірибелер жасау немесе оларға сынауды жүргізу кернеу әрекетінің бірнеше жеке жағдайларында ғана мүмкін. Жинақталған сипаты бар осындай зерттеулерді жүргізу мүмкін емес, яғни теорияда және практикада кездесетін кернеуді күйлердің барлық әр түрлілігі келісетін еді.

Сондықтан күрделі кернеулі күйде болатын материалдың немесе элементтің беріктігі мәселелерін қарастыру кезінде келесі тәсілді қолданады. Сол немесе өзге де кернеулі күйге байланысты беріктік теориясын (немесе гипотезаны) шығарады, оған кейбір математикалық сипаттаманы келтіреді немесе жалпыға мәлім заңдар мен тәуелділіктер негізінде шығарылған формула түрінде жай ұсынады. Осындай есептік формулалар  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  (кейде басқа да сипаттамалар: жанама кернеулер, деформациялар және т.б.) мен *эквивалентті* деп аталатын кернеулі күйдің кейбір жинақталған көрсеткіштер арасындағы байланысты белгілейді. Теориялардың біреуіне сәйкес орындалған беріктікке есептеулер нәтижелерін созуға (қысуға) зертханалық сынақтар нәтижелерімен, ал кейде жай практикадан алынған деректермен салыстырады.

Құрылыс практикасында, күрделі емес инженерлік есептеулерде көбінесе сызықтық және жазық кернеулі күйлермен жұмыс істеуге тура келеді.

Қалыпты қималар үшін сызықтық кернеулі күй кезінде практикалық есептеулер 3.2 және 3.3 кіші бөлімде жеткілікті толық қарастырылды.

Сондықтан әрі қарай жазық кернеулі күй үшін шығарылған негізгі теорияны және олардың формулаларын қарастырумен шектелеміз. Олар дәлелдерсіз келтірілуі мүмкін.

Жазық кернеулі күй сызықтықтың бастапқы деректері бойынша қаншалық әр түрлі екендігі туралы жазық кернеулі күйдің әр түрлі жағдайлары көрсетілген 3.53 сурет көрнекі куәландырады. 3.53 суретте  $a$   $\sigma_x$  және  $\sigma_2$  бір-бірімен тең және созуды туындатады; 3.53 суретте  $b$   $\sigma_1$  және  $\sigma_2$  сондай-ақ созуды туындатады, бірақ бір-бірімен тең емес.  $\sigma_{x1} > \sigma_2$  кездегі жағдай бірінші кернеу созуды, ал екінші кернеу қысуды туындататыны шартымен абсолютті міндер бойынша олардың теңділігі кезінде де мүмкін (3.53, в сур.). Екі кернеу қысуды туындатуы мүмкін, бұл ретте абсолютті мән бойынша  $\sigma_1$  аз немесе  $\sigma_2$  тең (3.53, г сур.). Егер кернеулердің біреуі нөлге тең болса, онда сызықтық кернеулі күйдің жағдайы бар.

## 1. Жазық кернеулі күйдегі беріктік теориялары

*Беріктің бірінші теориясы* немесе *ең үлкен қалыпты кернеулер теориясы*, егер ең үлкен қалыпты немесе негізгі кернеу сол материалдан жасалған бір осьтік кернеулі элемент үшін белгіленген есептік кедергілерден аспаса, күрделі кернеулі элементтің беріктігі қамтамасыз етілетіндігінен болады, яғни егер

$$\sigma_1 \leq R_{\text{созу}} \quad \text{немесе} \quad \sigma_2 \leq R_{\text{қысу}}$$

Негізі бұл бір осьтік кернеулі күй кезіндегі беріктіктің шарты, онда сызыққа  $\sigma_1$  немесе  $\sigma_2$  алаңға перпендикулярлы әрекетке кернеуді назарға алынбайды, ол осы теорияны сынғыш материалдардың (тас, кірпіш) шектеулі саны үшін дұрыс. Ол күрделі кернеулі күйдің бір осьтіктен ерекшелетінін ескермейді. *Беріктіктің екінші теориясы* немесе *ең үлкен сызықтық деформациялардың теориясы*, егер ең үлкен салыстырмалы ұзарту сол материалдан жасалған сызықтық деформацияланатын элементтің шекті салыстырмалы ұзаруынан болмаса, күрделі кернеулі элементтің беріктігі қамтамасыз етілетіндігінен болады, яғни егер

$$\varepsilon_{\text{max}} \leq \varepsilon_{\text{шекті}}$$

Осы шартты мына түрге келтіруді дәлелсіз қабылдаймыз

$$\sigma_1 - \mu \sigma_2 \leq R_{\text{созу}}$$

Осында  $\mu = G/E$ , мұнда  $G$  және  $E$  — бойлық және көлденең деформациялар модульдері.

Бұл беріктік теориясы иілімді материалдармен тәжірибелермен расталмайды. Ол сынғыш материалдармен тәжірибелер кезінде, бірақ кернеулі күйлердің кейбір түрлері үшін ғана, яғни  $\sigma_1$  және  $\sigma_2$  белгілі қатынастар кезінде қанағаттанарлық нәтиже береді.

*Беріктіктің үшінші теориясы* немесе *ең үлкен жанама кернеулер теориясы*, егер ең үлкен жанама кернеулер оның қималарында сол материалдан жасалған сызықтық кернеулі элемент үшін есептік кедергіден аспаса, күрделі кернеулі элементтің беріктігі қамтамасыз етілетіндігінен болады, яғни егер

$$\tau_{max} \leq R_{кесік}.$$

Осы шартты мына түрге келтіруге болады екендігін математикалық қорытындыларсыз қабылдаймыз

$$\sigma_1 - \sigma_2 \leq R_{созу(қысу)}.$$

Негізгі кернеулер  $\sigma_1$  және  $\sigma_2$  қалыпты кернеулер  $\sigma_z$  және жанама кернеулер  $\tau_{xy}$  арқылы көрсетілуі мүмкін болғандықтан, гипотеза мына түрде жазылуы мүмкін (қорытындыны түсіреміз):

$$\sqrt{\sigma_z^2 + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2} \leq R_{созу(қысу)}.$$

Жеке жағдайда қалыпты кернеулердің біреуі нөлге тең болуы мүмкін. Егер, мысалы,  $\sigma_y = 0$ , беріктік шарты мынадай түрді қабылдайды

$$\sqrt{\sigma_z^2 + 3\tau_{xy}^2} \leq R_{созу(қысу)}.$$

Бұл теория созуға және қысуға бірдей кедергі жасайтын иілімді материалдармен тәжірибелердің нәтижелерімен расталады, сынғыш материалдар үшін келмейді.

*Беріктің төртінші теориясының* немесе *Мора беріктік теориясының* өзінің негізінде үшінші теориядағы сияқты максималды жанама кернеулер туралы жағдайы бар, бірақ қысуға және созуға әр түрлі беріктік сипаттамаларын ескереді, сондықтан мына түрде жазылады

$$\sigma_1 - \nu\sigma_2 \leq R_{созу},$$

мұнда  $\nu$  — созу және қысу кезінде шекті кернеулердің қатынасы, сынғыш материалдар үшін  $\nu = \sigma_{уак(созу)}/\sigma_{уак(қысу)}$ , иілімді материалдар үшін  $\nu = 1$ .  $\sigma_{уак}$  деп уақытша (бұзушы) кернеу (созу немесе қысу) түсініледі.

Бұл теория сынғыш материалдар үшін де және иілімді материалдар үшін де қанағаттанарлық нәтижелер береді және сынғыш пен сынғыш-иілімді материалдар үшін үшінші теорияны қорытындылау ретінде қарастырылады. *Беріктіктің бесінші теориясы* немесе *пішін өзгерісінің үлесті әлеуетті энергияның теориясы* немесе *беріктіктің энергетикалық теориясы*, егер онда жиналған пішін өзгерісінің үлесті әлеуетті энергиясы сол материалдан жасалған қарапайым созу үшін оның шекті мәнінен аспаса, материалдағы шекті күй күрделі кернеулі күй кезінде басталмайтындығынан болады, яғни егер

$$U_{\phi} \leq U_{\phi, \text{созу}}^{\text{шекті}}$$

Жазық кернеулі күй үшін беріктік шартының бұл ретте мына түрі бар екендігін дәлелсіз қабылдаймыз

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} \leq R_{\text{созу(қысу)}}.$$

Үшінші теорияда сияқты  $\sigma_1$  және  $\sigma_2$  және  $\tau_{zy}$ , арқылы көрсетіп, бұл гипотезаны жазық кернеулі күй үшін нәтижесінде мына түрде жазуға болады (қорытындығы түсіреміз):

$$\sqrt{\sigma_z^2 + \sigma_x^2 + 4\tau_{xy}^2} \leq R_{\text{созу(қысу)}}.$$

Жеке жағдайда  $\sigma_y = 0$  кезінде беріктік шарты мына түрді қабылдайды

$$\sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_{xy}^2} \leq R_{\text{созу(қысу)}}.$$

Бұл беріктік теориясы иілімді материалдармен тәжірибелер нәтижелеріне жақсы келісіледі. Мысалы, болат үшін ол үшінші теорияға қарағанда, анағұрлым нақты көрсетіледі.

## 1. Күрделі кернеулі күйде қолданылатын практикалық есептер

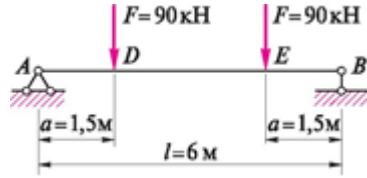
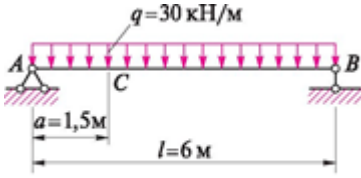
**3.16 мысал.** Екі болат қоставрлы діңгектерді таңдау және беріктіктің үшінші теориясын пайдаланып, тіреуден  $l/4$  арақашықтықта олардың әрқайсысының беріктігін тексеруді орындау. 1 діңгекке жүктемені бірқалыпты тарату әрекет етеді  $q = 30$  кН/м (сур. 3.54, а), 2 діңгекке — екі шоғырланған күш  $F = 90$  кН (3.54, б сур.). Екі діңгектің  $l = 6$  м ұзындығы бар және С-235 болаттан



дайындалған ( $R_{\text{созу}} = R_{\text{кысыу}} = R = 230 \text{ МПа} = 23 \text{ кН/см}^2$ ).

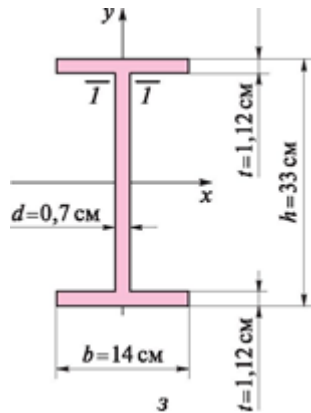
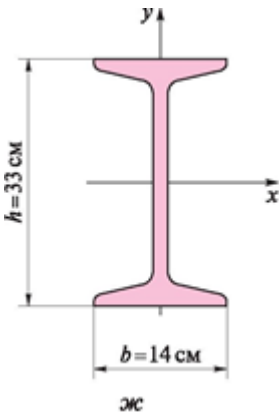
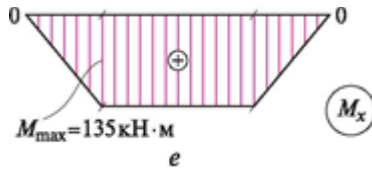
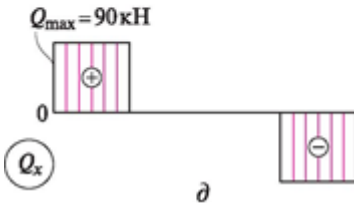
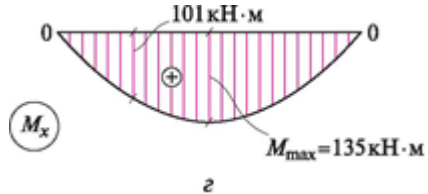
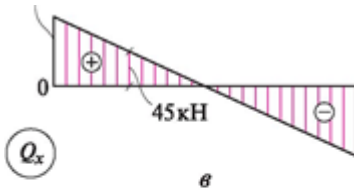
**Шешімі.**

1/ III қосымшаны пайдаланып, ең үлкен көлденең күштерді және иілістеуші моменттерді айқындаймыз.



$Q_{\text{max}} = 90 \text{ кН}$

б



3.54 сур. 3.16 мысалға:

$a, b$  — 1 және 2 діңгектер схемалары;  $\vartheta, \delta$  — 1 және 2 діңгектер үшін  $Q_x$  эпюралары;  $\gamma, e$  — 1 және 2 діңгектер үшін  $M_x$  эпюралары;  $ж, з$  — № 33 қоставрлы діңгектің нақты және оңайлатылған қимасы

$$1\text{-дiңгек: } Q_{max} = \frac{ql}{2} = \frac{30 \cdot 6}{2} = 90 \text{ кН};$$

$$M_{max} = \frac{ql^2}{8} = \frac{30 \cdot 6^2}{8} = 135 \text{ кН} \cdot \text{м} = 13\,500 \text{ кН} \cdot \text{см}.$$

1-дiңгек үшін  $Q_x$  және  $M_x$  эпюраны саламыз (3.54,  $\vartheta, z$  сур.).

2-дiңгек:  $Q_{max} = F = 90 \text{ кН};$

$$M_{max} = Fa = 90 \cdot 1,5 = 135 \text{ кН} \cdot \text{м} = 13\,500 \text{ кН} \cdot \text{см}.$$

2-дiңгек үшін  $Q_x$  және  $M_x$  эпюралар саламыз (3.54,  $d, e$  сур.).

$Q_{max}$  және  $M_{max}$  ең үлкен мәндері екі діңгек үшін бірдей болды, бірақ  $Q_x$  және  $M_x$  өзгеру сипаты ұзындық бойынша әр түрлі, ол эпюралардан көрінеді.

2. Қоставрлы діңгектердің қимасын таңдаймыз, ол үшін кедергінің талап етілетін моментін табамыз

$$W_x^{\text{талап}} \geq M_{max}/R.$$

Өйткені ең үлкен иілістеуші моменттер екі діңгекте бірдей,  $W_x^{\text{талап}}$ -де бірдей болады. Демек, екі діңгек үшін қоставрдың сол бір нөмірі келеді.

Цифрлық мәндерді алмастырып қойғаннан кейін мынаны аламыз

$$W_x^{\text{талап}} = \frac{13\,500 \text{ кН} \cdot \text{см}}{23 \text{ кН/см}^2} = 587 \text{ см}^3.$$

І қосымшаның 2-кестесі бойынша қоставрлы діңгекті таңдаймыз, оның кедергі моменті талап етілетіннің жақын үлкені. Ондай № 33 діңгек болып табылады (3.54,  $ж$  сур.) с  $W_x = 597 \text{ см}^3 > W_x^{\text{талап}} = 587 \text{ см}^3$ .

Қалыпты кернеулер бойынша беріктікті тексереміз:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} = \frac{13\,500 \text{ кН} \cdot \text{см}}{597 \text{ см}^3} = 22,6 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 226 \text{ МПа} < R = 230 \text{ МПа}.$$

Сөйтіп, қалыпты кернелер бойынша екі діңгектің беріктігі олардың

әрқайсысының ортасында қамтамасыз етілді.

Екі діңгекте аралық ортасында  $Q_x = 0$ , сондықтан жанама кернеулер бойынша беріктікті тексеруді орындаудың қажеттілігі жоқ.

Қимадағы діңгек беріктігін  $a = l/4 = 1,5$  м арақашықтықта тексереміз.

$$1\text{-дiңгек: } Q_{l/4} = \frac{Q_{max}}{2} = \frac{90}{2} = 45 \text{ кН};$$

$$M_{l/4} = \frac{ql}{2} \cdot \frac{l}{4} - \frac{ql}{4} \cdot \frac{l}{8} = \frac{ql^2}{8} - \frac{ql^2}{32} = \frac{3}{32} ql^2 = \frac{3}{32} 30 \cdot 6^2 = 101 \text{ кН} \cdot \text{м} \\ = 10100 \text{ кН} \cdot \text{см}.$$

$$2\text{-дiңгек: } Q_{l/4} = 90 \text{ кН, } Q_x \text{ эпюрада көрсетiлгендей;} \\ M_{l/4} = 135 \text{ кН} \cdot \text{м } M_x \text{ эпюрада көрсетiлгендей.}$$

Діңгек қимасында бір уақытта иілістеуші моменттер мен көлденең күштер туындайтындықтан, демек,  $\sigma$  қалыпты кернеулер және  $\tau$  жанама кернеулер, яғни діңгек күрделі кернеулі күйде болады, беріктік теориясының біреуі бойынша оның беріктігін тексеру қажет. Есепте үшінші теория бойынша беріктікті тексеру ұсынылды, яғни мына шарт бойынша

$$\sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} \leq R.$$

Қалыпты кернеулерді  $\sigma$  және жанама кернеулерді  $\tau$  анағұрлым қауіпті қимада — сөре мен қабырғаның түйісу деңгейінде табамыз (3.54, 3 сур.). Қималар екі діңгек үшін бірдей болғандықтан,  $J_x$  және  $S_x$  геометрикалық сипаттамалар да бірдей болады.

Инерция моменті  $J_x = 9840 \text{ см}^4$  (I қосымшаның 2-кестесін қараңыз); қиманың статикалық моменті бейтарап оське қатысты

$$S_x = tb \left( \frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right) = 1.12 \cdot 14 \left( \frac{33}{2} - \frac{1.12}{2} \right) = 250 \text{ см}^3.$$

$$1\text{-дiңгек: } \sigma_q = \frac{M_x}{W_x} = \frac{10100 \text{ кН} \cdot \text{см}}{597 \text{ см}^3} = 16,9 \text{ кН/см}^2 = 16,9 \text{ МПа};$$

$$\tau_q = \frac{Q_x S_x}{J_x b_y} = \frac{45 \text{ кН} \cdot 250 \text{ см}^3}{9840 \text{ см}^4 \cdot 0,7 \text{ см}} = 1,63 \text{ кН/см}^2 = 1,63 \text{ МПа}.$$

$$2\text{-дiңгек: } \sigma_F = \frac{M_x}{W_x} = \frac{13500 \text{ кН} \cdot \text{см}}{597 \text{ см}^3} = 22,61 \text{ кН/см}^2 = 22,61 \text{ МПа};$$

$$\tau_F = \frac{Q_x S_x}{J_x b_y} = \frac{90 \text{ кН} \cdot 250 \text{ см}^3}{9840 \text{ см}^4 \cdot 0,7 \text{ см}} = 3,27 \text{ кН/см}^2 = 3,27 \text{ МПа}.$$

$\tau_q$  және  $\tau_F$  үшін формулаға  $b_y$  ретінде қоставрлы дінгек қабырғасы қалыңдығының мәнін қоямыз  $d = 0,7$  см.

Үшінші теория бойынша беріктікті тексереміз.

1-дінгек:  $\sqrt{\sigma_q^2 + 3\tau_q^2} = \sqrt{169^2 + 3 \cdot 16.3^2} = 171,3 \text{ МПа} \leq 230 \text{ МПа}.$

2-дінгек:  $\sqrt{\sigma_F^2 + 3\tau_F^2} = \sqrt{226,1^2 + 3 \cdot 32,7^2} = 233 \text{ МПа} \leq 230 \text{ МПа}.$

*Қорытындылар.* 1. Қалыпты кернеулер дінгектердің әрқайсысының ортасында  $R$ -ға жақын, бірақ дінгектердің беріктігі қамтамасыз етілген. Жанама кернеулер бұл жерде нөлге тең.

2. Қимада тіреуден  $1/4$  арақашықтықта 1 дінгекте  $\sigma_{эКВ} = 171,3 \text{ МПа}$  эквивалентті кернеулер  $R$  аз. 2 дінгекте  $\sigma_{эКВ} = 233 \text{ МПа}$  көп болмаса да,  $R$  артық, сондықтан осы қима қауіпті болады.

Солай беріктік теориялары, қарастырылатын мысалда қалыпты кернеулер бойынша беріктік қамтамасыз етілсе де, қауіпті қиманы айқындауға мүмкіндік береді.

Тікбұрышты қиманың дінгектері үшін берілген шарттар кезіндегі беріктік қамтамасыз етілетін еді. Қоставрлы дінгектердің қалыпты және жанама кернеулер есебімен бірқалыпты таратылатын жүктеме кезінде беріктік қамтамасыз етілетін өлшемдері бар. Алайда шоғырланған күштердің әрекеті кезінде илемделген қоставрлы дінгектің беріктігіне әрқашан кепілдік берілген жоқ, ол 3.16 мысалда көрсетілді.

## БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ

1. Элементтің қарапайым және күрделі кернеулі күйі немен сипатталады?
2. Беріктіктің негізгі теорияларын келтіріңіз және олардың әрқайсысы неден болатынын көрсетіңіз.
3. Қандай жағдайларда беріктіктің бір теориясын қолдану керек?

## 1. ЖҮКТЕМЕЛЕРДІҢ ДИНАМИКАЛЫҚ ӘСЕРІ ҰҒЫМЫ

Осыған дейін біз статикалық жүктемелер, яғни нөлден ақырғы мәнге дейін біртіндеп ұлғайтылатын жүктемелер құрылымдарының элементтеріне әрекетті қарастырдық. Сөйтіп, тұрғын үйдің іргетасына жүктеме ғимаратты салу шамасы бойынша өседі және оны салуды бастау кезінен бастап тұрғындардың орналасуы кезіне дейін айлар және тіпті жылдар өтеді. Әрине, келтірілген мысал жүктеменің статикалық әрекетінің гиперболизацияланған сурет сипаты болып табылады. Басқа мысал келтіруге болады: итарқалық дiңгекке (немесе фермаға) кезекпе-кезек жабын тақталарын төсейді және олар толық төселетін кезге дейін жүктеме баяу ұлғаяды (бұдан басқа, сосын дайындық жүргізіледі, таза едендер, пайдалы жүктеме салынады). Ал жабын тақтасына кранмен түсірілген кірпіші бар табандық (тіпті ол басында оған тиіп, содан кейін матауыш босатылса да) динамикалық жүктеме деп есептелуі мүмкін. Сөйтіп, егер жүктеме үдетусіз салынса немесе ол оны елемейтіндей аз болса, онда ондай жүктемені *статикалық* деп атайды. Егер жүктемені (жүкті) салу жылдамдығының өзгеруі уақыттың өте қысқа аралығында болса, яғни қарқынды болса, онда ондай жүктемені динамикалық деп атайды. Бұл ретте құрылымдардағы күш-жігерлер, кернеулер мен ауыстырулар динамикалық және статикалық жүктемелердің әрекетімен ерекшеленеді. Бірінші жағдайда олар, әдетте, үлкенірек және қауіптірек.

Динамикалық жүктемелер әр түрлі білінуі мүмкін. Оларға мына түрлердің жүктемелері жатады:

1. *инерциялық* — жүк сымарқанға динамикалық әсер тигізіп, қарқынды жоғары көтеріледі;
2. *соқпалы* — жүк біршама биіктіктен құлайды, мысалы дiңгекке (тақтаға); аналогтық соқпалы жүктеме шойын тоқпақпен қаданы қағу кезінде туындайды;
3. *жылжымалы* — көпір бойынша поездің өтуі;
4. *айнымалы* немесе *қайталама-айнымалы* (оларды тағы да *циклдік* деп атайды) — шамасы бойынша ғана емес, бағыты бойынша да уақытты көп реттік өзгертіп, құрылым элементіне мерзімді әсер ететін жүктемелер. Мысалы, егер сіз орамнан сымның бөлігін бөлгіңіз келсе, онда сіз оны шамамен бір орында (қимада) бірнеше рет анда-мұнда бүгесіз. Бұл бұзуға жеткілікті алып келетін белгі-айнымалы жүктемелердің тұрмыстық мысалы. Ұқсас бұзуларды қажу деп атайды. Олар белгі-айнымалы ұзартулар (қысқартулар), иілімдер, ығысулар және т.б. нәтижесінде туындауы мүмкін.

Машиналарда және механизмдерде динамикалық жүктемелердің барлық түрлері кеңінен кездеседі, құрылыс практикасында көбінесе инерциялықпен және соқпалымен кездесуге тура келеді. Соларға толығымен тоқталып өтеміз.

### 3.11.1. Жүкті жеделдетіп көтеру кезіндегі арқанды есептеу

$G$  салмағымен жүк  $a$  күш-жігермен жүкшығырмен көтерілсін. Егер жүк қозғалмаған болса немесе бірқалыпты көтерілсе, онда сымарқандағы күш-жігер (оны статикалық деп атаймыз —  $N_{ст}$ ) жүктің салмағына (сымарқанның өзінің салмағымен әдетте елемейді) теңесетін еді, яғни  $N_{ст} = G$  (3.55, а сур.). Бірақ жүк қарқынды көтерілгендіктен (сур.3.55, б сур.), онда сымарқан жүктің  $G$  салмағынан ғана емес және төменге бағытталған  $F_{ин}$  осы жүк инерциясының күшінен де күш-жігерді (оны динамикалық деп атаймыз —  $N_{дин}$ ). Тепе-теңдік теңдеуін  $\Sigma Y = 0$  пайдаланып, динамикалық күш-жігердің шамасын табамыз. Біздің жағдайда тепе-теңдік теңдеуінің мына түрі бар

$$N_{дин} - G - F_{ин} = 0,$$

бұдан  $N_{дин} = G + F_{ин}$ .

Физика курсынан мынадай екендігі белгілі

$$F_{ин} = ma = Ga/g,$$

мұнда  $m$  — жүктің массасы;  $g$  — еркін құлаудың үдеуі,  $9,81 \text{ м/с}^2$  тең.

3.55 сур. Сымарқанға жүктің статикалық (а)

және динамикалық (б) әрекеттері кезінде күш-жігерлер схемасы

Онда

$$N_{дин} = G + \frac{Ga}{g} = G \left( 1 + \frac{a}{g} \right).$$

$1 + a/g$  шаманы  $K_{дин}$  динамикалық коэффициенті деп атаймыз. Онда

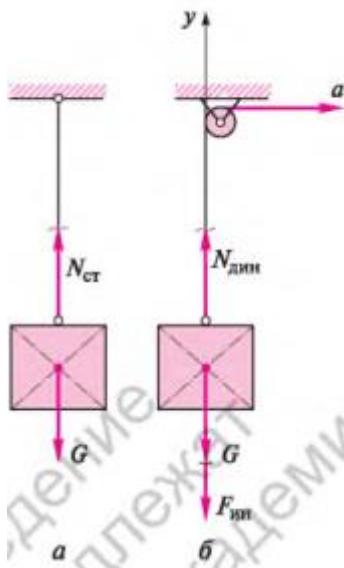
$$N_{дин} = N_{ст} K_{дин},$$

яғни динамикалық күш-жігер  $K_{дин}$  рет статикалықтан артық.

**3.17 мысал.**  $a = 2 \text{ м/с}^2$  үдетумен  $G = 40 \text{ кН}$  салмағымен жүкті көтеру кезінде сымарқандағы күш-жігерді анықтау керек. Сымарқанның салмағын елемей керек.

**Шешімі.** Жүкті көтеру кезінде сымырқандағы динамикалық күш--жігер  $N_{дин} = G (1 + a/g) = 40(1 + 2/9,81) = 40 \cdot 1,204 = 48,15 \text{ кН}$ .

Берілген жағдайларда сымарқанға



динамикалық жүктеме статикалыққа қарағанда, 20,4 %-ға артық.

### 3.11.2. Соққы жүктемесі кезіндегі дінгектегі кернеулер мен иілімдерді анықтау

Соқпалы жүктемеге дінгекті есептеу туралы есеп біраз күрделі болып табылады, өйткені көп күш-жігерді есепке алуды талап етеді. Көрсетілген есептеу жуық деп аталатын мына оңайлатуларды енгіземіз:

1. соққы кезінде иілімді деформациялар ғана, яғни Гук заңымен сипатталатын деформациялар туындайды, ол заңның негізінде статикалық жүктеменің әрекетінен иілімдер қарастырылды;
2. иілімді емес соққы, яғни соғатын дене соғылатын денеден ыршып түспейді, онымен бірге төменге жылжиды;
3. соғылатын дене соғатын дененің массасымен салыстырғанда тым аз және есептеуде ескерілмейді;
4. құлайтын дененің кинетикалық энергиясы толығымен иілімді дінгек деформациясының әлеуетті энергиясына ауысады, яғни нақты жағдайларда болатын кинетикалық энергияның бөлігінің жылуға, тербелмелі қозғалысқа ауысуы және энергияның басқа да түрлері ескерілмейді.

$G$  салмағымен жүк иілімді материалдан орындалған және  $EJ_x$  қаттылығы бар ұзындығы  $l$  дінгектің ортасына  $h$  биіктіктен құласын.

Соққы дінгекте динамикалық көлденең иілісті туындатады, бұл ретте жүк дінгектің иілісі салдарынан  $f_{\text{дин}}$  жүк астындағы оның динамикалық иілімі шамасына ауыстырылады (3.56 сур.).

Қабылданған оңайлатулардың соңғысына сай дінгек деформациясының әлеуетті энергиясы құлайтын жүктің кинетикалық энергиясына тең. Кинетикалық энергия біздің жағдайда жүктің жұмысына тең болғандықтан, онда

$$A_{\text{гр}} = U_{\text{бал}}. \quad (3.48)$$

Жүктің жұмысы жүктің салмағы мен ол өткен жолдың ұзындығын жүргізумен айқындалады:

$$A_{\text{гр}} = G(h + f_{\text{дин}}) \quad (3.49)$$

Дінгек деформациясының әлеуетті энергиясын статикалық әрекеті кезінде жүктемеден жылжыту тәуелділігі диаграммасында (Клапейрон теоремасы) аудан ретінде ұсынуға болады (3.57 сур.):

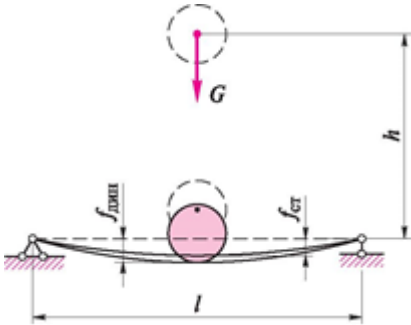
$$U_{\text{бал}} = Ff/2 = G_{\text{ст}}f_{\text{ст}}/2. \quad (3.50)$$

Статикалық иілімді IV қосымшаның 1-т. формуласы бойынша айқындауға болады:

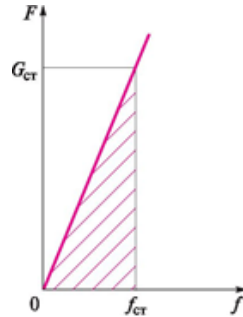
$$f_{ст} = \frac{Fl^3}{48EJ_x} = \frac{G_{ст}l^3}{48EJ_x}.$$

Бұдан мынадай шығады

$$G_{ст} = \frac{48EJ_x f_{ст}}{l^3}.$$



3.56 сур. Қабылданған оңайлатуларға сәйкес құлайтын жүктен діңгек деформациясының схемасы



3.57 сур. Статикалық әрекеті кезінде жүктемеден жылжы тәуелділігінің диаграммасы

Іс жүзінде  $G_{ст}$  күш  $f_{дин}$  жолда жұмыс жасайды, сондықтан  $f_{ст}$  соңғы өрнекте  $f_{дин}$ -ге ауыстырамыз, одан кейін бұл өрнекті формулаға (3.50) қоямыз, ол мына түрге ие болады

$$U_{бал} = \frac{48EJ_x f_{дин}^2}{2l^3}. \quad (3.51)$$

(3.48), (3.49) және (3.51) формулалар негізінде мынаны жазуға болады

$$G_{ст}(h + f_{дин}) = \frac{48EJ_x f_{дин}^2}{2l^3},$$

немесе

$$48EJ_x f_{дин}^2 - 2G_{ст}l^3 f_{дин} - 2G_{ст}hl^3 = 0. \quad (3.52)$$

Теңдеудің (3.52) барлық мүшелерін  $48EJ_x$ -ға бөліп, мынаны аламыз

$$f_{дин}^2 - 2 \frac{G_{ст}l^3}{48EJ_x} f_{дин} - 2 \frac{G_{ст}l^3}{48EJ_x} h = 0. \quad (3.53)$$



Өйткені  $\frac{G_{\text{ст}} l^3}{48 E J_x} = f_{\text{ст}}$ , теңдеуді (3.53) мына түрінде жазуға болады

$$f_{\text{дин}}^2 - 2f_{\text{ст}}f_{\text{дин}} - 2f_{\text{ст}}h = 0.$$

Сөйтіп, біздің алдымызда  $x^2 + px + q = 0$  түрінің квадратты теңдеуі, оның

шешімі  $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ . Біздің жағдайда  $x=f_{\text{дин}}$ ,  $p=-2f_{\text{ст}}h$ ,  $q=-2f_{\text{ст}}h$ .

Алмастырып қойғаннан және қиын емес түрлендірулерден кейін мынаны аламыз

$$f_{\text{дин}} = f_{\text{ст}}(1 \pm \sqrt{1 + 2h/f_{\text{ст}}}).$$

«Минус» белгісімен шешімді тастаймыз, өйткені  $f_{\text{дин}}$  үшін теріс мәннің мағынасынан айрылған. Нәтижесінде динамикалық және статикалық иілімдерді байланыстыратын өрнекке келеміз,

$$f_{\text{дин}} = f_{\text{ст}}(1 \pm \sqrt{1 + 2h/f_{\text{ст}}}) = f_{\text{ст}}K_{\text{дин}},$$

мұнда  $K_{\text{дин}}$  — динамикалық коэффициенті,  $K_{\text{дин}} = 1 \pm \sqrt{1 + 2h/f_{\text{ст}}}$ . Қабылданған бірінші жорамалдар негізінде күш-жігерлер мен кернеулер аналогтық тәуелділікпен байланысты екендігін есептеуге болады:

$$M_{x \text{ дин}} = M_{x \text{ ст}}K_{\text{дин}};$$

$$\sigma_{\text{дин}} = \sigma_{\text{ст}}K_{\text{дин}}.$$

Екі жеке жағдайды қарастырамыз. Бірінші жағдайда жүк биіктіктен құлайды ( $h = 0$ ), кенеттен өзінің салмағының барлық күшін діңгекке салады. Мысалы, кірпіші бар табандықты қранмен тактаға (немесе діңгекке) онымен жеңіл жанасқанға дейін түсіреді және содан кейі матауыштарды тез босатады. Бұл жағдайда

$$K_{\text{дин}} = 1 + \sqrt{1 + 0} = 2,$$

яғни көрсетілген түрде салынған жүктеме статикалық жүктеме кезіндегіге қарағанда, деформациялар мен кернеулерді 2 есе туындатады.

Екінші жеке жағдай: жүктің үлкен биіктіктен құлауы ( $h \gg f_{\text{ст}}$ ). Бұл жағдайда түбір алдындағы бірлікті елемеуге және жуық формуланы қолдануға болады

$$K_{\text{дин}} = \sqrt{1 + 2h/f_{\text{ст}}}.$$

**3.18 мысал.** Ұзындығы  $l = 4$  м № 20 қоставрлы діңгектегі максималды иілімді және ең үлкен қалыпты кернеуді анықтау керек, аралықтың ортасына  $h = 15$  см биіктіктен  $G = 1$  кН салмағымен жүк құлайды. Діңгек Балка С-235 болаттан

орындалған.

**Шешімі.** I қосымшаның 2-кестесіне сай діңгек қимасының инерция моменті  $J_x = 1840 \text{ см}^4$ , кедергі моменті  $W_x = 184 \text{ см}^3$ . Болат үшін иілімділік модулі мынадай екендігі белгілі  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2 \cdot 10^4 \text{ кН/см}^2$ .  
Онда діңгектің статикалық иілімі

$$f_{\text{ст}} = \frac{Gl^3}{48EJ_x} = \frac{1 \text{ кН} \cdot 400^3 \text{ см}^3}{48 \cdot 2 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \cdot 1840 \text{ см}^4} = 0,036 \text{ см.}$$

$$\text{Коэффициент } K_{\text{дин}} = \sqrt{1 + 2h/f_{\text{ст}}} = \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 15}{0,036}} = 28,9.$$

Бұдан динамикалық иілім  $f_{\text{дин}} = K_{\text{дин}} f_{\text{ст}} = 28,9 \cdot 0,036 = 1,04 \text{ см}$ . Қалыпты кернеулер бойынша діңгектің беріктігін тексереміз. Егер  $\sigma_{\text{дин}} < R_{\text{иілу}}$  болса, беріктік қамтамасыз етілетін болады. С-235 болат үшін иіліске кедергі коэффициенті  $R_{\text{иірт}} = 230 \text{ МПа}$ .

Динамикалық қалыпты кернеулер  $\sigma_{\text{дин}} = K_{\text{дин}} \sigma_{\text{ст}}$ ;  
статикалық қалыпты кернеу  $\sigma_{\text{ст}} = \sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}}}{W_x}$ .

$$\text{III қосымшаның 1-т. сай } M_{\text{max}} = \frac{Gl}{4} = \frac{1 \text{ кН} \cdot 4 \text{ м}}{4} = 1 \text{ кН} \cdot \text{м} = 100 \text{ кН} \cdot \text{см},$$

$$\text{бұдан } \sigma_{\text{max}} = \frac{100 \text{ кН} \cdot \text{см}}{184 \text{ см}^3} = 0,54 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 5,4 \text{ МПа.}$$

Бұл ретте  $\sigma_{\text{дин}} = 28,9 \cdot 5,4 = 156 \text{ МПа} < 230 \text{ МПа}$ .

Діңгек беріктігі, жүктеменің динамикалық әрекеті кезінде қалыпты кернеулер статикалық кернеулер кезіндегіге қарағанда, шамамен 29 рет артық болса да, үлкен қормен қамтамасыз етілген.

### 3.11.3. Қаданы шойын тоқпақпен ұрып кіргізу туралы есеп

Бұл есепті шешу негізінде соқпалы жүктемеге діңгекті есептеу үшін сол жорамалдар жатады (3.11.2 кіші бөлімді қарайық, және, демек, жылжулар мен кернеулердің статикалық және динамикалық шамалар арасындағы тәуелділіктер жатады. Айырмашылық 3.11.2 кіші бөлімде көлденең иіліс қаралғандығы, ал қаданы шойын тоқпақпен қағу кезінде (3.58 сур.) бойлық қысушы соққы орын алады, сондықтан жылжулар мен кернеулерді анықтау үшін есептік формулалар қысу кезіндегі сияқты қабылданады. Статикалық әрекет кезінде ұзындығы  $l$  және қима ауданы  $A$  орталық қысылған колоннаға (тіреуішке)  $N$  жүктемелер, оның жоғарғы соңының бойлық жылжуы Гук заңы бойынша айқындалатындығын еске саламыз:

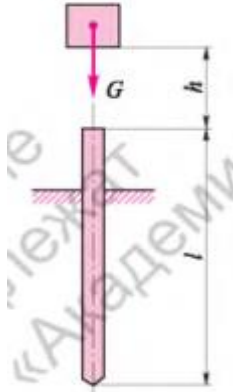
$$\Delta l_{\text{ст}} = \frac{Nl}{EA},$$

мұнда  $E$  — иілімділік модулі (2.1.2 кіші бөлімді қараңыз).

Жүктеменің статикалық әрекеті кезіндегі қалыпты кернеулер  $\sigma_{\text{ст}} = N/A$ .

Қаданы қағу туралы есепті қарастыру кезінде қаданың бойлық иілісі болмайтынын болжайды, өйткені топырақ оны қысады.

Есепті шешу үшін тағы да бір жорамалды қолданады: жүгі (шойын тоқпағы) бар қада қаданың қысқару шамасына топыраққа әрбір соққымен тереңдетіледі деп есептейді. Бұл практикамен нашар келісіледі, өйткені қаданы қағу кезінде жылжулар анағұрлым көбірек. Оларды топырақтың қасиетін немесе қаданы сынамалы қағу нәтижелерін ескермей, анықтау мүмкін емес. Сондықтан қабылданған жорамалдардан ондай есепті шешудің практикалық қызығушылығы жоқ.



3.58 сур. Қаданы шойын тоқпақпен қағу

## БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ

1. Динамикалық жүктемелерді атаңыз.
2. Жүкті қарқынды көтеру кезінде күш-жігерді қалай анықтау керек?

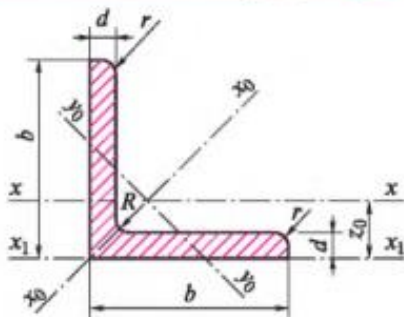
3. Жүктемелердің динамикалық және статикалық әрекеттерінен иілімдер қалай байланысты?

# Қосымшалар

Прокат профильдерінің негізгі өлшемдері мен сипаттамалары

1 қосымша

1-кесте. Сөрелері бірдей прокат болат (8609—86 МЕМСТ)



Белгілері:

**b** — сөренің ені;

**d** — қабырғасының қалыңдығы;

**R** — ішкі дөңгелектеу радиусы;

**r** — сөренің дөңгелектеу радиусы;

**J** — инерция моменті;

**i** — инерция радиусы;

**Z<sub>0</sub>** — ауырлық ортасынан сөреге дейінгі қашықтық.

Профильдің нөмірі	Өлшемдері, мм				Қиманың ауданы, $\text{см}^2$	1 м ұзындығының массасы, кг	Осьтерге арналған анықтамалық шамалар				$Z_0$ , см			
	$b$	$d$	$R$	$r$			$x-x$		$x_0-x_0$			$y_0-y_0$		$x_1-x_1$
							$J_x$ , $\text{см}^4$	$i_x$ , см	$J_{x0 \text{ max}}$ , $\text{см}^4$	$i_{x0 \text{ max}}$ , $\text{см}^4$		$J_{y0 \text{ min}}$ , $\text{см}^4$	$i_{y0 \text{ min}}$ , $\text{см}^4$	

4,5	45	3	5	1,7	2,65	2,08	5,13	1,39	8,13	1,75	2,12	0,89	9,04	1,21
		4			3,48	2,73	6,63	1,38	10,50	1,74	2,74	0,89	12,10	1,26
		5			4,29	3,37	8,03	1,37	12,70	1,72	3,33	0,88	15,30	1,30
5	50	3	5,5	1,8	2,96	2,32	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	12,4	1,33
		4			3,89	3,05	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	16,6	1,38
		5			4,80	3,77	11,20	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	20,9	1,42
5,6	56	4	6	2	4,38	3,44	13,10	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,52
		5			5,41	4,25	16,00	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	29,2	1,57
6,3	63	4	7	2,3	4,96	3,90	18,90	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	33,1	1,69
		5			6,13	4,81	23,10	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	41,5	1,74
		6			7,28	5,72	27,10	1,93	42,9	2,43	11,20	1,24	50,0	1,78
7	70	4,5	8	2,7	6,20	4,87	29,00	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	51,0	1,88
		5			6,86	5,38	31,90	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	56,7	1,90
		6			8,15	6,39	37,60	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	68,4	1,94
		7			9,42	7,39	43,00	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	80,1	1,99
		8			10,70	8,37	48,20	2,13	76,4	2,68	20,0	1,37	91,9	2,02
7,5	75	5	9	3	7,39	5,80	39,50	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	69,6	2,02
		6			8,78	6,89	46,60	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	83,9	2,06
		7			10,10	7,96	53,30	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	98,3	2,10
		8			11,50	9,02	59,80	2,28	94,9	2,87	24,8	1,47	113,0	2,15
		9			12,80	10,10	66,10	2,27	105,0	2,86	27,5	1,46	127,0	2,18
8	80	5,5	9	3	8,63	6,78	52,70	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	93,2	2,17
		6			9,38	7,36	57,00	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	102,0	2,19
		7			10,80	8,51	65,30	2,45	104,0	3,09	27,0	1,58	119,0	2,23

		8			12,30	9,65	73,40	2,44	116,0	3,08	30,3	1,57	137,0	2,27
9	90	6	10	3,3	10,60	8,33	82,10	2,78	130,0	3,50	34,0	1,79	145,0	2,43
		7			12,30	9,64	94,30	2,77	150,0	3,49	38,9	1,78	169,0	2,47
		8			13,90	10,90	106,00	2,76	168,0	3,48	43,8	1,77	194,0	2,51
		9			15,60	12,20	118,00	2,75	186,0	3,46	48,6	1,77	219,0	2,55

*1-кестенің аяғы*

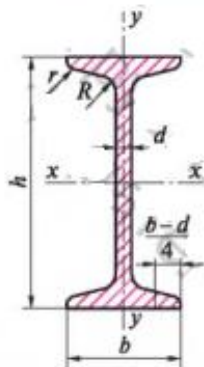
Профи льдің нөмірі	Өлшемдері, мм				Қиманың ауданы,с м <sup>2</sup>	1 м ұзынды ғының массас ы, кг	Осьтерге арналған анықтамалық шамалар						Z <sub>0</sub> , см	
	b	d	R	r			x—x		x <sub>0</sub> —x <sub>0</sub>		y <sub>0</sub> —y <sub>0</sub>			x <sub>1</sub> —x <sub>1</sub>
							J <sub>x</sub> , см <sup>4</sup>	i <sub>x</sub> , см	J <sub>x0</sub> max, см <sup>4</sup>	i <sub>x0</sub> max, см <sup>4</sup>	J <sub>y0</sub> min, см <sup>4</sup>	i <sub>y0</sub> min, см <sup>4</sup> *у		J <sub>x1</sub> , см <sup>4</sup>
10	100	6,5	12	4	12,8	10,1	122,0	3,09	193,0	3,88	50,7	1,99	214,0	2,68
		7			13,8	10,8	131,0	3,08	207,0	3,88	54,2	1,98	231,0	2,71
		8			15,6	12,2	147,0	3,07	233,0	3,87	60,9	1,98	265,0	2,75
		10			19,2	15,1	179,0	3,05	284,0	3,84	74,1	1,96	333,0	2,83
		12			22,8	17,9	209,0	3,03	331,0	3,81	86,9	1,95	402,0	2,91
		14			26,3	20,6	237,0	3,00	375,0	3,78	99,3	1,94	472,0	2,99
		16			29,7	23,3	264,0	2,98	416,0	3,74	112,0	1,94	542,0	3,06
11	110	7	12	4	15,2	11,9	176,0	3,40	279,0	4,29	72,7	2,19	308,0	2,96
		8			17,2	13,5	198,0	3,39	315,0	4,28	81,8	2,18	353,0	3,00
12,5	125	8	14	4,6	19,7	15,5	294,0	3,87	467,0	4,87	122,0	2,49	516,0	3,36
		9			22,0	17,3	327,0	3,86	520,0	4,86	135,0	2,48	582,0	3,40
		10			24,3	19,1	360,0	3,85	571,0	4,84	149,0	2,47	649,0	3,45

		12			28,9	22,7	422,0	3,82	670,0	4,82	174,0	2,46	782,0	3,53
		14			33,4	26,2	482,0	3,80	764,0	4,78	200,0	2,45	916,0	3,61
		16			37,8	29,6	539,0	3,78	853,0	4,75	224,0	2,44	1051,0	3,68
14	140	9	14	4,6	24,7	19,4	466,0	4,34	739,0	5,47	192,0	2,79	818,0	3,78
		10			27,3	21,5	512,0	4,33	814,0	5,46	211,0	2,78	911,0	3,82
		12			32,5	25,5	602,0	4,31	957,0	5,43	248,0	2,76	1097,0	3,90
16	160	10	16	5,3	31,4	24,7	774,0	4,96	1229,0	6,25	319,0	3,19	1356,0	4,30
		11			34,4	27,0	844,0	4,95	1341,0	6,24	348,0	3,18	1494,0	4,35
		12			37,4	29,4	913,0	4,94	1450,0	6,23	376,0	3,17	1633,0	4,39
		14			1.	34,0	1046,0	4,92	1.	6,20	431,0	3,16	1911,0	4,47
		16			4	38,5	1175,0	4,89		6,17	485,0	3,14	2191,0	4,55
		18			9	1.	1299,0	4,87		6,13	537,0	3,13	1.	4,63
		20			,		1419,0	4,85		6,10	589,0	3,12		4,70
18	180	11	16	5,3	38,8	30,5	1216,0	5,60	1933,0	7,06	500,0	3,59	2128,0	4,85
		12			42,2	33,1	1317,0	5,59	2093,0	7,04	540,0	3,58	2 324,0	4,89
20	200	12	18	6	47,1	37,0	1823,0	6,22	2 896,0	7,84	749,0	3,99	3182,0	5,37
		13			50,9	39,9	1961,0	6,21	3116,0	7,83	805,0	3,98	3452,0	5,42
		14			51,6	42,8	1097,0	6,20	3 333,0	7,81	861,0	3,97	3 722,0	5,46
		16			62,0	48,7	2 363,0	6,17	3 755,0	7,78	970,0	3,96	4264,0	5,54
		20			76,5	60,1	2 871,0	6,12	4560,0	7,72	1182,0	3,93	5 355,0	5,70
		25			94,3	74,0	3466,0	6,06	5494,0	7,63	1438,0	3,91	6733,0	5,89
		30			111,5	87,6	4020,0	6,00	6351,0	7,55	1688,0	3,89	8130,0	6,07
22	220	14	21	7	60,4	47,4	2 814,0	6,83	4 470,0	8,60	1159,0	4,38	4941,0	5,93



		16			68,6	53,8	3175,0	6,81	5045,0	8,58	1 306,0	4,36	5661,0	6,02
		16			78,4	61,5	4717,0	7,76	7492,0	9,78	1942,0	4,98	8286,0	6,75
		18			87,7	68,9	5247,0	7,73	8337,0	9,75	2158,0	4,96	9342,0	6,83
		20			97,0	76,1	5 765,0	7,71	9160,0	9,72	2 370,0	4,94	10401	6,91
25	250	22	24	8	106,1	83,3	6270,0	7,69	9961,0	9,69	2579,0	4,93	11464	7,00
		25			119,1	94,0	7006,0	7,65	11125	9,64	2 887,0	4,91	13064	7,11
		28			133,1	104,5	7717,0	7,61	12244	9,59	3 190,0	4,89	14674	7,23
		30			142,0	111,4	8177,0	7,59	12 965	9,56	3 389,0	4,89	15753	7,31

2-кесте. Прокат болаты – қос таврлы дөңгектер (8239–72 МЕМСТ)



Белгілері:

$h$  – швеллердің биіктігі;

$B$  – сөренің ені;

$d$  – қабырғасының қалыңдығы;

$t$  – сөренің орташа қалыңдығы;

$R$  – ішкі дөңгелектеу радиусы;

$r$  – сөренің дөңгелектеу радиусы;

$J$  – инерция моменті;

$W$  – кедергі моменті;

$S$  – жартылай қиманың статикалық моменті;

$i$  – инерция радиусы;

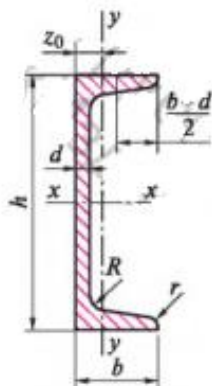
Профильдің нөмірі	1 м ұзындығының массасы, кг	Өлшемдері, мм						Қиманың ауданы, см <sup>2</sup>	Осьтерге арналған анықтамалық шамалар						
		$h$	$B$	$d$	$t$	$R$	$r$		x—x			y—y			
									$J_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$S_x$ , см <sup>3</sup>	$J_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y$ , см <sup>3</sup>	$i_y$ , см
10	9,46	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	11,5	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	13,7	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55

16	15,9	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	18,4	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
18a	19,9	180	100	5,1	8,3	9,0	3,5	25,4	1430	159,0	7,51	89,8	114,0	22,8	2,12

20	21,0	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,1	2,07
20a	22,7	200	110	5,2	8,6	9,5	4,0	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	24,0	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	2 550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
22a	25,8	220	120	5,4	8,9	10,0	4,0	32,8	2 790	254	9,22	143	106	34,3	2,50
24	27,3	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	3 460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24a	29,4	240	125	5,6	9,8	20,5	4,0	37,5	3 800	317	10,10	178	260	41,6	2,63
27	31,5	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	5010	371	11,20	210	260	41,5	2,54
27a	33,9	270	135	6,0	10,2	11,0	4,5	43,2	5 500	407	11,30	229	337	50,0	2,80
30	36,5	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	7080	472	12,30	268	337	49,9	2,69
30a	39,2	300	145	6,5	10,7	12,0	5,0	49,9	7780	518	12,50	292	436	60,1	2,95
33	42,2	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	9 840	597	13,50	339	419	59,9	3,79
36	48,6	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	13 380	743	14,70	423	516	71,1	2,89
40	57,0	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	19062	953	16,20	545	667	86,1	3,03

45	66,5	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	84,7	27696	1231	18,10	708	808	101,0	3,09
50	78,5	500	170	10,0	15,2	17,0	7,0	100	39 727	1589	19,90	919	1043	123,0	3,23
55	92,6	550	180	11,0	16,5	18,0	7,0	118	55 962	2035	21,80	1181	1356	151,0	3,39
60	108,0	600	190	12,0	17,8	20,0	8,0	138	76806	2 560	23,60	1491	1725	182,0	3,54

### 3-кесте. Прокат болаты — қос таврлы діңгектер (8239—72 МЕМСТ]



**Белгілері:**

**h** — швеллердің биіктігі;

**b** — сөренің ені;

**d** — қабырғасының қалыңдығы;

**t** — сөренің орташа қалыңдығы;

**R** — ішкі дөңгелектеу радиусы;

**r** — сөренің дөңгелектеу радиусы;

**J** — инерция моменті;

**W** — кедергі моменті;

**S** — жартылай қиманың статикалық моменті;

**i** — инерция радиусы;

**Z<sub>0</sub>** — **y**—**y** осінен сыртқы қырына дейінгі қашықтық.

Профильдің

1 м ұзындығының

Өлшемдері, мм

Қиманың

Осьтерге арналған анықтамалық шамалар

Z<sub>0</sub>-

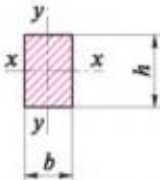
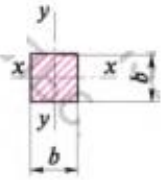
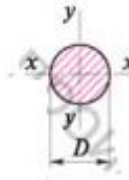
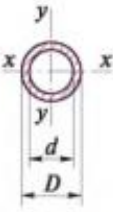
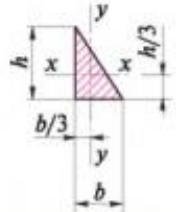
нөмірі	массасы, кг							ауданы, см <sup>2</sup>	x— x				y—y			см
		h	B	d	t	R	r		J <sub>x</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>x</sub> , см	S <sub>x</sub> , см <sup>3</sup>	J <sub>y</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>y</sub> , см	
5	4,84	50	32	4,4	7	6	2,5	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16
6,5	5,9	65	36	4,4	7,2	6	2,5	7,51	48,6	15	2,54	9	8,7	3,68	1,08	1,24
8	7,05	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	8,59	100	46	4,5	7,6	7	3	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44

12	10,4	120	52	4,8	7,8	7,5	3	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	12,3	140	58	4,9	8,1	8	3	15,6	491	70,2	5,6	40,8	45,4	11	1,7	1,67
14a	13,3	140	62	4,9	8,7	8	3	17	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87
16	14,2	160	64	5	8,4	8,5	3,5	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,8
16a	15,3	160	68	5	9	8,5	3,5	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,0
18	16,3	180	70	5,1	8,7	9	3,5	20,7	1090	121	7,24	69,8	86	17	2,04	1,94
18a	16,4	180	74	5,1	9,3	9	3,5	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20	2,18	2,13
20	18,4	200	76	5,2	9	9,5	4	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20a	19,8	200	80	5,2	9,7	9,5	4	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28

22	21	220	82	5,4	9,5	10	4	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
22a	22,6	220	87	5,4	10,2	10	4	28,8	2 330	212	8,99	121	187	30	2,55	2,46
24	24	240	90	5,6	10	10,5	4	30,6	2 900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
24a	25,8	240	95	5,6	10,7	10,5	4	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67
27	27,2	270	95	6	10,5	11	4,5	35,2	4160	308	10,9	178	272	37,3	2,73	2,47
30	31,8	300	100	6,5	11	12	5	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	36,5	330	105	7	11,7	13	5	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	41,9	360	110	7,5	12,6	14	6	53,4	10 820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	48,3	400	115	8,0	13,5	15	6	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

## 2 ҚОСЫМША

Кейбір қарапайым қималардың геометриялық сипаттамаларын анықтауға арналған формулалар

Сипаттамасы	Элементтің қимасы				
					
$A$	$bh$	$b^2$	$\frac{\pi D^2}{4}$	$\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4}$	$\frac{bh}{2}$
$J_x$	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{b^4}{12}$	$\frac{\pi D^4}{64}$	$\frac{\pi D^4}{64} - \frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{bh^3}{36}$
$J_y$	$\frac{hb^3}{12}$	$\frac{b^4}{12}$	$\frac{\pi D^4}{64}$	$\frac{\pi D^4}{64} - \frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{hb^3}{36}$

$W_x$	$\frac{bh^2}{6}$	$\frac{b^3}{6}$	$\frac{\pi D^3}{32}$	$\frac{\pi D^3}{32} - \frac{\pi d^3}{32}$	$\frac{bh^2}{24}$
$W_y$	$\frac{hb^2}{6}$	$\frac{b^3}{6}$	$\frac{\pi D^3}{32}$	$\frac{\pi D^3}{32} - \frac{\pi d^3}{32}$	$\frac{hb^2}{24}$
$i_x$	$0,289h$	$0,289b$	$0,25 D$	$0,25\sqrt{D^2 - d^2}$	—
$i_y$	$0,289b$	$0,289b$	$0,25 D$	$0,25\sqrt{D^2 - d^2}$	—



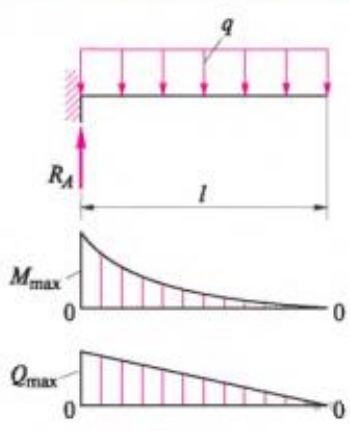
### 3 ҚОСЫМША

Тіреу реакцияларын және қарапайым діңгектерге әсер ететін көлденең күштер мен игіш моменттердің ең үлкен мәндерін анықтауға арналған формулалар

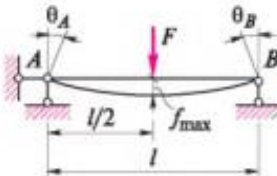
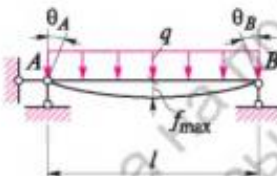
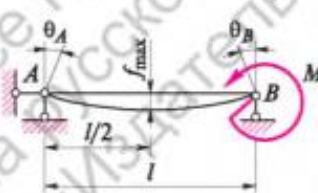
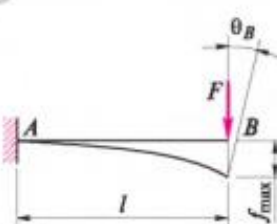
№ р\н	Жүктеме әрекетінің сұлбасы, МХ және ҚХ эюрлері	Тіреу реакциялары		$Q_{max}$	$M_{max}$
		$R_A$	$R_B$		
1		$\frac{F}{2}$	$\frac{F}{2}$	$\frac{F}{2}$	$\frac{Fl}{4}$
2		$\frac{Fb}{l}$	$\frac{Fa}{l}$	$\frac{Fb}{l}$	$\frac{Fab}{l}$

3 ҚОСЫМШАНЫҢ ЖАЛҒАСЫ

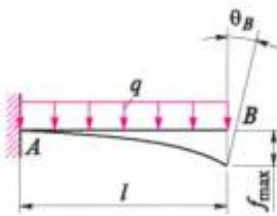
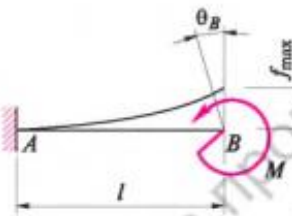
№ р\н	Жүктеме әрекетінің сұлбасы, МХ және QX эпюрлері	Тіреу реакциялары		$Q_{\max}$	$M_{\max}$
		$R_A$	$R_B$		
3		$F$	$F$	$F$	$Fa$
4		$\frac{ql}{2}$	$\frac{ql}{2}$	$\frac{ql}{2}$	$\frac{ql^2}{8}$
5		$F$	—	$F$	$Fl$

№ р\н	Жүктеме әрекетінің сұлбасы, МХ және ҚХ эпюрлері	Тіреу реакциялары		$Q_{\max}$	$M_{\max}$
		$R_A$	$R_B$		
6		$ql$	—	$ql$	$\frac{ql^2}{2}$

Қарапайым діңгектердегі ең үлкен иіліс пен бұрылыс бұрыштарын анықтау формулалары

№ р\н	Жүктеме әрекетінің сұлбасы	Иілу $f_{\max}$	Бұрылу бұрыштары	
			$\theta_A$	$\theta_B$
1		$\frac{Fl^3}{48EJ_x}$	$\frac{Fl^2}{16EJ_x}$	$\frac{Fl^2}{16EJ_x}$
2		$\frac{5ql^4}{384EJ_x}$	$\frac{ql^3}{24EJ_x}$	$\frac{ql^3}{24EJ_x}$
3		$\frac{Ml^2}{16EJ_x}$	$\frac{Ml}{6EJ_x}$	$\frac{Ml}{3EJ_x}$
4		$\frac{Fl^3}{3EJ_x}$	0	$\frac{Fl^2}{2EJ_x}$

4 ҚОСЫМШАНЫҢ СОҒЫ

№ р\н	Жүктеме әрекетінің сұлбасы	Иілу $f_{\max}$	Бұрылу бұрыштары	
			$\theta_A$	$\theta_B$
5		$\frac{ql^4}{8EJ_x}$	0	$\frac{ql^3}{6EJ_x}$
6		$\frac{Ml^2}{2EJ_x}$	0	$\frac{Ml}{EJ_x}$

Ескерту. Бұрылу бұрыштары үшін формулалар белгілерді ескерусіз келтірілген.

## Болат, ағаш және қаланған кірпіштің есетік кедергілері

1 Кесте. Болаттың (прокат профильдерінің) есетік кедергілері, МПа

Болат	R <sub>соз</sub>	R <sub>қыс</sub>	R <sub>иіл</sub>	R <sub>мыж</sub>	R <sub>қима</sub>
C-235	230	230	230	275	130
C-245	240	240	240	290	135
C-275	270	270	270	325	150
C-345	335	335	335	400	195

**Ескерту.** Есетік кедергілер прокатың қалыңдығын ескерусіз келтірілген.

2-кесте. Ағаштың (қарағайдың) есетік кедергілері, МПа

Ағаш түрі	Ағаш сұрыпы	R <sub>соз</sub>	R <sub>қыс</sub>	R <sub>иіл</sub>	R <sub>HD см</sub>	R <sub>поп см</sub>	R <sub>скал</sub>
Арамен кесілген (тікбұрышты қима)	1	10	14	14	14	1,8	1,8
	2	7	13	13	13	1,8	1,6
	3	—	8,5	8,5	8,5	1,8	1,6
Бәренелер (дөңгелек қима)	1	10	—	—	—	—	—
	2	7	16	16	16	1,8	1,8
	3	—	10	10	10	1,8	1,8

**Ескерту.** Арамен кесілген ағаштың есетік кедергілері қалыңдықты ескерусіз келтірілген.

3-кесте. Қаланған кірпіштің есептік кедергілері, МПа,

Кірпіш таңбасы	Келесідей ерітінді таңбаларындағы кедергінің мәндері			
	100	75	50	25
150	2,2	2,0	1,8	1,7
125	2,0	1,9	1,7	1,5
100	1,8	1,7	1,5	1,3

## 6 ҚОСЫМША

Болат пен ағаштан жасалған ортадан қысылған элементтердің бойлық иілісінің коэффициенттері

1-кесте. Ортадан қысылған болат элементтерінің  $\varphi$  коэффициенті




$\lambda$ иілгіштігі	R қыс болатың есетік кедергілері кезіндегі $\varphi$ мәндері, МПа								
	200	220	225	230	235	240	280	290	300
10	0,988	0,987	0,987	0,987	0,987	0,985	0,985	0,985	0,984
20	0,967	0,964	0,963	0,963	0,962	0,962	0,959	0,958	0,957
30	0,939	0,935	0,934	0,933	0,932	0,931	0,924	0,922	0,920
40	0,906	0,900	0,898	0,897	0,895	0,894	0,883	0,880	0,878
50	0,869	0,860	0,858	0,856	0,854	0,852	0,836	0,832	0,829
60	0,827	0,816	0,813	0,810	0,807	0,805	0,785	0,780	0,775
70	0,782	0,768	0,764	0,761	0,757	0,754	0,724	0,714	0,705
80	0,734	0,710	0,704	0,698	0,692	0,686	0,641	0,631	0,621
90	0,665	0,638	0,631	0,625	0,618	0,612	0,565	0,554	0,543
100	0,599	0,571	0,563	0,556	0,549	0,542	0,493	0,481	0,470
110	0,537	0,507	0,499	0,492	0,485	0,478	0,427	0,415	0,404
120	0,479	0,449	0,441	0,434	0,426	0,419	0,366	0,354	0,343
130	0,425	0,394	0,386	0,379	0,371	0,364	0,313	0,303	0,294
140	0,376	0,345	0,337	0,330	0,322	0,315	0,272	0,264	0,256
150	0,328	0,302	0,295	0,289	0,282	0,276	0,239	0,232	0,225
160	0,290	0,267	0,261	0,255	0,249	0,244	0,212	0,205	0,199



2-кесте. Ортадан қысылған ағаш элементтерінің  $\varphi$  коэффициенті

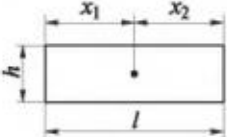
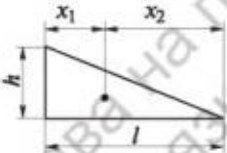
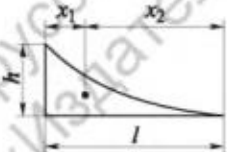
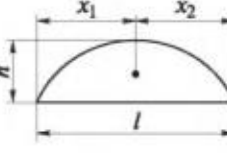
$\lambda$ иілгіштігі	$\varphi$ -ты анықтауға арналған формула
70 және одан аса	$3000/\lambda$
70-тен кем	$1-0,8 (\lambda/100)^2$

Фигуралардың ауырлық ортасының ұшын бекітудің әртүрлі тәсілдері жағдайындағы біліктің ұзындығын келтіру коэффициенттері

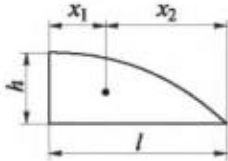
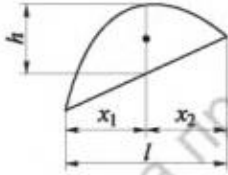
Біліктің ұштарын бекіту сұлбасы	Құрастырмаларға арналған $\mu$ коэффициентінің мәндері	
	болат	ағаш
 <p><i>a</i></p>	1,0	1,0
 <p><i>b</i></p>	0,7	0,8
 <p><i>v</i></p>	0,5	0,65

Біліктің ұштарын бекіту сұлбасы	Құрастырмаларға арналған $\mu$ коэффициентінің мәндері	
	болат	ағаш
 <p>2</p>	2,0	2,2

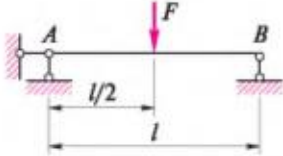
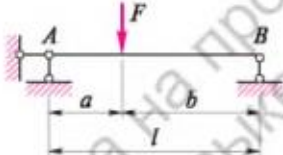
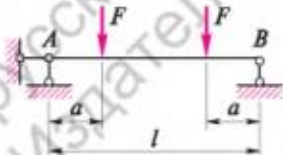
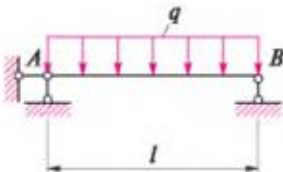
Фигуралардың ауырлық ортасының ауданы мен күйін анықтау формулалары

р/с №	Фигура	Ауданы	Ауырлық ортасының абсциссері	
			$x_1$	$x_2$
1		$lh$	$\frac{1}{2}l$	$\frac{1}{2}l$
2		$\frac{lh}{2}$	$\frac{1}{3}l$	$\frac{2}{3}l$
3		$\frac{1}{3}lh$	$\frac{1}{4}l$	$\frac{3}{4}l$
4		$\frac{2}{3}lh$	$\frac{1}{2}l$	$\frac{1}{2}l$

## 8 ҚОСЫМШАНЫҢ СОҒЫ

р/с №	Фигура	Ауданы	Ауырлық ортасының абсцисстері	
			$x_1$	$x_2$
5		$\frac{2}{3}lh$	$\frac{3}{8}l$	$\frac{5}{8}l$
6		$\frac{2}{3}lh$	$\frac{1}{2}l$	$\frac{1}{2}l$

## Діңгектердің жалған тіреу реакцияларын анықтау формулалары

р/с №	Жүктеме әсерінің сұлбасы	$A^{\Phi}$	$B^{\Phi}$
1		$\frac{Fl^2}{16}$	$\frac{Fl^2}{16}$
2		$\frac{Fab(l+b)}{6l}$	$\frac{Fab(l+a)}{6l}$
3		$\frac{Fa(l-a)}{2}$	$\frac{Fa(l-a)}{2}$
4		$\frac{ql^3}{24}$	$\frac{ql^3}{24}$

## ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1. *Ивченко В.А.* «Техникалық механика» пәнінің оқу-әдістік кешені / В.А. Ивченко. — М.: Инфра-М, 2004.
2. *Ицкович Г.М.* Материалдардың кедергісі: оқулық. — 8-ші басылым, түзетілген және толықтырылған / Г.М. Ицкович. — М.: Жоғарғы мектеп, 1998.
3. *Михайлов А.М.* Құрылыс құрастырмалары элементтерін есептеу негіздерінің мысалдары / А.М. Михайлов. — М.: Жоғарғы мектеп, 1986.
4. *Мухин А.В.* Құрылыстар статикасының мысалдары / А.В. Мухин. — М.: Жоғарғы мектеп, 1979.
5. *Попов К.Н.* Құрылыс материалдары мен бұйымдары: оқулық / К.Н. Попов, М.Б. Каддо. — М.: Жоғарғы мектеп, 2001.
6. *Портаев Л.П.* Техникалық механика / Л.П. Портаев, А.А. Петраков, В.Л. Портаев. — М.: Стройиздат, 1987.
7. *Сетков В.И.* Техникалық механика бойынша есептер жинағы / В.И. Сетков. — М.: «Академия» баспа орталығы, 2003.
8. *Сетков В.И.* Құрылыс құрастырмалары / В.И. Сетков, Е.П. Сербин. — М.: Инфра-М, 2005.
9. *Шишман Б.А.* Құрылыстар статикасы / Б.А. Шишман. — М.: Стройиздат, 1989.
10. П-25-80 ҚНЖЕ. Ағаш құрастырмалары. — М.: Стройиздат, 1982
11. П-22-81 ҚНЖЕ. Тас және шегенделген тас құрастырмалар. — М.: Минстрой России, 1996.
12. П-23-81 ҚНЖЕ\*. Болат құрастырмалар. — М.: Ресейдің Құрылыс министрлігі, 1996.

## МАЗМҰНЫ

Алғысөз	4
Кіріспе	7
1-тарау. Абсолютті қатты денелер механикасы. Статика.	8
1. Жалпы ережелер	8
1. Абсолютті қатты дене үлгісі ..	9
2. Күш және білікке түскен күш проекциясы. Күштер жүйесі.	13
3. Статиканың қатты денеге күштердің әсері туралы аксиомалары.	16
4. Нүктеге қатысты күш моменті. Қос күш..	20
5. Еркін және еркін емес денелер. Байланыстар мен олардың реакциялары..	24
6. Идеалды және нақты байланыстардың ұқсастықтары мен айырмашылықтары.	35
7. Статикадағы күш жүйелерінің жіктемесі.	39
2. Жинақталатын күштердің жазық жүйесі.	42
1. Жинақталатын екі күш жүйесі.	42
2. Жинақталатын үш күш жүйесі.	44
3. Жинақталатын төрт және одан астам күш жүйесі..	50
3. Жинақталатын күш жүйелерінің тепе-теңдік теңдеулері қолданылатын практикалық есептер.	53
1. Кронштейндер.	53
2. Консолды фермалар ..	57
3. Ең қарапайым арқалық фермалары .	62
4. Құрылыстық итарқа фермалары	67
4. Еркін орналасқан күштердің жазық жүйесі	70
1. Жалпы жағдай	70
2. Жекелеген жағдайлар	76
5. Еркін орналасқан күш жүйелерінің тепе-теңдік теңдеулері қолданылатын практикалық есептер	78
1. Арқалықтар және арқалықтар жүйесі ..	78
1.5.1.1. Екі тіреулі қарапайым арқалықтар ..	78
1.5.1.2. Бағаналы және ілмекті арқалықтар..	106
1.5.1.3. Консолдар.	110
1.5.1.4. Топсалы-консолды арқалықтар .	114
1.5.1.5. Статикалық тұрғыда анықталмайтын арқалықтар туралы ұғым.	123
2. Қаңқалар және қаңқа жүйелері..	125
1.5.2.1. Қарапайым топсасыз арқалық қаңқалары ..	127
1.5.2.2. Қарапайым топсалы арқалық қаңқалары	137
1.5.2.3. Қарапайым консолды қаңқалар .	146



1.5.2.4. Статикалық тұрғыда анықталмайтын қаңқалар туралы ұғым	149
3. Аркалар	150
1.5.3.1. Үштопсалы аркалар ..	151
1.5.3.2. Аркалардың басқа түрлері	153
6. Тепе-теңдік күйінің орнықтылығы	154
1. Жалпы ережелер.	155
1.6.2. Аударылуға қарсы орнықтылыққа практикалық есептер .	157
1. Механизмдер мен құрылыстардың аударылуы туралы есептер	157
2. Тіреу қабырғасының аударылуы туралы есептер ..	159
1.7. Үйкеліс ..	161
1.7.1. Сырғанау үйкелісі	162
1.7.2. Сырғанау үйкелісін есепке алу қажет болатын практикалық тапсырмалар ..	164
1.7.3. Домалау үйкелісі ..	165
1.8. Қималардың (фигуралардың) геометриялық сипаттамалары .	168
1.8.1. Жалпы ережелер	168
1.8.2. Қиманың ауырлық ортасын анықтау ..	172
1.8.3. Қима инерциясы моменттерін анықтау .	173
1.9. Кеңістіктегі күштер жүйесі ..	180
1.9.1. Жинақталатын күштердің кеңістіктегі жүйесі ..	180
1.9.2. Еркін орналасқан күштердің кеңістіктегі жүйесі	181
1.9.3. Кеңістіктегі күштер жүйесінің тепе-теңдік теңдеулері колданылатын практикалық есептер..	182
<b>2-тарау. Абсолютті иілгіш денелер механикасы</b>	184
2.1. Абсолютті иілгіш денелер механикасының жалпы ережелері	184
2.1.1. Абсолютті иілгіш дене үлгісі .	184
2.1.2. Гук заңы ..	186
2.1.3. Созылу және иілу деформациялары. Орын ауыстырулар және бұрылыс бұрыштары ..	190
2.2. Статикалық тұрғыда анықталатын жүйелердің орын ауыстыруын анықтауға арналған практикалық есептер ..	202
2.2.1. Қарапайым кронштейндердің орын ауыстыруын анықтау .	203
2.2.2. Абсолютті қатты діңгектің орын ауыстыруын анықтау ..	206
2.2.3. Қарапайым арқалықтар мен консолдардың майысуын анықтау .	208
2.2.4. Қарапайым қаңқа жүйелерінің орын ауыстыруын анықтау ..	209
2.3. Статикалық тұрғыда анықталмайтын жүйелерді анықтауға арналған практикалық есептер.	219

2.3.1. Үш және одан астам білікті кронштейннің күш салуын анықтау ..	219
2.3.2. Қаттылық дәрежесі жоғары діңгекті ұстап тұрған ілмектер мен бағаналардың күш салуын анықтау .	223
2.3.3. Кесілмейтін діңгектерді есептеп шығару ..	226
2.3.4. Статикалық тұрғыда анықталмайтын қаңқаларды есептеу.	241
3-тарау. Нақты денелер механикасы және беріктік пен қаттылықты есептеу негіздері .	248
3.1. Жалпы ережелер	248
3.1.1. Беріктік материалдар мен құрастырмалардың ең маңызды қасиеті ретінде ..	248
3.1.2. Кернеу беріктіктің негізгі көрсеткіші ретінде	252
3.1.3. Материалдардың зертханалық сынақтары және құрастырманы есептеудің алғышарттары .	256
3.1.4. Құрастырмалар мен олардың элементтерін есептеу ..	258
3.2. Созылу .	263
3.2.1. Ортадан созылған элементтің кернеулі-деформациялы күйі .	263
3.2.2. Тұтас қиманың ортадан созылған элементтерінің беріктігін есептеу .	266
3.2.3. Көлденең қимасы босансыған ортадан созылған элементтердің беріктігін есептеу	267
3.2.4. Еңіс қималардағы кернеулер ..	268
3.2.5. Созылған элементтерді есептеу бойынша практикалық есептер	270
3.3. Қысу ..	273
3.3.1. Элементтің біліктен қысылған кезіндегі кернеулі-деформацияланған күйі	274
3.3.2. Ортадан қысылған элементтердің беріктігі мен орнықтылығын есептеу .	277
3.3.3. Қысылған элементтерді есептеуге арналған практикалық есептер ..	282
3.4. Мыжылу .	292
3.4.1. Дененің мыжылған кезіндегі кернеулі-деформацияланған күйі .	292
3.4.2. Элементтердің мыжылуға беріктігін есептеу ..	294
3.4.3. Мыжылуды есептеуге арналған практикалық есептер ..	294
3.5. Жылжу	296
3.5.1. Дененің жылжыған кезіндегі кернеулі-деформацияланған күйі .	296
3.5.2. Элементтердің жылжуға беріктігін есептеу .	298
3.5.3. Қиманы есептеуге арналған есептер .	299

3.5.4. Бір уақытта мыжылу мен жылжуды орындайтын құрастырмалар элементтерін есептеуге арналған практикалық есептер	300
3.6. Айналу .	305
3.6.1. Діңгектің айналған кезіндегі кернеулі-деформацияланған күйі .	305
3.6.2. Діңгектің айналған кезіндегі беріктігі мен қаттылығын есептеу	307
3.7. Тік көлденең иілім.. . .	307
3.7.1. Діңгектің тік көлденең иілім кезіндегі кернеулі-деформацияланған күйі	308
3.7.2. Арқалықтардың беріктігі мен қаттылығын есептеу	316
3.7.3. Арқалықтарды есептеудің жалпы тәртібі ..	318
3.7.4. Иілуді есептеуге арналған практикалық есептер ..	320
3.7.5. Қарапайым арқалықтардың оңтайлы пішіндері туралы ұғым	327
3.8. Қиғаш иіліс ..	333
3.8.1. Арқалықтың қиғаш иіліс жағдайындағы кернеулі-деформацияланған күйі .	334
3.8.2. Арқалықтың қиғаш иіліс жағдайындағы беріктігін есептеу .	336
3.8.3. Қиғаш иілімді есептеуге арналған практикалық есептер .	337
3.9. Ортадан тыс қысу .	340
3.9.1. Қаттылығы жоғары дәрежелі ортадан тыс қысылған діңгектің кернеулі-деформацияланған күйі ..	341
3.9.2. Қаттылығы жоғары дәрежелі ортадан тыс қысылған діңгектің беріктігін есептеу	343
3.9.3. Иілгіштігі жоғары дәрежелі ортадан тыс қысылған діңгектің есебін шығару ұғымы ..	344
3.9.4. Иілгіштігі жоғары дәрежелі ортадан тыс қысылған діңгекті есептеуге арналған есептер .	344
3.10. Күрделі кернеулі күй және беріктік теориялары ..	347
3.10.1. Қарапайым және күрделі кернеулі күйлер туралы ұғым ..	347
3.10.2. Беріктік теорияларын түзудің алғышарттары ..	349
3.10.3. Жазық кернеулі күйдегі беріктік теориялары ..	351
3.10.4. Күрделі кернеулі күйде қолданылатын практикалық есептер	353
3.11. Жүктемелердің динамикалық әсері ұғымы ..	357
3.11.1. Жүкті жеделдетіп көтеру кезіндегі арқанды есептеу ..	358
3.11.2. Соққы жүктемесі кезіндегі діңгектегі кернеулер мен иілімдерді анықтау	359
3.11.3. Қаданы шойын тоқпақпен ұрып кіргізу туралы есеп ..	363

I-қосымша. Прокат профильдерінің негізгі өлшемдері мен сипаттамалары .	364
II-қосымша. Кейбір қарапайым қималардың геометриялық сипаттамаларын анықтауға арналған формулалар..	372
III-қосымша. Тіреу реакцияларын және қарапайым аркалықтарға әсер ететін көлденең күштер мен игіш моменттердің ең үлкен мәндерін анықтауға арналған формулалар .	374
IV-қосымша. Қарапайым аркалықтардағы ең үлкен иіліс пен бұрылыс бұрыштарын анықтау формулалары ..	377
V-қосымша. Болат, ағаш және қаланған кірпіштің есептік кедергілері	379
VI-қосымша. Болат пен ағаштан жасалған ортадан қысылған элементтердің бойлық иілісінің коэффициенттері	381
VII-қосымша. Фигуралардың ауырлық ортасының ұшын бекітудің әртүрлі тәсілдері	383
жағдайындағы біліктің ұзындығын келтіру коэффициенттері	
VIII-қосымша. Фигуралардың ауырлық ортасының ауданы мен күйін анықтау формулалары ..	385
IX-қосымша. Дінгектердің жалған тіреу реакцияларын анықтау формулалары .	387
Әдебиеттер тізімі ..	388

Оқу басылымы  
Сетков Владимир Иванович  
Құрылыс мамандықтарына арналған техникалық механика  
Оқу кұралы  
6-шы басылым, стереотипті  
**Редакторы:** Е.М. Зубкович  
**Техникалық редакторы:** О.Н. Крайнова  
**Компьютерлік беттеу:** Г.Ю. Никитина  
**Корректорлары:** И.В. Могилевец, Н.Л. Котелина

№ 106108165 басылым. 2015.05.06 басуға қол қойылды. Пішімі: 60 x90/16.  
«Балтика» гарнитурасыю №1 офсеттік қағаз. Офсеттік баспа. Шартты баспа  
парақтар. 25,0.  
Данасы: 1 000 экз. Заказ №

«Академия».баспа орталығы» ЖШҚ, [www.academia-moscow.ru](http://www.academia-moscow.ru) 129085,  
Мәскеу қ., Бейбітшілік даңғы, 101в үй, 1 бет.  
Тел. 8(495)648-05-07, факсы: 8(495)616-00-29.  
2015.25.05 № РОСС RU. АЕ51. Н 16679 санитариялық-эпидемиологиялық  
қорытынды.

«Саратов полиграфкомбинаты» ААҚ-на баспа ұсынған электронды  
тасығыштардан басылған. [www.sarpk.ru](http://www.sarpk.ru) 410004, Саратов қ., . Чернышевский  
көш., 59.